Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Нижневартовский государственный университет»

В.П. Белоглазов

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕПЛОТЕХНИКИ. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

Учебное пособие

**Издательство
Нижневартовского
государственного
университета
2016**

ББК 31.31я7
Б 43

Печатается по постановлению редакционно-издательского совета
Нижневартовского государственного университета

Рецензенты:
профессор кафедры «Теплоэнергетика» ОмГТУ, д.т.н., доцент *А.М. Парамонов*;
зав. кафедрой «Теплотехника и тепловые двигатели» СИБАДИ, к.т.н., доцент *А.Л. Иванов*

Белоглазов В.П.

Б 43 **Теоретические основы теплотехники. Теплопередача:** Учебное пособие. — Нижневартовск: Изд-во Нижневарт. гос. ун-та, 2016. — 118 с.

ISBN 978-5-00047-335-1

В учебном пособии рассмотрены теоретические вопросы теплопроводности, теплопередачи, лучистого теплообмена, теплообменных аппаратов. Приведены задачи по перечисленным темам, контрольные вопросы.

Предназначено для студентов дневного, дистанционного и заочного обучения по направлению13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника».

ББК 31.31я7

ISBN 978-5-00047-335-1

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Устойчивая, эффективная работа теплоэнергетического оборудования базируется на знаниях фундаментальных законов природы, на умении использовать их для решения тех или иных задач, в том числе в математическом аппарате, позволяющем выполнить точные расчеты протекающих процессов и самих устройств. Это, в свою очередь, позволяет наряду с увеличением добычи топлива и производства энергии осуществлять активную энергосберегающую политику во всех отраслях народного хозяйства. Большинство современных производств сопровождаются теплотехнологическими процессами, от правильного ведения которых зависит производительность и качество выпускаемой продукции. В связи с этим, а также с проблемами создания безотходной технологии и охраны окружающей среды значительно возросла роль теплотехники как науки, теоретическую базу которой составляет теплопередача.

Теплопередача изучает законы переноса теплоты. Исследования показывают, что теплопередача является сложным процессом. При изучении его расчленяют на простые явления. Задача курса — изучение простых и сложных процессов переноса теплоты в различных средах.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

1.1. Способы переноса теплоты

Различают три способа переноса теплоты: теплопроводность, конвекцию и тепловое излучение.

Теплопроводность — процесс самопроизвольного переноса теплоты от точек участков тела с более высокой температурой к точкам участков тела с более низкой. Теплопроводностью тепло передается по твердым телам, в жидкостях и газах.

Конвекция — перемещение массы жидкости или газа из среды с одной температурой в среду с другой температурой. Если движение вызвано разностью плотностей нагретых и холодных частиц — это **естественная конвекция**, если разностью давлений — **вынужденная конвекция**. Конвекцией теплота передается в жидкостях и газах.

Тепловое излучение — процесс распространения теплоты от излучающего тела с помощью электромагнитных волн. Он обусловлен температурой и оптическими свойствами излучающего тела (твердых тел, трех- и многоатомных газов).

В твердых телах теплота передается только теплопроводностью. Излучением теплота передается между телами, расположенными в вакууме. Конвекция, как правило, протекает совместно с теплопроводностью.

Совместный перенос теплоты конвекцией и теплопроводностью называется **конвективным теплообменом.**

Конвективный теплообмен между поверхностью и омывающей ее средой называется **теплоотдачей**.

Передача теплоты одновременно двумя или тремя способами называется **сложным теплообменом**.

Передача теплоты от одной среды к другой через разделяющую их стенку называется **теплопередачей**.

1.2. Температурное поле. Градиент температуры. Тепловой поток

Температурное поле тела или системы тел — это совокупность мгновенных значений температур во всех точках рассматриваемого пространства. В общем случае уравнение температурного поля имеет вид:

$$t = f(x, y, z, \tau), \tag{1.1}$$

где t — температура; x, y, z, — координаты; τ — время.

Такое температурное поле называется **нестационарным**. Если температура с течением времени не изменяется, то температурное поле называется **стационарным**. Тогда:

$$t = f(x, y, z),\ \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0.$$

Температура может быть функцией одной, двух и трех координат; соответственно температурное поле будет **одно-, двух-** и **трехмерным**. Наиболее простой вид имеет уравнение одномерного стационарного температурного поля: t = f (x).

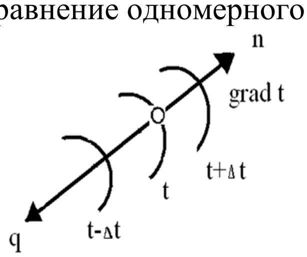


Рис. 1.1

Поверхность, объединяющая точки тела с одинаковой температурой, называется **изотермической**. Изотермические поверхности не пересекаются, они либо замыкаются на себя, либо заканчиваются на границе тела. Пересечение изотермических поверхностей с плоскостью дает на ней семейство изотерм:

$$t;\ t - \Delta t,\ t + \Delta t \text{ (рис. 1.1).}$$

Направление, по которому расстояние между изотермическими поверхностями минимальное, называется **нормалью** (n) к изотермической поверхности.

Производная температуры по нормали к изотермической поверхности называется **температурным градиентом:**

$$\frac{\partial t}{\partial n} = \text{grad t}. \qquad (1.2)$$

Температурный градиент — вектор, направленный по нормали к изотерме в сторону увеличения температуры.

Общее количество теплоты, переданное в процессе теплообмена через изотермическую поверхность площадью F в течение времени τ, обозначим Q_τ, Дж.

Количество теплоты, переданное через изотермическую поверхность площадью F в единицу времени, называется **тепловым потоком** Q, Вт.

Тепловой поток, переданный через единицу поверхности, называется **плотностью теплового потока:**

$$q = \frac{Q}{F},$$

где q — [$\frac{Вт}{м^2}$].

Вектор плотности теплового потока направлен по нормали к изотермической поверхности в сторону уменьшения температуры (рис. 1.1).

1.3. Законы переноса теплоты

Теплота, передаваемая теплопроводностью, описывается **законом Фурье**, согласно которому вектор плотности теплового потока пропорционален температурному градиенту:

$$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n}. \qquad (1.3)$$

Тепловой поток, количество теплоты и плотность теплового потока связаны соотношениями:

$$Q = qF \qquad (1.4)$$

$$Q_\tau = qF\Delta\tau, \qquad (1.5)$$

где F — площадь изотермической поверхности, м^2; $\Delta\tau$ — промежуток времени, с.

Коэффициент пропорциональности λ в уравнении (1.3) называется **коэффициентом теплопроводности** и характеризует способность тел передавать теплоту. Размерность данной величины — Вт/(м·К). Коэффициент теплопроводности зависит от структуры, плотности, влажности, давления и температуры тел. Значения коэффициентов теплопроводности определяются экспериментально и для всех тел (металлов, строительных и изоляционных материалов, жидкостей, газов), содержатся в справочной литературе. Наибольшие коэффициенты теплопроводности имеют металлы, наименьшие — теплоизоляционные материалы и газы.

Так как тела могут иметь различную температуру, например от t_1 до t_2, то расчеты ведутся при **среднем** значении коэффициента теплопроводности ($\lambda_{ср}$) для данного интервала температур. Если в справочнике значения λ = f(t) даются в виде таблицы, то получить $\lambda_{ср}$ для данного интервала температур несложно. Для многих материалов в справочнике приводится линейная зависимость λ = f(t):

$$\lambda(t) = \lambda_o(a \pm bt), \qquad (1.6)$$

где a, b — постоянные коэффициенты, присущие конкретному материалу.

Формулу для расчета $\lambda_{ср}$ в интервале температур $t_1 - t_2$, нетрудно получить, если решить совместно (1.6) и (1.7):

$$\lambda_{ср} = \frac{\int_1^2 \lambda(t)dt}{t_2 - t_1}. \qquad (1.7)$$

Тогда

$$\lambda_{ср} = a \pm b\frac{t_1 + t_2}{2}. \qquad (1.8)$$

Такой прием можно применить для получения расчетных формул $\lambda_{ср}$ при любой нелинейной зависимости $\lambda(t)$.

Конвективную теплоотдачу между поверхностью с температурой $t_с$ и омывающей ее средой с температурой $t_ж$ описывает **закон Ньютона-Рихмана**, согласно которому плотность теплового потока q пропорциональна разности температур стенки и среды:

$$q = \alpha(t_с - t_{ж}). \qquad (1.9)$$

По формулам (1.4) и (1.5) можно вычислить Q и Q_τ .

Коэффициент пропорциональности α в уравнении (1.9) называется **коэффициентом теплоотдачи** $\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ и характеризует интенсивность процесса конвективного теплообмена между поверхностью и омывающей ее средой. Принято омывающую поверхность среду (газ, воду, любой теплоноситель) именовать — «жидкость» и обозначать температуру среды — $t_ж$.

Коэффициент теплоотдачи зависит от температур $t_с$ и $t_ж$, от скорости и от свойств жидкости, от формы, размеров, ориентации поверхности и т.д. Коэффициенты теплоотдачи для различных условий теплообмена рассчитываются по специальным уравнениям.

Интегральная плотность теплового потока при переносе теплоты **излучением** рассчитывается по формуле

$$q = \varepsilon q_0 = \varepsilon c_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4. \qquad (1.10)$$

В уравнении (1.10) коэффициентом пропорциональности является степень черноты излучающего тела (ε), которая характеризует его способность излучать и поглощать энергию. Для твердых тел значения ε приводятся в справочниках, для излучающих газов — рассчитываются с помощью номограмм.

Выражение

$$q_0 = c_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4 \qquad (1.11)$$

известно как закон **Стефана — Больцмана**, описывающий связь плотности теплового потока и температуры абсолютно черного тела. Коэффициент излучения абсолютно черного тела c_o = 5,67 Вт/(м^2 К^4).

1.4. Дифференциальное уравнение теплопроводности

В учебниках по теплопередаче, в том числе и в [1], приводится вывод дифференциального уравнения температурного поля **движущейся жидкости, уравнение энергии**

$$c_p \rho \left(\frac{\partial t}{\partial \tau} + \omega_x \frac{\partial t}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial t}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial t}{\partial z}\right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) + q_v, \qquad (1.12)$$

где c_p — изобарная теплоемкость, Дж/(кг·К); ρ — плотность, кг/м^3; λ — коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); ω_x, ω_y, ω_z — проекции вектора скорости движения жидкости; q_v — объемная плотность внутреннего тепловыделения жидкости, Вт/м^3.

Уравнение (1.12) записано для случая λ = const.

Дифференциальное уравнение температурного поля для **твердых тел** называется дифференциальным уравнением теплопроводности и может быть получено из (1.12) при условии $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$, $c_p = c_v = c$:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) + \frac{q_v}{c\rho},$$

где $\frac{\lambda}{c\rho} = a$ — коэффициент **температуропроводности,** $\left[\frac{м^2}{c}\right]$, он характеризует скорость изменения температуры в теле. Значения a = f(t) для различных тел приводятся в справочниках.

Дифференциальное уравнение теплопроводности.

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) + \frac{q_v}{c_p} \tag{1.13}$$

описывает нестационарное температурное поле твердых тел с внутренним тепловыделением (с внутренними источниками тепла). Такими источниками тепла могут быть: джоулева теплота, выделяемая при прохождении электрического тока по проводникам; теплота, выделяемая ТВЭЛами ядерных реакторов, теплота химических реакций и т.д.

Дифференциальное уравнение теплопроводности (1.13), записанное в декартовых координатах, можно представить в цилиндрических (r, z, φ) и сферических (r, φ, ψ) координатах.

В частности, в **цилиндрических** координатах (r — радиус; φ — полярный угол; z — аппликата) дифференциальное уравнение теплопроводности имеет вид

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) + \frac{q_v}{c\rho}. \tag{1.14}$$

1.5. Условия однозначности

Дифференциальное уравнение описывает множество процессов теплопроводности. Чтобы выделить из этого множества конкретный процесс, необходимо сформулировать особенности этого процесса, которые называются **условиями однозначности** и включают в себя:

– **геометрические условия**, характеризующие форму и размеры тела;

– **физические условия**, характеризующие свойства участвующих в теплообмене тел;

– **граничные условия**, характеризующие условия протекания процесса на границе тела;

– **начальные условия**, характеризующие начальное состояние системы при **нестационарных процессах**.

При решении задач теплопроводности различают:

– **граничные условия первого рода**, задается распределение температуры на поверхности тела:

$$t_c = f(x, y, z, \tau) \text{ или } t_c = \text{const};$$

– **граничные условия второго рода,** задается плотность теплового потока на поверхности тела:

$$q_c = f(x, y, z, \tau) \text{ или } q_c = \text{const};$$

– **граничные условия третьего рода,** задаются температура среды $t_ж$ и коэффициент теплоотдачи между поверхностью и средой.

В соответствии с законом Ньютона — Рихмана тепловой поток, передаваемый с 1 $м^2$ поверхности в среду с температурой $t_ж$:

$$q = \alpha(t_c - t_ж).$$

В то же время этот тепловой поток подводится к 1 $м^2$ поверхности из глубинных слоев тела теплопроводностью

$$q = -\lambda\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_{n=0}.$$

Тогда уравнение теплового баланса для поверхности тела запишется в виде

$$\alpha(t_c - t_ж) = -\lambda\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_{n=0}. \quad (1.15)$$

Уравнение (1.15) является математической формулировкой граничных условий третьего рода.

Система дифференциальных уравнений совместно с условиями однозначности представляет собой математическую формулировку задачи. Решения дифференциальных уравнений содержат константы интегрирования, которые определяются с помощью условий однозначности.

Контрольные вопросы и задания

1. Какими способами передается теплота от горячей воды к воздуху через стенку радиатора отопления: от воды к внутренней поверхности, через стенку, от наружной поверхности к воздуху?
2. Поясните минус в правой части уравнения (1.3).
3. Проанализируйте с помощью справочной литературы зависимость λ(t) для металлов, сплавов, теплоизоляционных материалов, газов, жидкостей и ответьте на вопрос: как изменяется коэффициент теплопроводности с изменением температуры для этих материалов?
4. Как определяется тепловой поток (Q, Вт) при конвективной теплоотдаче, теплопроводности, тепловом излучении?
5. Запишите дифференциальное уравнение теплопроводности в декартовых координатах, описывающее двумерное стационарное температурное поле без внутренних источников теплоты.
6. Запишите дифференциальное уравнение температурного поля для проволоки, которая находится под напряжением при постоянной электрической нагрузке.

2. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ПРИ СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

2.1. Теплопроводность плоской стенки при граничных условиях первого рода

Дано: плоская однородная стенка толщиной δ (рис. 2.1) с постоянным коэффициентом теплопроводности λ и постоянными температурами t_1 и t_2 на поверхностях.

Определить: уравнение температурного поля $t = f(x)$ и плотность теплового потока q, Вт/м^2.

Температурное поле стенки описывается дифференциальным уравнением теплопроводности (1.3) при следующих условиях:

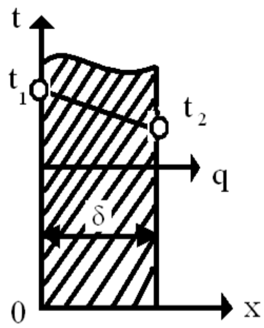


Рис. 2.1

$\dfrac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ — режим стационарный;

$q_v = 0$, т.к. отсутствуют внутренние источники теплоты;

$\dfrac{\partial t}{\partial y} = \dfrac{\partial t}{\partial z} = 0$, т.к. температуры t_1 и t_2 на поверхностях стенки постоянны.

Температура стенки является функцией только одной координаты x и уравнение (1.13) принимает вид

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = 0, \tag{2.1}$$

т.к. коэффициент температуропроводности стенки $a \neq 0$. Граничные условия первого рода:

$$\text{при } x = 0 \quad t = t_1, \tag{2.2}$$

$$\text{при } x = \delta \quad t = t_2. \tag{2.3}$$

Выражения (2.1), (2.2), (2.3) являются математической постановкой задачи, решение которой позволит получить искомое уравнение температурного поля $t = f(x)$.

Интегрирование уравнения (2.1) дает

$$\frac{dt}{dx} = c_1.$$

При повторном интегрировании получим решение дифференциального уравнения в виде

$$t = c_1 x + c_2. \tag{2.4}$$

Из уравнения (2.4) при условии (2.2) получим $t_1 = c_2$, а при условии (2.3) $t_2 = c_1\delta + t_1$, откуда

$$c_1 = \frac{t_2 - t_1}{\delta}.$$

Подстановка констант интегрирования c_1 и c_2 в уравнение (2.4) дает **уравнение температурного поля:**

$$t = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\delta} x, \tag{2.5}$$

по которому можно рассчитать температуру по толщине стенки на любой координате $0<x<\delta$.

Зависимость t = f(x), согласно (2.5) — прямая линия (рис. 2.1), что справедливо при $\lambda = const$.

Для определения плотности теплового потока, проходящего через стенку, воспользуемся законом Фурье:

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx}.$$

С учетом $\frac{dt}{dx} = c_1 = \frac{t_2 - t_1}{\delta}$ получим расчетную формулу для плотности теплового потока, передаваемого через плоскую стенку,

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(t_1 - t_2). \tag{2.6}$$

Поток теплоты, передаваемый через поверхность стенки площадью F, вычисляется по формуле $q = \frac{\lambda}{\delta}(t_1 - t_2)$.

Формулу (2.6) можно записать в виде

$$q = \frac{\lambda F}{\delta}(t_1 - t_2). \tag{2.7}$$

Формулу (2.6) можно записать в виде

$$q = \frac{t_1 - t_2}{R},$$

где $R = \frac{\delta}{\lambda}, \frac{м^2 \cdot К}{Вт}$.

Величина $R = \frac{\delta}{\lambda}$ называется **термическим сопротивлением теплопроводности** плоской стенки.

На основании уравнения $qR = t_1 - t_2$ можно сделать вывод о том, что термическое сопротивление стенки прямо пропорционально перепаду температур по толщине стенки.

Учесть зависимость коэффициента теплопроводности от температуры, $\lambda(t)$, можно, если в уравнения (2.6) и (2.7) подставить значения $\lambda_{ср}$ для интервала температур t_1–t_2.

Рассмотрим теплопроводность **многослойной плоской стенки**, состоящей из трех слоев (рис. 2.2).

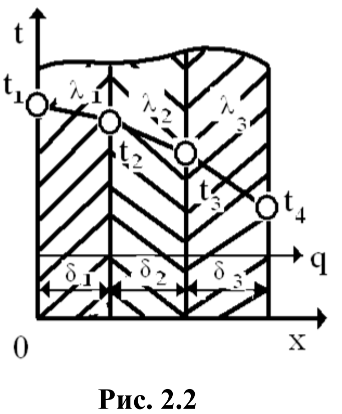


Рис. 2.2

Дано: $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, t_1 = const, t_4 = const$.
Определить: q, Вт/м^2; t_2, t_3.

При стационарном режиме и постоянных температурах поверхностей стенки тепловой поток, передаваемый через трехслойную стенку, можно представить системой уравнений:

$$\begin{cases} q = \dfrac{\lambda_1}{\delta_1}(t_1 - t_2) \\ q = \dfrac{\lambda_2}{\delta_2}(t_2 - t_3) \\ q = \dfrac{\lambda_2}{\delta_2}(t_2 - t_3) \end{cases} \tag{2.8}$$

или

$$\begin{cases} t_1 - t_2 = \dfrac{q\delta_1}{\lambda_1} \\ t_2 - t_3 = \dfrac{q\delta_2}{\lambda_2}. \\ t_3 - t_4 = \dfrac{q\delta_3}{\lambda_3} \end{cases} \tag{2.9}$$

Сложив левые и правые части уравнений (2.9), получим расчетную формулу для плотности теплового потока, передаваемого через трехслойную стенку:

$$q = \frac{t_1 - t_4}{\dfrac{\delta_1}{\lambda_1} + \dfrac{\delta_2}{\lambda_2} + \dfrac{\delta_3}{\lambda_3}}. \tag{2.10}$$

Температуры на границах слоев t_2 и t_3 можно рассчитать по уравнениям (2.8) после того, как найдена плотность теплового потока (q) по (2.10).

Общий вид уравнения (2.10) для многослойной плоской стенки, состоящей из n однородных слоев с постоянными температурами на наружных поверхностях t_{c_1} и t_{c_2}, имеет вид

$$q = \frac{t_{c_1} - t_{c_2}}{\sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{\delta_i}{\lambda_i}}. \tag{2.11}$$

Средний коэффициент теплопроводности многослойной стенки называют **эффективным** ($\lambda_{эф}$). Он равен коэффициенту теплопроводности однородной стенки, толщина и термическое сопротивление которой равны толщине и термическому сопротивлению многослойной стенки

$$\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \delta_i}{\lambda_{эф}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i},$$

откуда

$$\lambda_{эф} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \delta_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{\delta_i}{\lambda_i}}. \tag{2.12}$$

2.2. Теплопроводность цилиндрической стенки при граничных условиях первого рода

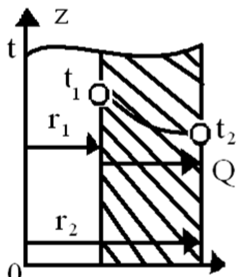


Рис. 2.3

Дано: Однородная цилиндрическая стенка (стенка трубы) с внутренним радиусом r_1, наружным — r_2, длиной *l*, с постоянным коэффициентом теплопроводности λ, с постоянными температурами на поверхностях t_1 и t_2. (рис. 2.3).

Определить: уравнение температурного поля t = f (r), тепловой поток, передаваемый через стенку Q, Вт.

Дифференциальное уравнение теплопроводности в цилиндрических координатах (см.: 1.14) для условий данной задачи:

$$\left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial t}{\partial r}\right)=0 \tag{2.13}$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau}=0,\ q_v=0,\ \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2}=0,\ \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}=0. \tag{2.14}$$

Граничные условия первого рода:

$$\text{при } r = r_1 \quad t = t_1, \tag{2.15}$$

$$\text{при } r = r_2 \quad t = t_2. \tag{2.16}$$

Порядок решения системы уравнений (2.13) — (2.14) тот же, что и в случае плоской стенки: находится общий интеграл дифференциального уравнения второго порядка (2.15), который содержит две константы интегрирования c_1 и c_2. Последние определяются с помощью граничных условий (2.15) и (2.16), и после подстановки их значений в решение дифференциального уравнения (общий интеграл) получаем **уравнение температурного поля цилиндрической стенки** t = t(f) в виде

$$t=t_1-\frac{t_1-t_2}{\ln\frac{r_2}{r_1}}\ln\frac{r}{r_1}, \tag{2.18}$$

где $r_1 \le r \le r_2$ — текущий радиус.

Нетрудно убедиться, что при подстановке в (2.18) $r = r_1$ получим $t = t_1$, при $r = r_2$ получим $t = t_2$. Распределение температуры по толщине цилиндрической стенки в соответствии с (2.18) подчиняется логарифмическому закону (рис. 2.3).

Для определения теплового потока воспользуемся законом Фурье:

$$Q=-\lambda\frac{dt}{dr}F=-\lambda\frac{dt}{dr}2\pi r l. \tag{2.19}$$

Если взять производную $\frac{\mathrm{dt}}{\mathrm{dr}}$ от правой части уравнения (2.18) и подставить в (2.19), получим расчетную формулу для **теплового потока цилиндрической стенки:**

$$Q=\frac{2\pi l\lambda(t_1-t_2)}{\ln\frac{r_2}{r_1}}. \tag{2.20}$$

В технических расчетах часто тепловой поток вычисляется для 1 м длины трубы:

$$Q_t = \frac{Q}{l} = \frac{2\pi\lambda(t_1 - t_2)}{\ln\dfrac{r_2}{r_1}}$$

и называется **линейной плотностью теплового потока**.

Запишем уравнение (2.20) в виде

$$Q = \frac{t_1 - t_2}{R},$$

где $R = \dfrac{1}{2\pi l\lambda}\ln\dfrac{r_2}{r_1}, \dfrac{K}{Bm}$ — **термическое сопротивление теплопроводности цилиндрической стенки.**

Для трехслойной цилиндрической стенки (трубы, покрытой двумя слоями тепловой изоляции) с известными постоянными температурами поверхностей (t_1 и t_4), с известными геометрическими размерами (r_1, r_2, r_3, r_4, l) и коэффициентами теплопроводности слоев (λ_1, λ_2, λ_3) (рис. 2.4) можно записать следующие уравнения для теплового потока Q:

$$\begin{cases} Q = \dfrac{2\pi l\lambda_1(t_1 - t_2)}{\ln\dfrac{r_2}{r_1}} \\ Q = \dfrac{2\pi l\lambda_1(t_1 - t_2)}{\ln\dfrac{r_2}{r_1}}. \\ Q = \dfrac{2\pi l\lambda_3(t_3 - t_4)}{\ln\dfrac{r_4}{r_3}} \end{cases} \tag{2.21}$$

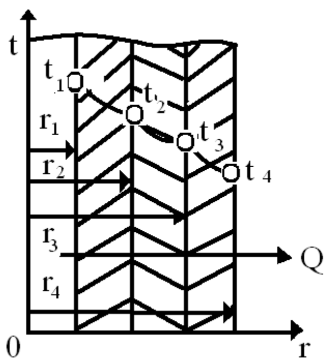


Рис. 2.4

Совместное решение системы уравнений (2.21) дает расчетную формулу для теплового потока, передаваемого через трехслойную стенку при заданных температурах на поверхностях,

$$Q = \frac{t_1 - t_4}{\dfrac{1}{2\pi l\lambda_1}\ln\dfrac{r_2}{r_1} + \dfrac{1}{2\pi l\lambda_2}\ln\dfrac{r_3}{r_2} + \dfrac{1}{2\pi l\lambda_3}\ln\dfrac{r_4}{r_3}}. \tag{2.22}$$

Температуры на границах слоев (t_2, t_3) можно рассчитать по уравнениям (2.21).

Для многослойной цилиндрической стенки, состоящей из n слоев, формулу (2.22) можно записать в общем виде

$$Q = \frac{t_{c_1} - t_{c_2}}{\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{1}{2\pi l\lambda_i}\ln\dfrac{r_{i+1}}{r_i}}. \tag{2.23}$$

Эффективный коэффициент теплопроводности для многослойной цилиндрической стенки, как и для многослойной плоской стенки, определяется из равенства суммы термических сопротивлений многослойной стенки термическому сопротивлению однородной стенки той же толщины, что и многослойная. Так, для двухслойной тепловой изоляции трубы (рис. 2.4) эффективный коэффициент теплопроводности ($\lambda_{эф}$) определится из равенства

$$\frac{1}{2\pi l\lambda_2}\ln\frac{r_3}{r_2}+\frac{1}{2\pi l\lambda_3}\ln\frac{r_4}{r_3}=\frac{1}{2\pi l\lambda_{эф}}\ln\frac{r_4}{r_2}.$$

2.3. Теплопроводность плоской и цилиндрической стенок при граничных условиях третьего рода (теплопередача)

Граничные условия третьего рода состоят в задании температуры жидкости ($t_ж$) коэффициента теплоотдачи (α) между поверхностью стенки и жидкостью.

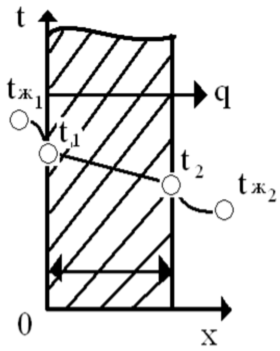
Передача тепла от одной жидкости к другой через разделяющую их стенку называется **теплопередачей.**

Примерами теплопередачи служит перенос теплоты от дымовых газов к воде через стенку трубы парового котла, перенос тепла от горячей воды к окружающему воздуху через стенку батареи отопления и т.д.

Теплообмен между поверхностью и средой (теплоносителем) может быть **конвективным**, если теплоноситель — жидкость (вода, нефть и т.д.) или **радиационно-конвективным**, когда теплота передается путем конвективного теплообмена и излучением, если теплоноситель — газ (дымовые газы, воздух и т.д.).

Рассмотрим теплопередачу через плоскую и цилиндрическую стенки при условии только конвективного теплообмена на поверхностях. Теплопередача с радиационно-конвективным теплообменом (сложным теплообменом) на поверхностях будет рассмотрена позже.

Плоская стенка (рис. 2.5).



Дано: $t_{ж_1}$, $t_{ж_2}$, α_1, α_2, δ, λ.
Определить: q, t_1, t_2.

Рис. 2.5

Плотность теплового потока q описывается следующими уравнениями в зависимости от способа передачи теплоты:

– от горячей жидкости к стенке

$$q=\alpha_1(t_{ж_1}-t_1), \tag{2.24}$$

– через стенку

$$q=\frac{\lambda}{\delta}(t_1-t_2), \tag{2.25}$$

– от стенки к холодной жидкости

$$q=\alpha_2(t_2-t_{ж_2}). \tag{2.26}$$

Записав уравнения (2.24) — (2.26) в виде

$$\begin{cases} t_{ж_1} - t_1 = \dfrac{q}{\alpha_1} \\ t_1 - t_2 = \dfrac{q\delta}{\lambda} \\ t_2 - t_{ж_2} = \dfrac{q}{\alpha_2} \end{cases} \tag{2.27}$$

и сложив почленно правые и левые части уравнений (2.27), **получим формулу для расчета теплопередачи** (q, Вт/м^2) через плоскую стенку в виде

$$q = \frac{t_{ж_1} - t_{ж_2}}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_2}} = \frac{t_{ж_1} - t_{ж_2}}{R_1 + R_2 + R_3}. \tag{2.28}$$

Величины $R_1 = \dfrac{1}{\alpha_1}, R_3 = \dfrac{1}{\alpha_3}$ называются **термическими сопротивлениями теплоотдачи**. Они прямо пропорциональны перепадам температур $(t_{ж_1} - t_1)$ и $(t_2 - t_{ж_2})$.

Температуры на поверхностях стенки t_1 и t_2 можно рассчитать по уравнениям (2.24) — (2.26) после того, как определена плотность теплового потока (q) по уравнению (2.28).

Формулу (2.28) можно записать в виде

$$q = K(t_{ж_1} - t_{ж_2}), \tag{2.29}$$

где $k = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_2}}, \dfrac{Вт}{м^2 \cdot K}$ — **коэффициент теплопередачи плоской стенки** — характеризует интенсивность процесса теплопередачи.

Теплопередача через многослойную плоскую стенку рассчитывается по формуле

$$q = \frac{t_{ж_1} - t_{ж_2}}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{n} \dfrac{\delta_i}{\lambda_i} + \dfrac{1}{\alpha_2}}. \tag{2.30}$$

Цилиндрическая стенка (рис. 2.6).

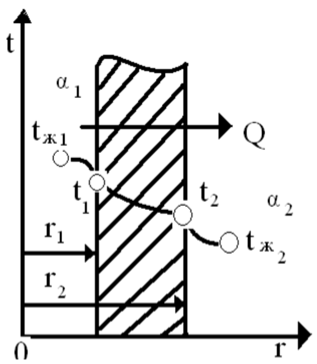


Рис. 2.6

Дано: $t_{ж_1}$, $t_{ж_2}$, α_1, α_2, r_1, r_2, l.
Определить: Q, Вт; t_1, t_2.

Для цилиндрической стенки, по аналогии с плоской стенкой, можно записать следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} Q = \alpha_1 F_1 (t_{ж_1} - t_1) \\ Q = \dfrac{2\pi l \lambda (t_1 - t_2)}{\ln \dfrac{r_2}{r_1}} \\ Q = \alpha_2 F_2 (t_2 - t_{ж_2}) \end{cases}, \tag{2.31}$$

где $F_1 = \pi d_1 l$, $F_2 = \pi d_2 l$ — площади внутренней и наружной поверхностей трубы.

Записав уравнение (2.31) относительно разностей температур, а затем, сложив правые и левые части уравнений, получим формулу для расчета **теплопередачи** (Q, Вт) **через цилиндрическую стенку** в виде

$$q = \frac{t_{ж_1} - t_{ж_2}}{\dfrac{1}{\alpha_1 F_1} + \dfrac{1}{2\pi l \lambda} \ln \dfrac{r_2}{r_1} + \dfrac{1}{\alpha_2 F_2}}. \tag{2.32}$$

Температуры на поверхностях стенки t_1 и t_2 рассчитываются по уравнениям (2.31).

Формулу (2.32) также можно представить в виде

$$Q = k(t_{ж_1} - t_{ж_2}),$$

где $k = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1 F_1} + \dfrac{1}{2\pi l \lambda} \ln \dfrac{r_2}{r_1} + \dfrac{1}{\alpha_2 F_2}}, \dfrac{Вт}{К}$ — **коэффициент теплопередачи цилиндрической стенки.**

Для металлических труб $c\dfrac{d_2}{d_1} > 1{,}8$ можно пренебречь кривизной стенки и теплопередачу рассчитать по формулам для плоской стенки:

$$Q = kF(t_{ж_1} - t_{ж_2}) = k\pi d_x l(t_{ж_1} - t_{ж_2}), \text{ Вт},$$

где

$$k = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_2}}, \frac{Вт}{м^2 \cdot K}.$$

Диаметр $d_x = d_1$, если $\alpha_1 << \alpha_2$; $d_x = d_2$, если и $\alpha_2 << \alpha_1$.

$d_x = \dfrac{d_1 + d_2}{2}$, если α_1 и α_2 соизмеримы.

Теплопередача через многослойную цилиндрическую стенку рассчитывается по формуле

$$Q = \frac{t_{ж_1} - t_{ж_2}}{\dfrac{1}{\alpha_1 F_1} + \sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{1}{2\pi l \lambda_i} \ln \dfrac{r_{i+1}}{r_i} + \dfrac{1}{\alpha_2 F_2}}, \tag{2.33}$$

где F_1 и F_2 — площади внутренней и наружной поверхностей многослойной цилиндрической стенки.

2.4. Критический диаметр тепловой изоляции

Тепловой изоляцией является покрытие из теплоизоляционного материала, которое способствует снижению потерь в окружающую среду.

Пусть труба покрыта слоем тепловой изоляции (рис. 2.7 (а)).

Теплопотери (Q, Вт) через теплоизолированную стенку трубы можно представить формулой

$$Q = \frac{t_{ж_1} - t_{ж_2}}{R}, \qquad (2.34)$$

где

$$R = \frac{1}{\alpha_1 \pi d_1 l} + \frac{1}{2\pi\lambda_1 l}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda_{из} l}\ln\frac{d_{из}}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 \pi d_{из} l} = f(d_{из}). \qquad (2.35)$$

Графическая зависимость $R = f(d_{из})$ представлена на рисунке 2.7 (б), откуда следует, что термическое сопротивление изоляции с увеличением диаметра изоляции может уменьшаться до минимального значения, а затем увеличиваться. Так как теплопотери (Q) обратно пропорциональны термическому сопротивлению (R) согласно (2.36), то зависимость $Q = f(d_{из})$ является зеркальным отображением кривой $R = f(d_{из})$.

Значение $d_{из}$, соответствующее минимуму кривой $R = f(d_{из})$, называется **критическим диаметром** $d_{кр}$ и может быть определено из условия минимума функции

$$\frac{dR}{d(d_{из})} = 0. \qquad (2.36)$$

Совместное решение (2.35) и (2.36) дает

$$\frac{1}{2\lambda_{из} d_{из}} - \frac{1}{\alpha_2 d_{из}^2} = 0,$$

откуда

$$d_{из} = d_{кр} = \frac{2\lambda_{из}}{\alpha_2}. \qquad (2.37)$$

Критическому диаметру изоляции соответствует минимальное термическое сопротивление и максимальный тепловой поток.

Анализ уравнения (2.35) показывает:

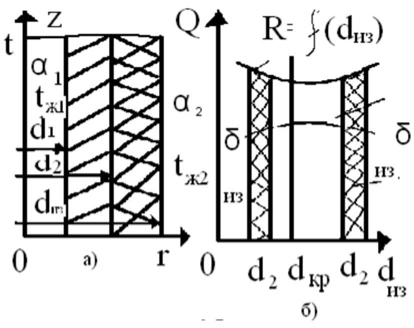


Рис. 2.7

а) при наложении тепловой изоляции толщиной $\delta_{из}$ на трубу с $d_2 < d_{кр}$ (рис. 2.7 (б)) термическое сопротивление уменьшается, теплопотери увеличиваются, т.к. увеличивается площадь теплоотдающей поверхности изоляции ($\pi d_{из} l$);

б) если $d_2 > d_{кр}$, термическое сопротивление увеличивается, теплопотери уменьшаются, тепловая изоляция оправдывает свое назначение, т.к. третье слагаемое в уравнении (2.35) становится существенно больше, чем четвертое.

Таким образом, тепловая изоляция уменьшает теплопотери, если $d_2 \geq d_{кр}$,

$$d_2 \geq \frac{2\lambda_{из}}{\alpha_2},$$

откуда

$$\lambda_{из} \leq \frac{\alpha_2 d_2}{2}. \qquad (2.38)$$

Правильно подобранный теплоизоляционный материал должен удовлетворять условию (2.38).

Контрольные вопросы и задания

1. Как изменяется термическое сопротивление плоской стенки: а) с увеличением толщины стенки (δ); б) с увеличением коэффициента теплопроводности (λ)? Сравните термическое сопротивление пластин одинаковой толщины из текстолита и стали.

2. Как рассчитать передаваемую теплоту через плоскую стенку за одни сутки, если известны температуры на поверхностях стенки (t_1 и t_2), толщина стенки (δ), коэффициент теплопроводности (λ), площадь изотермической поверхности (F)?

3. Рассчитайте эффективный коэффициент теплопроводности ($\lambda_{эф}$) для конденсатора, набранного из 7 дюралевых листов толщиной δ_1 = 1,5 мм с теплопроводностью λ_1 = 174 Вт/м·К, между которыми находится пропиточная бумага с толщиной слоев δ_2 = 3 мм, λ_2 = 0,116 Вт/м·К. Ответ: $\lambda_{эф}$ = 0,184 Вт/м·К.

4. Тепловой поток, передаваемый теплопроводностью через цилиндрическую или плоскую стенку, рассчитывается по формуле $Q = \dfrac{t_{c_1} - t_{c_2}}{R}$, Вт. Запишите формулы для термического сопротивления (R) плоской и цилиндрической стенок.

5. Температура внутренней поверхности цементной трубы t_1 = 50 °С, наружной — t_2 = -20 °С. Запишите уравнение, по которому можно рассчитать радиус изотермической поверхности с температурой t = 0 °С.

6. Что можно сказать о температурах среды ($t_ж$) и поверхности стенки ($t_с$) при условии $\alpha \to \infty$?

7. Запишите формулу для коэффициента теплопередачи многослойной плоской стенки.

8. Запишите термическое сопротивление теплопроводности и термическое сопротивление теплоотдачи цилиндрической стенки. Какие перепады температур они определяют?

9. Наложение электроизоляции на кабели и провода с $d_2 < d_{кр}$ улучшает их охлаждение, снижает температуру. При каком диаметре изоляции охлаждение будет максимальным, а температура минимальной? Какому условию по $\lambda_{из}$ должен удовлетворять правильно подобранный электроизоляционный материал?

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. Стены сушильной камеры выполнены из красного кирпича толщиной δ_1 = 250 мм с коэффициентом теплопроводности λ_1 = 0,7 Вт/м·К и слоя строительного войлока с коэффициентом теплопроводности λ_2 = 0,0405 Вт/м К. Температура наружной поверхности кирпичного слоя t_1 = 110 °С, наружной поверхности войлочного слоя t_3 = 25 °С.

Определить температуру плоскости соприкосновения слоев t_2 и толщину войлочного слоя δ_2 при условии, что тепловые потери камеры не превышают q = 110 Вт/м^2.

Каков эффективный (средний) коэффициент теплопроводности двухслойной стенки?

Примечание. Расчетные формулы для решения данной задачи содержатся в разделе 2.1 настоящего пособия.

Ответы: t_2 = 70,7 °С; δ_2 = 16,8 мм; $\lambda_{эф}$ = 0,326 Вт/м·К.

Задача № 2. Паропровод диаметром d_2/d_1 = 160/150 мм покрыт слоем тепловой изоляции толщиной δ = 100 мм; коэффициент теплопроводности стенки трубы λ_1 = 50 Вт/м·К, изоляции λ_2 = 0,08 Вт/м·К. Температура внутренней поверхности трубопровода t_1 = 400 °С, наружной поверхности изоляции t_3 = 50 °С.

Найти тепловые потери на 1 м длины паропровода (Q_l, Вт/м) и перепады температур на трубе (t_1–t_2) и на слое изоляции (t_2–t_3).

Примечание. Расчетные формулы содержатся в разделе 2.2.

Ответы: Q_l = 216,8 Вт/м; t_1–t_2 = 0,045 °С; t_2–t_3 = 349,95 °С.

Задача № 3. Определить потерю теплоты с 1 м длины трубопровода (Q_l, Вт/м) диаметром d_2/d_1 = 165/150 мм, покрытого слоем изоляции толщиной δ = 60 мм. Коэффициент теплопроводности трубы λ_1 = 50 Вт/м·К, изоляции λ_2 = 0,15 Вт/м·К. Температура воды в трубопроводе

$t_{ж_1}$ = 90 °С, коэффициент теплоотдачи от воды к стенке трубы α_1 = 1 000 Вт/м$_2$·К, температура окружающего воздуха $t_{ж\,2}$ = -15 °С, коэффициент теплоотдачи от поверхности изоляции к воздуху α_2 = 8 Вт/м$_2$·К.

Рассчитать также температуру наружной поверхности изоляции ($t_{из}$).

Сравнить Q_l теплоизолированного трубопровода с потерями теплоты от оголенного трубопровода(Q_l) при условии одинакового α_2.

Рассчитать потери теплоты от оголенного трубопровода ($Q_l^{''}$) по приближенной формуле (для плоской стенки толщиной $\delta = \frac{d_2 - d_1}{2}$) и определить относительную погрешность расчета $\delta = \frac{Q_l^{\prime} - Q_l^{\prime\prime}}{Q_l} \cdot 100\%$.

Примечание. Все необходимые расчетные формулы содержатся в разделе 2.3.

Ответы: Q_l = 145,4 Вт/м; $t_{из}$ = 5,3 °С; $Q_l^{'}$ = 430,9 Вт/м; $Q_l^{''}$ = 431,2 Вт/м; δ = 0,07%.

Задача № 4. Можно ли использовать асбест с коэффициентом теплопроводности λ = 0,11 Вт/м·К для теплоизоляции трубопровода с d_2 = 20 мм, если коэффициент теплоотдачи α_2 = 8 Вт/м$_2$·К?

Каким должен быть максимальный коэффициент теплопроводности изоляции, используемой для этой цели?

Примечание. Расчетные формулы содержатся в разделе 2.4.

Ответы: нельзя, т.к. $d_2 < d_{кр}$ = 21,5 мм; $\lambda_{из}^{\max} = 0{,}08 \frac{Вт}{м \cdot К}$.

3. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ТЕЛС ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛА ПРИ СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

Примеры процессов с внутренним тепловыделением: выделение джоулевой теплоты при прохождении электрического тока по проводникам; объемное выделение теплоты в тепловыделяющих элементах ядерных реакторов; выделение теплоты при протекании ряда химических реакций и т.д.

Важной исходной величиной для расчета теплопроводности в телах с внутренними источниками теплоты является **плотность объемного тепловыделения**

$$q_v = \frac{Q}{V},$$

где Q, Вт — теплота, выделяемая за 1 с; V, м^3 — тепловыделяющий объем.

Для проводников электрического тока выделяемая джоулевая теплота равна электрической мощности (Q = N), а плотность объемного тепловыделения

$$q_v = \frac{N}{V}.$$

3.1. Теплопроводность однородной пластины. (Граничные условия третьего рода)

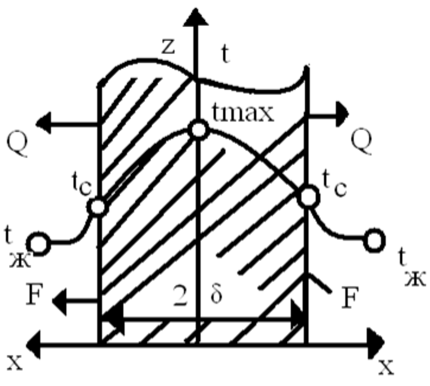


Рис. 3.1

Дано: тонкая пластина толщиной 2δ, площадью поверхности F, м^2 с коэффициентом теплопроводности λ = const, с объемным тепловыделением q_v находится в среде с температурой $t_ж$ = const (рис. 3.1). Задан коэффициент теплоотдачи α = const. Условие «тонкой» пластины предполагает пренебрежимо малый отток тепла в среду с торцов, теплота передается в среду только с боковых поверхностей пластины.

Определить: уравнение температурного поля t = f(x), тепловой поток Q, отводимый с боковой поверхности пластины.

Температурное поле пластины описывается дифференциальным уравнением теплопроводности (см. (1.13)). Для стационарного режима $\left(\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0\right)$ при отсутствии теплоотдачи с торцов $\left(\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} = 0\right)$ оно запишется в виде

$$\frac{\partial^2 t}{dx^2} + \frac{q_v}{\lambda} = 0. \tag{3.1}$$

Дифференциальное уравнение второго порядка требует два дополнительных условия однозначности для определения констант интегрирования. Такими условиями являются граничное условие третьего рода (заданы $t_ж$, α), которое на основании (1.15) для данной задачи запишется в виде

$$-\lambda\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=\delta} = \alpha(t_c - t_{ж}), \tag{3.2}$$

и условие максимума температуры в центре пластины

$$\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=0} = 0. \qquad (3.3)$$

Система уравнений (3.1) — (3.3) является математической постановкой задачи.

Граничные условия на поверхностях пластины одинаковы, тепловые потоки, отводимые с поверхностей, одинаковы, поэтому можно рассматривать лишь одну половину пластины, например, правую, для которой записано граничное условие (3.2).

После интегрирования (3.1) получим

$$\frac{dt}{dx} = -q_v \frac{x}{\lambda} + c_1, \qquad (3.4)$$

$$t = -q_v \frac{x^2}{2\lambda} + c_1 x + c_2. \qquad (3.5)$$

Уравнение (3.5) — общий интеграл уравнения (3.1). Постоянные интегрирования c_1 и c_2 определяются с помощью граничных условий (3.2) и (3.3). Из уравнения (3.4) с учетом (3.3) получим

$$\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=0} = c_1 = 0.$$

Из уравнения (3.4) при $x = \delta$ имеем

$$\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=\delta} = -\frac{q_v}{\lambda}\delta,$$

а из (3,5) при $x = \delta$

$$t_c = -\frac{q_v \delta}{2\lambda} + c_1.$$

Значения $\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=\delta}$ и t_c подставим в (3.2) и найдем постоянную интегрирования

$$c_2 = \frac{q_v \delta}{\alpha} + \frac{q_v \delta^2}{2\lambda} + t_{ж}.$$

После подстановки значений c_1 и c_2 в (3.5) получим **уравнение температурного поля $t = f(x)$ при граничных условиях третьего рода**

$$t = t_{ж} + \frac{q_v \delta}{\alpha} + \frac{q_v \delta^2}{2\lambda}\left[1 - \left(\frac{x}{\delta}\right)^2\right], \qquad (3.6)$$

где x — текущая координата.

Уравнение (3.6) — симметричная парабола (см. рис. 3.1). Максимальная температура (t_{max}) — в центре пластины ($x = 0$), минимальная (t_c) — на поверхности пластины ($x = \delta$). При этих условиях из (3.6) можно получить расчетные формулы для максимальной температуры и температуры поверхности пластины

$$t_{\max} = t_{ж} + \frac{q_v \delta}{\alpha} + \frac{q_v \delta^2}{2\lambda}, \qquad (3.7)$$

$$t_c = t_{ж} + \frac{q_v \delta}{\alpha}. \qquad (3.8)$$

Если в уравнение (3.6) подставить значение t_c согласно (3.8), то получим **уравнение температурного поля пластины t = f(x) при граничных условиях первого рода**

$$t = t_c + \frac{q_v \delta}{2\lambda}\left[1 - \left(\frac{x}{\delta}\right)^2\right]. \tag{3.9}$$

Тепловой поток, рассеиваемый поверхностью F, рассчитывается по формулам:

$$Q = \alpha(t_c - t_ж)F, \tag{3.10}$$

$$Q = q_v \cdot \frac{V}{2}, \tag{3.11}$$

где V, $м^3$ — объем пластины.

Суммарный тепловой поток, рассеиваемый двумя боковыми поверхностями, вдвое больше, т.к. площадь поверхности охлаждения $F_{охл} = 2F$, тепловыделяющий объем — V, $м^3$.

Граничные условия третьего рода.

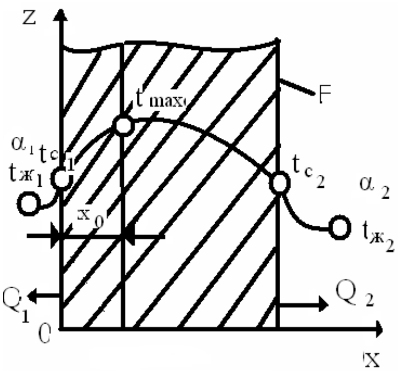


Рис. 3.2

Дано: тонкая пластина толщиной δ. Известны: q_v, λ = const, $t_{ж_1}$, $t_{ж_2}$, α_1, α_2 (рис. 3.2).

Определить: уравнение температурного поля t = f(x), потоки теплоты (Q_1, Q_2), координату максимальной температуры (x_o).

Математическая формулировка задачи включает в себя дифференциальное уравнение температурного поля пластины (3.1), граничные условия третьего рода для поверхностей пластины(3.12), (3.13) и условие максимума температуры при $x = x_0$ (3.14)

$$-\lambda\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=\delta} = \alpha_2(t_{c_2} - c_{ж_2}), \tag{3.12}$$

$$\lambda\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=0} = \alpha_1(t_{c_1} - c_{ж_1}), \tag{3.13}$$

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=x_0} = 0. \tag{3.14}$$

Три уравнения (3.12) — (3.14) необходимы для определения постоянных интегрирования c_1 и c_2 и координаты максимальной температуры x_o.

Совместное решение дифференциальных уравнений (3.1), (3.12) — (3.14) дает **уравнение температурного поля пластины t = f(x) при несимметричных условиях охлаждения**

$$t = t_ж - \frac{q_v}{2\lambda}x^2 + \left(x + \frac{\lambda}{\alpha_1}\right)M, \tag{3.15}$$

где

$$M = \frac{\dfrac{q_v\delta}{\alpha_2} + \dfrac{q_v\delta^2}{2\lambda} + (t_{ж_2} - t_{ж_1})}{\dfrac{\lambda}{\alpha_2} + \delta + \dfrac{\lambda}{\alpha_1}},$$

и формулу для расчета координаты максимальной температуры

$$x_0 = \frac{\lambda}{q_v} M \,. \qquad (3.16)$$

Уравнение (3.15) — несимметричная парабола (см. рис. 3.2). Формулы для вычисления температур на поверхностях пластины (t_{c_1} и t_{c_2}) и максимальной температуры (t_{max}) можно получить, если в (3.15) подставить значения x = 0, x = δ, x = x_o соответственно.

Потоки тепла, рассеиваемые поверхностями пластины, рассчитываются по формулам

$$Q_1 = q_v \cdot V_1 = q_v x_0 F, \qquad (3.17)$$

$$Q_2 = q_v \cdot V_2 = q_v(\delta - x_o)F, \qquad (3.18)$$

где F, $м^2$ — площадь поверхности пластины; V_1, V_2, $м^3$ — тепловыделяющие объемы.

Несимметричные условия охлаждения (граничные условия первого рода).

Дано: тонкая пластина толщиной δ. Известны: q_n, λ=const, t_{c_1}, t_{c_2} (рис. 3.2).

Определить: уравнение температурного поля t = f(x), координату максимальной температуры (x_0).

Математическая формулировка задачи включает в себя дифференциальное уравнение температурного поля пластины (3.1), граничные условия первого рода для поверхностей пластины:

$$\text{при } x = 0 \qquad t = t_{c_1}, \qquad (3.19)$$

$$\text{при } x = \delta \qquad t = t_{c_2} \qquad (3.20)$$

и условие максимума температуры (3.14).

Решение системы уравнений (3.1), (3.19), (3.20), (3.14) дает **уравнение температурного поля t~f(x)** в виде

$$t = -\frac{q_v}{2\lambda}x^2 + \left(\frac{t_{c_2} - t_{c_1}}{\delta} + \frac{q_v\delta}{2\lambda}\right)x + t_{c_1} \qquad (3.21)$$

и формулу для расчета **координаты максимальной температуры**

$$t = \frac{\delta}{2} + \frac{(t_{c_2} - t_{c_1})\lambda}{q_v\delta}. \qquad (3.22)$$

Потоки тепла, рассеиваемые поверхностями пластины, рассчитываются по уравнениям (3.17), (3.18).

3.2. Теплопроводность однородного цилиндрического стержня

Дано: длинный цилиндрический стержень радиусом r_0 с коэффициентом теплопроводности λ = const, с объемным тепловыделением q_v находится в среде с температурой $t_Ж$, задан коэффициент теплоотдачи α = const (рис. 3.3). Условие бесконечного стержня предполагает пренебрежимо малый отток тепла в среду с торцов стержня. Вся теплота отдается в среду только цилиндрической поверхностью стержня. При этом температура цилиндрической поверхности будет одинаковой (t_c) и температура в стержне будет изменяться только по радиусу.

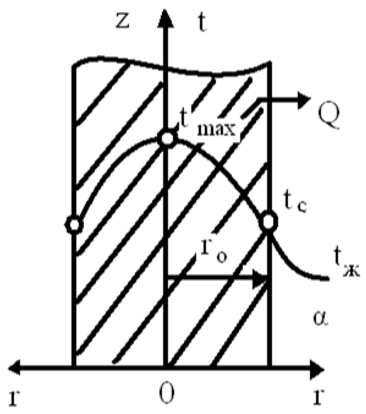


Рис 3.3

Определить: уравнение температурного поля t = f(x); тепловой поток (Q, Вт), рассеиваемый цилиндрической поверхностью стержня.

Температурное поле цилиндрического стержня описывается дифференциальным уравнением теплопроводности в цилиндрических координатах (1.14). При условиях стационарного режима $\left(\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0\right)$ и постоянства температур t_c и $t_ж$ уравнение (1.14) запишется в виде

$$\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dt}{dr} + \frac{q_v}{\lambda} = 0. \qquad (3.23)$$

Граничные условия третьего рода для цилиндрической поверхности стержня

$$-\lambda\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_0} = \alpha(t_c - t_{ж}). \qquad (3.24)$$

Условие максимума температуры в центре стержня

$$\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=0} = 0. \qquad (3.25)$$

Решением уравнения (3.23) является общий интеграл

$$t = -\frac{q_v r^2}{4\lambda} + c_1 \ln r + c_2. \qquad (3.26)$$

После нахождения постоянных интегрирования c_1 и c_2 с помощью условий (3.24) и (3.25) получим **уравнение температурного поля цилиндрического стержня t = f(r)** в виде

$$t = t_{ж} + \frac{q_v r_0}{2\alpha} + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}\left[1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right], \qquad (3.27)$$

где r — текущий радиус.

Уравнение (3.27) — симметричная парабола (рис. 3.3).

Подстановка в (3.27) r = 0, r = r_0 дает расчетные формулы для t_{max}, t_c:

$$t_{max} = t_{ж} + \frac{q_v r_0}{2\alpha} + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}, \qquad (3.28)$$

$$t_c = t_{ж} + \frac{q_v r_0}{2\alpha}. \qquad (3.29)$$

При подстановке (3.29) в (3.27) получим **уравнение температурного поля цилиндрического стержня при граничных условиях первого рода**

$$t = t_c + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}\left[1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]. \qquad (3.30)$$

Тепловой поток, рассеиваемый цилиндрической поверхностью, можно определить двумя способами:

$$Q = \alpha\,(t_c - t_ж)F, \text{ Вт},$$

$$Q = q_v V, \text{ Вт},$$

где $F = 2\pi r_o\, l$, м^2 — площадь цилиндрической поверхности стержня; $V = \pi r_0^2\, l$, м^3 — объем стержня; l, м — длина стержня.

3.3. Теплопроводность цилиндрической стенки

Рассматривается цилиндрическая стенка с внутренним тепловыделением q_v при отсутствии теплоотдачи с торцов. Температурное поле такой стенки описывается уравнением (3.23) с общим интегралом (3.26).

Рассмотрим случаи, когда теплоотдающей поверхностью являются:

1) наружная поверхность;

2) внутренняя поверхность;

3) обе поверхности.

Охлаждение только по наружной поверхности (рис. 3.4).

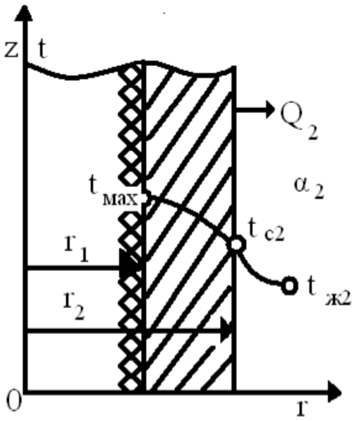


Рис. 3.4

Дано: r_1, r_2, l, q_v, λ, $t_{ж2}$, α_2.

Определить: уравнение температурного поля $t = f(r)$, тепловой поток (Q_2, Вт), рассеиваемый наружной поверхностью.

Для нахождения постоянных интегрирования c_1 и c_2 в уравнении (3.26) потребуется два дополнительных условия: граничное условие третьего рода для наружной поверхности стенки

$$-\lambda\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_2} = \alpha_2(t_{c_2} - t_{ж_2}) \tag{3.31}$$

и условие максимума температуры на внутренней поверхности стенки

$$\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_1} = 0. \tag{3.32}$$

Решением системы уравнений (3.23), (3.31), (3.32) является **уравнение температурного поля t = f(r)** в виде

$$t = t_{ж_2} + \frac{q_v r_2}{2\alpha_2}\left[1-\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right] + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda}\left[1+\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 2\ln\frac{r}{r_2} - \left(\frac{r}{r_2}\right)^2\right], \tag{3.33}$$

где r — текущий радиус.

Расчетные формулы для вычисления максимальной температуры (t_{max}), наружной поверхности стенки (t_{c_2}) можно получить, если в (3.33) подставить $r = r_1$, $r = r_2$ соответственно.

Тепловой поток, рассеиваемый наружной поверхностью стенки,

$$Q_2 = q_v \cdot V, \tag{3.34}$$

где $V = \pi(r_2^2 - r_1^2)l, м^3$ — тепловыделяющий объем.

Охлаждение только по внутренней поверхности (рис. 3.5).

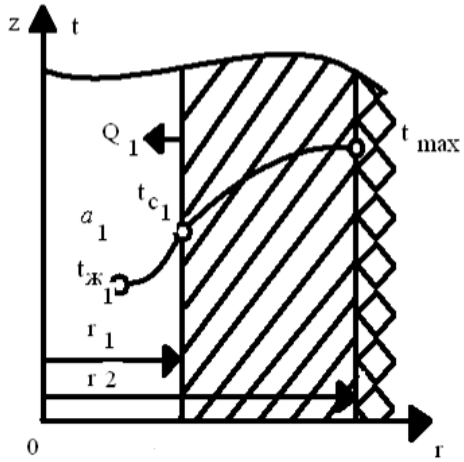


Рис. 3.5

Дано: r_1, r_2, l, q_v, $\lambda, t_{ж_1}, \alpha_1$.

Определить: t = f(r), Q_1, Вт.

Граничное условие третьего рода для внутренней поверхности стенки запишется в виде

$$\lambda\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_1} = \alpha_1(t_{c_1} - t_{ж_1}). \tag{3.35}$$

Условие максимума температуры на наружной поверхности стенки

$$\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_2} = 0. \tag{3.36}$$

Решением системы уравнений (3.23), (3.35), (3.36) является **уравнение температурного поля t = f(r)**

$$t = t_{ж_1} + \frac{q_v r_1}{2\alpha_1}\left[\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right] + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda}\left[2\ln\frac{r}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - \left(\frac{r}{r_2}\right)^2\right]. \tag{3.37}$$

Расчетные формулы для t_{max} и t_{c_1} можно получить, если в (3.37) подставить $r = r_2$ и $r = r_1$ соответственно.

Тепловой поток Q_1, рассеиваемый внутренней поверхностью стенки, рассчитывается по уравнению (3.34).

Охлаждение по внутренней и наружной поверхностям (рис. 3.6).

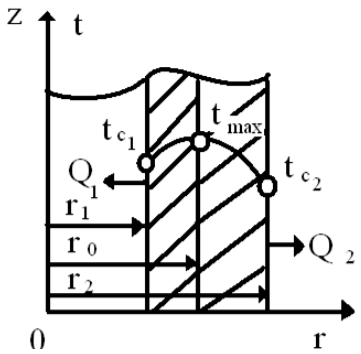


Рис. 3.6

Дано: r_1, r_2, l, q_v, λ, t_{c_1}, t_{c_2}.

Определить: t = f(r), радиус максимальной температуры r_o, тепловые потоки Q_1, Q_2.

Для нахождения постоянных интегрирования c_1 и c_2 в уравнении (3.26) и радиуса максимальной температуры r_o потребуется три дополнительных условия: граничные условия первого рода на поверхностях стенки

$$\text{при } r = r_1 \qquad t = t_{c_1}, \tag{3.38}$$

$$\text{при } r = r_2 \qquad t = t_{c_2} \tag{3.39}$$

и условие максимума температуры при $r = r_o$

$$\left(\frac{dt}{dr}\right)_{r=r_0} = 0. \tag{3.40}$$

Решением системы уравнений (3.23), (3.38) — (3.40) является **уравнение температурного поля стенки t = f(r)**

$$t = t_{c_1} + \frac{q_v}{4}(r_1^2 - r^2) + \frac{q_v r_0^2}{2\lambda}\ln\frac{r}{r_1}, \tag{3.41}$$

где r — текущий радиус, и формула для расчета **радиуса максимальной температуры**

$$r_0^2 = \frac{q_v(r_2^2 - r_1^2) - 4\lambda(t_{c_1} - t_{c_2})}{2q_v \ln\frac{r_2}{r_1}}. \tag{3.42}$$

Формулы для расчета перепадов температуры в стенке получены на основании (3.41):

$$t_{\max} - t_{c_2} = \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}\left[\left(\frac{r_2}{r_0}\right)^2 - 2\ln\frac{r_2}{r_0} - 1\right], \tag{3.43}$$

$$t_{\max} - t_{c_1} = \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}\left[\left(\frac{r_2}{r_0}\right)^2 + 2\ln\frac{r_0}{r_1} - 1\right]. \tag{3.44}$$

Потоки теплоты Q_1 и Q_2, рассеиваемые поверхностями стенки, рассчитываются по формулам

$$Q_1 = q_v \cdot V_1 = q_v\pi(r_0^2 - r_1^2)l, \tag{3. 45}$$

$$Q_2 = q_v \cdot V_2 = q_v\pi(r_2^2 - r_0^2)l. \tag{3.46}$$

Суммарный тепловой поток

$$Q = Q_1 + Q_2 = q_v\pi(r_2^2 - r_1^2)l. \tag{3.47}$$

Контрольные задания

1. Рассчитайте объемную плотность внутреннего тепловыделения (q_v, Вт/м^3) стальной шины с размерами 3×100×1 000 мм при допустимой нагрузке *l* = 300 А. Удельное электрическое сопротивление материала шины ρ = 0,13 $\frac{Ом \cdot мм^2}{м}$.

Ответ: q_v = 1,310^5 Вт/м^3.

2. Сделайте подстановку значения t_c в уравнение (3.10) и убедитесь, что правые части уравнений (3.10) и (3.11) одинаковы.

3. Запишите формулы для расчета температур t_{c_1}, и t_{c_2} на поверхностях пластины при несимметричных условиях ее охлаждения и граничных условиях третьего рода, используя уравнение температурного поля (3.15).

4. Запишите формулу для расчета максимальной температуры (t_{max}) пластины при несимметричных условиях охлаждения и граничных условиях первого рода, используя уравнение температурного поля (3.21).

5. Рассчитайте плотность внутреннего тепловыделения (q_v, Вт/м^3), тепловой поток (Q, Вт), рассеиваемый поверхностью цилиндрического нихромового стержня диаметром d = 5 мм, длиной *l* = 420 мм при напряжении U = 10 В и электрическом сопротивлении R = 0,025 Ом.

Ответы: q_v = 4,83 – 10^8 Вт/м^3; Q = N = 4 000 Вт.

6. Для цилиндрической стенки с охлаждением только по наружной поверхности, используя уравнение температурного поля (3.33), получите расчетные формулы для t_{max}, t_{c_2}, $t_{max} - t_{c_2}$.

7. Для цилиндрической стенки с охлаждением только по внутренней поверхности, используя уравнение температурного поля (3.37), получите расчетные формулы для t_{max}, t_{c_1}, $t_{max} - t_{c_1}$.

8. Сделайте вывод формул (3.43) и (3.44) и убедитесь в их правильности.

Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1. По электрическому нагревателю, выполненному из константановой ленты сечением 1×6 мм^2 и длиной 1 м, протекает электрический ток I = 20 А, U = 200 В.

Определить температуру поверхности ленты (t_c и середины сечения по толщине (t_{max})), если коэффициент теплоотдачи на поверхности нагревателя α = 1 000 Вт/м^2·К, температура среды $t_ж$ = 100 °С, коэффициент теплопроводности константа λ = 20 Вт/м·К.

Рассчитать плотность теплового потока (q, Вт/м^2), отводимого от поверхности нагревателя.

Примечание. Необходимые формулы для расчета содержатся в разделе 3.1.

Ответы: t_c = 433,4 $^oС$; t_{max} = 437 $^oС$; q = 3,34·10^5 Вт/м^2.

Задача № 2. Тепловыделяющий элемент ядерного реактора выполнен из смеси карбида урана и графита в виде цилиндрического стержня диаметром d = 10 мм. Плотность внутреннего тепловыделения q_v = 3,88·10^8 Вт/м^3. Теплопроводность материала стержня λ = 58 Вт/м·К.

Определить температуру (t_c) и плотность теплового потока (q, Вт/м^2) на поверхности стержня, если его максимальная температура 2 000 °С.

Примечание. Формулы, необходимые для расчета, содержатся в разделе 3.2.

Ответы: t_c = 1 939,8 °С; q = 1,164·10^6 Вт/м^2.

Пример решения задачи

Тепловыделяющий элемент выполнен из урана (λ = 31 Вт/м·К) в форме трубы (рис. 3.7) с внутренним диаметром d_1 = 14 мм, наружным d_2 = 24 мм.

Объемная плотность тепловыделения q_v = 5·10^7 Вт/м^3. Поверхности ТВЭЛа покрыты плотно прилегающими оболочками из нержавеющей стали ($λ_c$ = 20 Вт/м·К) толщиной δ = 0,5 мм. ТВЭЛ охлаждается двуокисью углерода (CO_2) по внутренней и наружной поверхностям оболочек с $t_{ж_1}$ = 200 °С и $t_{ж_2}$ = 240 $^oС$. Коэффициенты теплоотдачи от поверхностей оболочек к газу $α_1$ = 520 Вт/м^2·К, $α_2$ = 560 Вт/м^2·К.

Определить максимальную температуру ТВЭЛа (t_{max}) температуры на поверхностях оболочек (t_{c_1} и t_{c_2}) и на поверхностях урана (t_1 и t_2), а также потоки тепла (Q_1 и Q_2), отводимые от поверхности ТВЭЛа в расчете на длину l = 1 м.

Решение

Тепловыделяющий элемент представляет собой цилиндрическую стенку с внутренним тепловыделением, охлаждаемую по наружной и внутренней поверхностям (раздел 3.3). При наличии стальных оболочек на поверхностях ТВЭЛа и с учетом исходных данных можно записать следующую систему уравнений:

$$Q_1 = \frac{t_1 - t_{ж_1}}{\frac{1}{2\pi l \lambda_c} \ln \frac{d_1}{d_1 - 2\delta} + \frac{1}{\pi (d_1 - 2\delta) l \alpha_1}}, \tag{3.48}$$

$$Q_2 = \frac{t_2 - t_{ж_2}}{\frac{1}{2\pi l \lambda_c} \ln \frac{d_2 + 2\delta}{d_2} + \frac{1}{\pi (d_2 + 2\delta) l \alpha_2}}, \tag{3.49}$$

$$Q_1 = q_v \pi (r_0^2 - r_1^2) l, \tag{3.50}$$

$$Q_2 = q_v \pi (r_2^2 - r_0^2) l, \tag{3.51}$$

$$r_0^2 = \frac{q_v (r_2^2 - r_1^2) - 4\lambda (t_1 - t_2)}{2 q_v \ln \frac{r_2}{r_1}}. \tag{3.52}$$

Система уравнений (3.48) — (3.52) содержит пять неизвестных: Q_1, Q_2, t_1, t_2, r_0 и решается методом взаимных подстановок. В результате решения определяются искомые величины: Q_1 = 6 286 Вт; Q_2 = 10 199 Вт; t_1 = 459 °С; t_2 = 458 °С; r_o = 10,2 мм.

Температуры на поверхностях стальных оболочек (t_{c_1}, t_{c_2}), а также максимальная температура ТВЭЛа (t_{max}) рассчитываются по формулам

$$Q_1 = \alpha_1 \pi (d_1 - 2\delta) l (t_{c_1} - t_{ж_1}),$$

$$Q_2 = \alpha_2 \pi (d_2 + 2\delta) l (t_{c_2} - t_{ж_2}),$$

$$t_{\max} = t_1 + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda} \left[\left(\frac{r_1}{r_0} \right)^2 + 2 \ln \frac{r_0}{r_1} - 1 \right]$$

и равны t_{c_1} = 457 °С, t_{c_2} = 455 °С, t_{max} = 463 °С.

Ответы: Q_1 = 6 286 Вт; Q_2 = 10 199 Вт; t_1 = 459 °С; t_2 = 458 °С; r_o = 10,2 мм; t_{c_1} = 457 °С; t_{c_2} = 455 °С; t_{max} = 463 °С.

4. ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ

4.1. Теплообмен излучением между твердыми телами, разделенными диатермичной средой

Диатермичной называется среда, которая сама не излучает и не поглощает энергию излучения, но пропускает все лучи (прозрачна). Диатермичными являются одно- и двухатомные газы. Трех- и многоатомные газы излучают и поглощают энергию. Так как в воздухе содержание таких газов пренебрежимо мало (состав воздуха: ≈ 21% O_2 и ≈ 79% N_2), то его считают диатермичной средой.

4.1.1. Основные понятия и законы теплового излучения

Тепловое излучение — это процесс распространения внутренней энергии тела путем электромагнитных волн. К тепловому излучению относят инфракрасное и видимое излучения, диапазон длин волн которых λ = 0,4—800 мкм. Твердые тела излучают энергию всех длин волн в данном диапазоне, т.е. имеют сплошной спектр излучения.

Твердые тела излучают и поглощают энергию поверхностным слоем, поэтому интенсивность их излучения (поглощения) зависит от температуры и состояния поверхности (гладкая, шероховатая, черная, белая и т.д.).

Количество энергии излучения, переносимой за 1 с через произвольную поверхность F, называется **потоком излучения** и обозначается Q, Вт.

Поток излучения, соответствующий всему спектру излучения, называется **интегральным**.

Поверхностная **плотность потока** интегрального излучения обозначается q = Q/F, Вт/м^2.

Каждое тело не только излучает, но и поглощает лучистую энергию. Разность между поглощенной и собственной лучистой энергией называется **результирующим излучением**:

$$Q_{рез} = Q_{погл} - Q_{соб}.$$

При $Q_{рез} > 0$ температура тела увеличивается, и наоборот.

При $Q_{рез} = 0$ температура тела не изменяется (состояние термического равновесия).

Из всего количества падающей на тело лучистой энергии ($Q_{пад}$) часть ее поглощается ($Q_{погл}$), часть отражается ($Q_{отр}$) и часть проходит сквозь тело ($Q_{проп}$). Следовательно,

$$Q_{под} = Q_{погл} + Q_{отр} + Q_{проп}$$

или

$$1 = \frac{Q_{погл}}{Q_{под}} + \frac{Q_{отр}}{Q_{под}} + \frac{Q_{проп}}{Q_{под}},$$

где $\frac{Q_{погл}}{Q_{пад}} = A$ — коэффициент поглощения; $\frac{Q_{отр}}{Q_{пад}} = R$ — коэффициент отражения; $\frac{Q_{проп}}{Q_{пад}} = D$ — коэффициент проницаемости.

Тогда

$$A+R+D = l.$$

При A = 1, R = 0, D = 0 тело называется **абсолютно черным**; при R = 1, A = 0, D = 0 — **абсолютно белым**; при D = 1, A = 0, R = 0 — **диатермичным (прозрачным)**.

В природе таких тел не существует. Для подавляющего большинства твердых тел справедливо равенство

$$A+R = 1.$$

Закон Стефана — Больцмана устанавливает связь поверхностной плотности потока интегрального излучения абсолютно черного тела с его температурой

$$q_0 = c_0\left(\frac{T}{100}\right)^4, \frac{Вт}{м^2}, \tag{4.1}$$

где $c_0 = 5{,}67 Вт/(м^2 \cdot K^4)$ — коэффициент излучения абсолютно черного тела. Индекс «0» указывает на то, что рассматривается излучение абсолютно черного тела.

Поток излучения абсолютно черного тела вычисляется по формуле

$$Q_0 = c_0 F\left(\frac{T}{100}\right)^4, Вт. \tag{4.2}$$

Степень черноты. Большинство реальных тел можно считать **серыми**. **Степень черноты** серых тел (ε) — это отношение собственного излучения серого тела к излучению абсолютно черного тела при одинаковой температуре, равной температуре серого тела

$$\varepsilon = \frac{Q_{соб}}{Q_0}. \tag{4.3}$$

Степень черноты изменяется в пределах $0 \le \varepsilon \le 1$ и зависит от температуры тела и его физических свойств. Значения ε для различных материалов приводятся в справочниках.

У металлов с увеличением температуры ε растет. При шероховатой поверхности, загрязнении или ее окислении ε может увеличиваться в несколько раз. Так, для полированного алюминия ε = 0,04 ÷ 0,06, при окислении поверхности она становится равной 0,2 ÷ 0,3. Степень черноты теплоизоляционных материалов находится в пределах 0,7 ÷ 0,95.

Согласно (4.3) и (4.2) собственное излучение серых тел рассчитывается по формуле

$$Q_{соб} = \varepsilon c_0\left(\frac{T}{100}\right)^4 F. \tag{4.4}$$

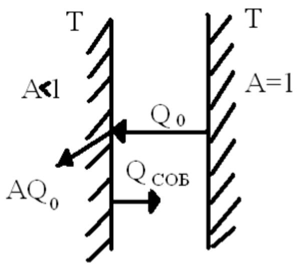


Рис. 4.1

Закон Кирхгофа. Рассмотрим две параллельные поверхности с одинаковой температурой (T), одна из которых **абсолютно черная** (A = 1), другая **серая** (A < 1) (рис. 4.1).

Расстояние между поверхностями мало, так что все излучение одной поверхности попадает на другую.

Излучение абсолютно черной поверхности (Q_0) частично поглощается серой:

$$Q_{погл} = AQ_0.$$

Так как температуры поверхностей одинаковы, то результирующее излучение серой поверхности

$$Q_{рез} = Q_{погл} \cdot Q_{соб} = 0,$$

откуда

$$Q_{погл} = Q_{соб},$$

$$AQ_0 = Q_{соб}, \tag{4.5}$$

$$\frac{Q_{соб}}{A} = Q_0 = c_0 F\left(\frac{T}{100}\right)^4, \tag{4.6}$$

$$\frac{q_{соб}}{A} = q_0 = c_0\left(\frac{T}{100}\right)^4 = f(T). \tag{4.7}$$

Согласно закону Кирхгофа (4.7) отношение **излучательной** способности тела к **поглощательной** зависит только от температуры тела и не зависит от его свойств. Излучательная и поглощательная способности тела прямо пропорциональны друг другу. Если тело не излучает, то оно и не поглощает (абсолютно белое тело).

На основании (4.6) имеем

$$Q_{соб} / Q_0 = A,$$

с учетом (4.3) получим

$$A = \varepsilon. \tag{4.8}$$

Таким образом, из закона Кирхгофа следует, что коэффициент поглощения серых тел численно равен их степени черноты.

4.1.2. Связь лучистых потоков

Перечислим виды лучистых потоков: падающий ($Q_{пад}$), отраженный ($Q_{отр}$), поглощенный ($Q_{погл}$), пропущенный ($Q_{проп}$), собственный ($Q_{соб}$), результирующий ($Q_{рез}$).

Сумма собственного и отраженного излучений называется **эффективным** излучением тела:

$$Q_{эф} = Q_{соб} + Q_{отр}. \tag{4.9}$$

Ранее было введено понятие результирующего излучения

$$Q_{рез} = Q_{погл} + Q_{соб}. \tag{4.10}$$

Получим связи лучистых потоков на примере: пусть на тело с известными температурой (T), степенью черноты (ε) и площадью поверхности (F) падает поток излучения $Q_{пад}$ (рис. 4.2).

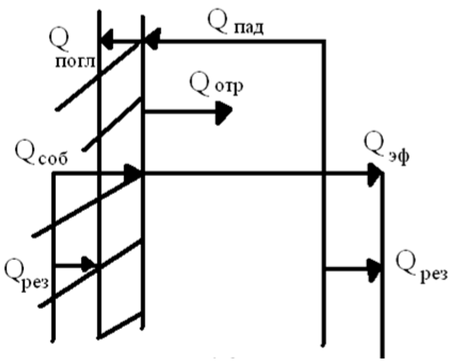


Рис. 4.2

Часть этого излучения поглощается ($Q_{погл}$), часть отражается ($Q_{отр}$). Сумму собственного ($Q_{соб}$) и отраженного ($Q_{отр}$) излучений называют эффективным излучением ($Q_{эф}$). Результирующее излучение согласно (4.10) характеризуется разностью поглощенного ($Q_{погл}$) и собственного ($Q_{соб}$) излучений или падающего ($Q_{пад}$) и эффективного ($Q_{эф}$):

$$Q_{рез} = Q_{пад} - Q_{эф}. \tag{4.11}$$

Если поглощенное излучение тела $Q_{погл} = AQ_{пад}$ подставить в (4.10), разрешить формулу относительно $Q_{пад}$ и подставить в (4.11), то получим

$$Q_{рез} = \frac{Q_{рез} + Q_{соб}}{A} - Q_{эф},$$

откуда

$$Q_{эф} = Q_{рез}\left(\frac{1}{A - 1}\right) + \frac{Q_{соб}}{A},$$

а с учетом (4.6) и (4.8) связь между эффективным и результирующим потоками запишется в виде

$$Q_{эф} = Q_{рез}\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)+c_0F\left(\frac{T}{100}\right)^4 \tag{4.12}$$

или

$$q_{эф} = q_{рез}\left(\frac{1}{\varepsilon}-1\right)+c_0\left(\frac{T}{100}\right)^4. \tag{4.13}$$

Уравнения (4.12), (4.13) широко используются при расчетах лучистого теплообмена между телами.

4.1.3. Теплообмен излучением между двумя телами, произвольно расположенными в пространстве

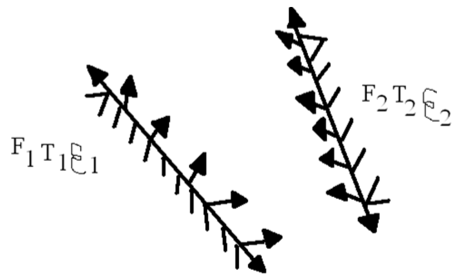


Рис. 4.3

Пусть имеем два тела, для которых даны площади излучающих поверхностей (F_1, F_2), температуры (T_1, T_2, причем $T_1>T_2$), степени черноты (ε_1, ε_2) (рис. 4.3).

Излучение, посылаемое первым телом по всем направлениям полусферического пространства, — эффективное излучение ($Q_{эф}$). Часть этого излучения, $Q_{F_1\to F_2}$, попадает на второе тело.

Отношение

$$\frac{Q_{F_1\to F_2}}{Q_{эф_1}} = \varphi_{1-2} \tag{4.14}$$

называется **коэффициентом облученности** второго тела первым или **угловым коэффициентом**. Угловой коэффициент, $0 \le \varphi \le 1$, не зависит от свойств и температуры тел, а определяется только геометрическими параметрами: формой, размерами тел, расстоянием между телами и взаимной ориентацией их. Аналогично для второго тела

$$\frac{Q_{F_2\to F_1}}{Q_{эф_2}} = \varphi_{2-1}. \tag{4.15}$$

Существуют аналитические, графические и экспериментальные методы определения угловых коэффициентов в различных системах тел. Для наиболее распространенных систем излучающих тел приводятся формулы для расчета угловых коэффициентов в справочниках.

На основании (4.14) и (4.15) имеем

$$Q_{F_1\to F_2} = Q_{эф_1}\varphi_{1-2},\, Q_{F_2\to F_1} = Q_{эф_2}\varphi_{2-1}. \tag{4.16}$$

Разность $Q_{F_1\to F_2}-Q_{F_2\to F_1}$ = Q — это и есть лучистый поток, передаваемый от первого тела ко второму, где

$$Q_{эф} = Q_{рез_1}\left(\frac{1}{\varepsilon_1}-1\right)+c_0F_1\left(\frac{T_1}{100}\right)^4, \tag{4.17}$$

$$Q_{эф_2} = Q_{рез_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2}-1\right)+c_0F_2\left(\frac{T_2}{100}\right)^4, \tag{4.18}$$

$$Q_{рез} = -Q, \tag{4.19}$$

$$Q_{рез_2} = Q. \tag{4.20}$$

Решение системы уравнений (4.16) — (4.20) дает следующие формулы для расчета теплообмена излучением между двумя телами, произвольно расположенными друг относительно друга в пространстве:

$$Q = c_0 \varepsilon_{np} \left[F_1 \varphi_{1-2} \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - F_2 \varphi_{2-1} \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \tag{4.21}$$

где

$$\varepsilon_{np} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1 \right) \varphi_{1-2} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \varphi_{2-1}} \quad — \tag{4.22}$$

приведенная степень черноты.

4.1.4. Теплообмен излучением между двумя бесконечными параллельными пластинами

Для двух параллельных неограниченных пластин площадью F, с температурами T_1 и T_2 и степенями черноты (ε_1 и ε_2) (рис. 4.4) справедливы равенства

$$\varphi_{1-2} = \varphi_{2-1} = 1,\ F_1 = F_2 = F.$$

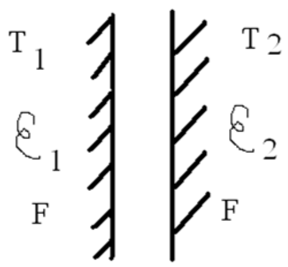


Рис. 4.4

Подстановка их в (4.21) и (4.22) дает формулы для расчета теплообмена излучением в виде

$$Q = c_0 \varepsilon_{np} F \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], Bm, \tag{4.23}$$

$$\varepsilon_{np} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}. \tag{4.24}$$

Проанализируем полученные формулы.

1. Если обе пластины абсолютно черные ($\varepsilon_1 \to 1$, $\varepsilon_2 \to 1$), то $\varepsilon_{пр} = 1$, следовательно, поток теплоты, передаваемый излучением, максимальный.
2. Если одна пластина абсолютно черная ($\varepsilon_1 \to 1$), то $\varepsilon_{пр} = \varepsilon_2$, следовательно, поток излучения определяется степенью черноты серой поверхности.
3. Если одна из пластин абсолютно белая ($\varepsilon_1 \to 0$), то $\varepsilon_{пр} = 0$, т.е., чтобы уменьшить поток излучения, достаточно уменьшить степень черноты одной поверхности.

Эффективным способом уменьшения теплообмена излучением между поверхностями является постановка между ними экранов (тонких пластин типа фольги с высокой отражательной способностью (рис. 4.5)).

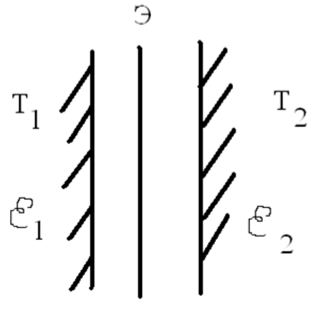


Рис. 4.5

При наличии между пластинами n экранов со степенями черноты $\varepsilon_{э_1}, \varepsilon_{э_2}, ..., \varepsilon_{э_n}$ передаваемый от одной пластины к другой поток излучения рассчитывается по формуле (4.23), а приведенная степень черноты по формуле (4.25)

$$\varepsilon_{np} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{np_{1-2}}} + \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{2}{\varepsilon_{эi}} - 1 \right)}, \tag{4.25}$$

$\varepsilon_{np_{1-2}}$ рассчитывается по (4.24).

4.1.5. Теплообмен излучением между двумя телами, одно из которых расположено внутри другого

Система таких тел изображена на рисунке 4.6.

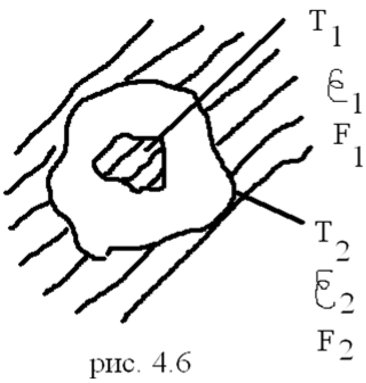


рис. 4.6

Дано: $T_1, \varepsilon_1, F_1, T_2, \varepsilon_2, F_2, T_1 > T_2$.

Определить: поток излучения Q, Вт.

Внутреннее тело 1 все свое излучение посылает на тело 2. Тело 2 часть своего излучения посылает на тело 1, а остальное — на себя. Угловые коэффициенты

$$\varphi_{1-2} = 1, \varphi_{2-1} = F_1 / F_2.$$

Подставив значения φ_{1-2} и φ_{2-1} в (4.21) и (4.22), получим расчетные формулы для потока излучения Q в виде

$$Q = c_0 \varepsilon_{np} F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \qquad (4.26)$$

$$\varepsilon_{np} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}. \qquad (4.27)$$

Проанализируем полученные формулы.

1. Если расстояние между телами мало ($F_1/F_2 \to 1$), то

$$\varepsilon_{np} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1},$$

т.е. в этом случае можно пренебречь кривизной поверхности тел и рассчитывать лучистый поток по формулам для двух параллельных пластин.

2. Если поверхность внутреннего тела мала по сравнению с поверхностью оболочки ($F_1/F_2 \to 0$), то $\varepsilon_{пр} = \varepsilon_1$, а поток излучения определяется степенью черноты внутреннего тела

$$Q = c_0 \varepsilon F \left[\left(\frac{T}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{ж}}{100} \right)^4 \right]. \qquad (4.28)$$

3. Если оболочка удалена от излучающего тела и имеет температуру, равную температуре окружающей среды ($T_2 = T_ж$), то (4.28) можно записать в виде

$$Q = c_0 \varepsilon F \left[\left(\frac{T}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{ж}}{100} \right)^4 \right]. \qquad (4.29)$$

По формуле (4.29) рассчитывают лучистый поток, передаваемый от любых нагретых тел в окружающую диатермичную среду.

Для уменьшения теплообмена излучением между телами ставят экраны (см. рис. 4.5).

При наличии между телами, одно из которых расположено внутри другого, n экранов лучистый поток рассчитывают по формуле (4.26), а приведенную степень черноты по формуле (4.30)

$$\varepsilon_{np} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{np_{1-2}}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{F_1}{F_{эi}} \left(\frac{2}{\varepsilon_{эi}} - 1 \right)}, \qquad (4.30)$$

$\varepsilon_{np_{1-2}}$ рассчитывается по (4.27). Согласно (4.30) приведенная степень черноты, а, следовательно, и поток излучения Q зависят от F_1 и $F_{эi}$, т.е. от расстояния между телом и экранами.

4.2. Особенности излучения газов

Одно- и двухатомные газы прозрачны для теплового излучения. Излучающей и поглощающей способностью **обладают трех**- и **многоатомные газы**.

В практике теплотехнических расчетов наиболее распространенными трехатомными газами являются углекислый газ **(CO_2)** и водяные пары **(H_2O)**.

Газы излучают и поглощают энергию каждой молекулой, число которых прямо пропорционально давлению газа и толщине газового слоя (в отличие от твердых тел, где излучает и поглощает только поверхностный слой молекул). Таким образом, излучение и поглощение газов зависит от **температуры** (T), **давления** (p) и толщины газового слоя, характеризуемого **длиной пути луча** (l).

Газы излучают и поглощают энергию только в определенных интервалах длин волн (λ), называемых полосами излучения. Для лучей других длин волн, вне этих полос, газы прозрачны.

В таблице 4.1 приведены полосы излучения для CO_2 и H_2O.

Таблица 4.1

CO_2		H_2O	
λ, мкм	Ширина интервала	λ, мкм	Ширина интервала
2,4–3,0	0,6	1,7–2,0	0,3
4,0–4,8	0,8	2,2–3,0	0,8
12,5–16,5	4,0	4,8–8,5	3,7
		12–13	18

Из таблицы 4.1 видно, что полос для H_2O больше и они шире. С ростом температуры излучение газов смещается в коротковолновую область, где ширина полос меньше. Следовательно, **интенсивность излучения газов с ростом температуры уменьшается.**

Степень черноты газа ($\varepsilon_г$) — это отношение собственного излучения газов к излучению абсолютно черного тела при температуре газа:

$$\varepsilon_г = \frac{q_г}{q_0} = f(p, T_г, l). \tag{4.31}$$

Степени черноты для CO_2 и H_2O определяются по номограммам

$$\varepsilon_{CO_2} = \frac{q_{CO_2}}{q_0} = f(T_г, p_{CO_2} \cdot l), \tag{4.32}$$

$$\varepsilon_{H_2O} = \frac{q_{H_2O}}{q_0} = f(T_г, p_{H_2O} \cdot l), \tag{4.33}$$

где p_{CO_2}, p_{H_2O} — парциальные давления.

Степень черноты газовой смеси CO_2 и H_2O находится по формуле

$$\varepsilon_г = \varepsilon_{CO_2} + \beta\varepsilon_{H_2O}, \tag{4.34}$$

где $\beta = f(p_{H_2O}, p_{H_2O} \cdot l)$ — поправочный коэффициент, определяемый из номограммы.

Длина пути луча для **газовых объемов** рассчитывается по уравнению

$$l = 0{,}9\frac{4V}{F}, \tag{4.35}$$

где V, м^3 — объем газа; F, м^2 — площадь поверхности, омываемой газом.

Для **пучков труб**, омываемых излучающими газами, длина пути луча рассчитывается по формуле

$$l = 1{,}08\mathrm{d}_2 \left(\frac{s_1 \cdot s_2}{d_3} - 0{,}785 \right), \tag{4.36}$$

где d_2 — наружный диаметр трубы; s_1, s_2, — поперечный и продольный шаги труб.

Номограммы для определения $\varepsilon_{CO_2}, \varepsilon_{H_2O}, \beta$ имеются в [5], [7].

Уравнения для расчета **собственного излучения** газов и их смеси согласно (4.31) — (4.33) запишутся в виде

$$q_{co_2} = \varepsilon_{CO_2} c_0 \left(\frac{T_г}{100} \right)^4, \tag{4.37}$$

$$q_{H_2O} = \varepsilon_{H_2O} c_0 \left(\frac{T_г}{100} \right)^4, \tag{4.38}$$

$$q_г = \varepsilon_г c_0 \left(\frac{T_г}{100} \right)^4. \tag{4.39}$$

Теплообмен излучением между газом и поверхностью (стенкой) (рис. 4.7) или поверхностью трубного пучка рассчитывается по формуле

$$Q = \frac{1}{2}(\varepsilon_c + 1) c_0 F_c \left[\varepsilon_г \left(\frac{T_г}{100} \right)^4 - A_г \left(\frac{T_c}{100} \right)^4 \right] Bm,$$

где ε_c, F_c — степень черноты и площадь поверхности стенки, омываемой газом; $A_г$ — поглощательная способность газа при температуре поверхности (T_c), которая рассчитывается по формуле

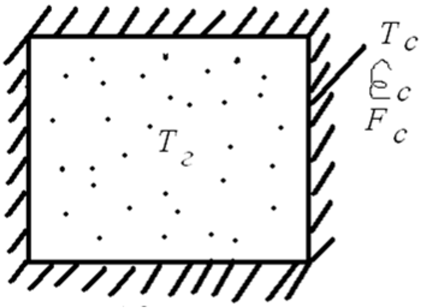


Рис. 4.7

$$A_г = \varepsilon'_{CO_2} \left(\frac{T_г}{T_c} \right)^{0{,}65} + \beta \varepsilon'_{H_2O}, \tag{4.40}$$

где $\varepsilon'_{CO_2} = f(T_c, p_{CO_2} \cdot l), \varepsilon'_{H_2O} = f(T_c, p_{H_2O} \cdot l)$ и определяются по тем же номограммам, что и $\varepsilon_{CO_2} = f(T_г, p_{CO_2} \cdot l), \varepsilon_{H_2O} = f(T_г, p_{H_2O} \cdot l)$.

4.3. Теплообмен излучением при излучающем и поглощающем газах

4.3.1. Расчет излучения и поглощения газов

Для количественной характеристики потоков излучения в газовом объеме используется величина *спектральной интенсивности излучения*:

$$I_\lambda \equiv \frac{d^2 Q_\lambda}{dF_n d\omega}, \text{ Вт/(м}^2\text{м)}. \tag{4.41}$$

Согласно этому определению спектральная интенсивность есть поток излучения в единичном интервале длин волн, отнесенный к единице контрольной площадки, нормальной к направлению излучения, и единице телесного угла, внутри которого распространяется излучение (рис. 4.8).

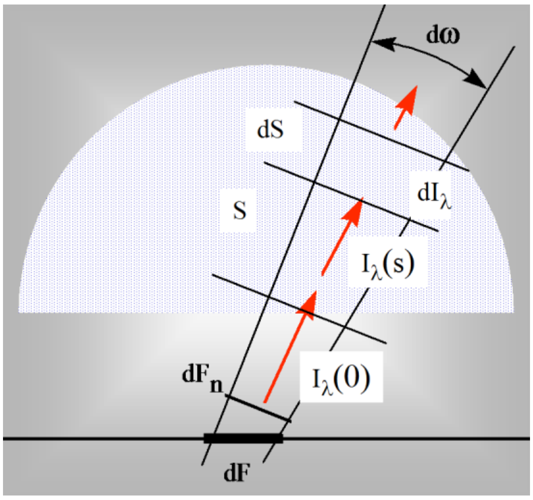


Рис. 4.8. Поглощение излучения в газе

Поглощения излучения в газе. Проследим за тем, как изменяется величина интенсивности излучения вдоль длины пути луча вследствие поглощения фотонов на молекулах газа. Пусть s — расстояние, отсчитываемое от сечения, в котором задано начальное значение потока. Выделим элементарный контрольный объем толщиной ds и выпишем выражение для поглощенного в этом объеме излучения:

$$\frac{dI_\lambda}{I_\lambda(s)} = -\kappa_\lambda \cdot ds. \qquad (4.42)$$

Проще всего объяснить это соотношение как оценку вероятности попаданий при стрельбе наугад: чем больше число мишеней (молекул), тем больше попаданий (актов поглощения фотонов). Вероятность попадания пропорциональна толщине ds, т.к. чем толще поглощающий слой, тем больше молекул встретится на пути фотона.

Коэффициент κ_λ, 1/м называют коэффициентом ослабления луча. Его величина зависит от рода газа, от длины волны (в окнах прозрачности κ_λ вообще обращается в ноль), от температуры. Величина κ_λ примерно пропорциональна давлению газа p, т.к. с ростом давления увеличивается концентрация мишеней-молекул. Поэтому обычно представляют κ_λ как произведение: $\kappa_\lambda = k_\lambda \cdot p$.

Интегрирование соотношения (4.42) дает экспоненциальный закон ослабления интенсивности по ходу луча за счет поглощения (закон Бугера):

$$I_\lambda(s) = I_\lambda(0)\exp(-k_\lambda ps). \qquad (4.43)$$

Величину $1/\kappa_\lambda$, имеющую размерность длины, интерпретируют как длину свободного пробега фотона. Если толщина слоя газа s существенно меньше $1/\kappa_\lambda$, то излучение практически не поглощается (см. формулу (4.43)). В продуктах сгорания длина свободного пробега по порядку составляет 10^{-1} м.

Используя формулу (4.43), можно вычислить коэффициенты поглощения и пропускания слоя газа конечной толщины:

$$A_{\lambda\Gamma} \equiv \frac{I_\lambda(0) - I_\lambda(s)}{I_\lambda(0)} = 1 - \exp(-k_\lambda ps), \qquad (4.44)$$

$$D_{\lambda\Gamma} \equiv 1 - A_{\lambda\Gamma} = \exp(-k_\lambda ps). \qquad (4.45)$$

Закон Кирхгофа для излучения и поглощения в газе. Далее мы хотели бы связать характеристики поглощения и излучения газа, подобно тому, как это было сделано для коэффициента поглощения и степени черноты твердых тел. Рассмотрим слой газа и поверхность черного тела, взятые при одной и той же температуре и находящиеся в термодинамическом равновесии (рис. 4.8). Поскольку никакого результирующего обмена энергией между поверхностью и слоем газа быть не должно, *газ испускает в направлении черной поверхности столько же энергии, сколько им поглощено*.

Поглощенное излучение есть

$$A_{\lambda\Gamma} I_{0\lambda}(T, \lambda), \tag{4.46}$$

поскольку падающее излучение есть излучение черной поверхности (на рис. 4.8 вы должны теперь под $I_\lambda(0)$ понимать интенсивность излучения $I_{0\lambda}(T, \lambda)$ черной площадки dF).

С другой стороны излучение газа мы определяем, вводя понятие степени черноты как доли от излучения черного тела:

$$I_{\lambda\Gamma}(T, \lambda) \equiv \varepsilon_{\lambda\Gamma} I_{0\lambda}(T, \lambda). \tag{4.47}$$

Сравнивая два последних выражения, получаем:

$$\varepsilon_{\lambda\Gamma} = A_{\lambda\Gamma} = 1 - \exp(-k_\lambda ps). \tag{4.48}$$

Формулы (4.46)—(4.48) справедливы для любого направления в пространстве (рис. 4.8). Если длина пути луча *s* постоянна во всех направлениях или если мы приближенно заменим ее неким средним значением, то можно переписать эти соотношения в терминах полусферических плотностей потоков излучения *E*. Итак, поскольку черное тело — диффузный излучатель

$$I_{0\lambda}(T, \lambda) = \frac{E_{0\lambda}(T, \lambda)}{\pi} \tag{4.49}$$

и s — постоянное по всем направлениям значение, то полусферическое излучение на поверхности газового объема можно рассчитать как

$$E_{\lambda\Gamma}(T, \lambda) = \varepsilon_{\lambda\Gamma} E_{0\lambda}(T, \lambda)$$

$$\varepsilon_{\lambda\Gamma} = 1 - \exp(-k_\lambda ps), \tag{4.50}$$

где $E_{0\lambda}(T, \lambda)$, Вт/(м^{2}м) — спектральная плотность потока излучения черного тела, определяемая законом Планка; $E_{\lambda\Gamma}(T, \lambda)$, Вт/(м^{2}м) — спектральная плотность потока излучения газа на поверхности газового объема.

Средняя длина пути луча. В практических расчетах требуется знать степень черноты некоторого объема газа, ограниченного, например, стенками камеры сгорания. Длина пути луча будет различной по разным направлениям, поэтому необходима операция осреднения. Хорошие результаты получаются при использовании идеи, похожей на способ вычисления гидравлического диаметра, когда характерный размер канала сложной формы вычисляют как учетверенную площадь поперечного сечения, деленную на периметр. Для объема (трехмерного объекта) это выглядит как отношение величины объема к площади ограничивающей поверхности:

$$s = C\frac{V}{F}. \tag{4.51}$$

Недостающее значение коэффициента *C* определяется так, чтобы это выражение было справедливым для простейшего трехмерного объекта — сферы.

Найдем среднюю длину пути луча для сферы. Прямой способ состоит в следующем: необходимо взять малую площадку на поверхности сферы и усреднить расстояние до границы, двигаясь в разных направлениях. Однако проще поступить по-другому. Рассмотрим параллельный пучок лучей, исходящих с элементов нижней полусферы и достигающих соответствующих элементов верхней полусферы (рис. 4.9), и усредним соответствующие значения s:

$$\bar{s} = \frac{\int s dF_n}{\int dF_n} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\pi R^2} = C\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi R^2}. \quad (4.52)$$

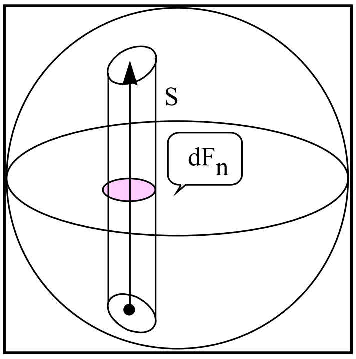


Рис. 4.9. Вычисление средней длины пути луча

Ясно, что благодаря полной симметрии результат осреднения для другого направления параллельного пучка будет таким же. Чтобы согласовать определение с прямым вычислением, необходимо положить С = 4. Поправочный коэффициент 0,9 улучшает согласование с точными расчетами для различных форм, поэтому окончательная рекомендация такова:

$$\bar{s} = 3{,}6\frac{V}{F}. \quad (4.53)$$

В дальнейшем мы будем всегда под s понимать среднюю длину пути луча, определяемую формулой (4.53).

Модель серого газа. Все приведенные выше соотношения относились к монохроматическому излучению, т.е. излучению на данной длине волны. Это естественный подход к анализу излучения и поглощения в газах, поскольку спектр газа полосовой, а не непрерывный, как у твердых тел. Однако для практических расчетов требуется более простое описание. Чаще всего применяется ***модель серого газа***, в рамках которой оперируют с суммарным излучением газа $E_Г$, Вт/м^2, как с излучением серого тела:

$$E_Г = \varepsilon_Г E_0 = \varepsilon_Г \sigma T_Г^4. \quad (4.54)$$

Интегральная степень черноты $\varepsilon_Г$ зависит от температуры, концентрации поглощающих газов (таких как водяной пар и углекислый газ), размеров газового объема. Проанализируем характер этих зависимостей.

Начнем с анализа излучения одного из компонентов продуктов сгорания — углекислого газа при температуре 1 400 К. Основные три полосы излучения-поглощения для углекислого газа расположены в следующих интервалах длин волн (рис. 4.10):

1) 2,56—2.88 мкм;
2) 4.15—4.76 мкм;
3) 9—20 мкм.

Плотность потока излучения рассчитывают отдельно для каждой полосы спектра, интегрируя (4.50) в указанных интервалах длин волн и принимая коэффициент k_λ примерно постоянной величиной внутри каждого интервала ($k_\lambda = k_{\lambda_i}$):

$$\Delta E_{1Г} = (1 - e^{-k_{\lambda 1} ps}) \cdot (\int_{2.56 10^{-6}}^{2.88 10^{-6}} E_{0\lambda} d\lambda), \text{ Вт/м}^2, \quad (4.55)$$

$$\Delta E_{2\Gamma} = (1-e^{-k_{\lambda 2}ps}) \cdot (\int_{4.15 \cdot 10^{-6}}^{4.76 \cdot 10^{-6}} E_{0\lambda} d\lambda), \text{ Вт/м}^2, \quad (4.56)$$

$$\Delta E_{3\Gamma} = (1-e^{-k_{\lambda 3}ps}) \cdot (\int_{9 \cdot 10^{-6}}^{20 \cdot 10^{-6}} E_{0\lambda} d\lambda), \text{ Вт/м}^2, \quad (4.57)$$

где первые множители в слагаемых правой части есть спектральные значения степени черноты газа: $(1-e^{-k_{\lambda i}ps}) = \varepsilon_{\lambda i}$.

Интегралы в правых частях показывают, сколько энергии излучает черное тело в каждой полосе. Экспоненциальные множители учитывают зависимость от длины пути луча и изменяются в пределах от 0 до 1. Если *s* велико, то газ *в своих полосах* излучает как черное тело (рис. 4.10).

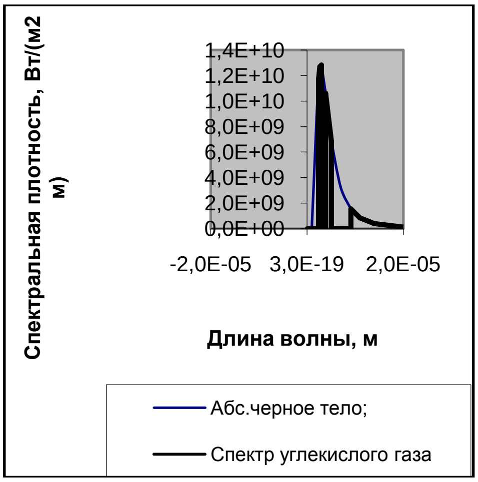


Рис. 4.10. Спектры излучения черного тела и бесконечно толстого слоя углекислого газа при T = 1 400 K

При заданном s может получиться так, что, скажем, во второй полосе из-за большой величины коэффициента ослабления $k_{\lambda 2}$ газ излучает уже как черное тело — его спектральная степень черноты достигает единицы, а в других полосах значения спектральной степени черноты еще далеки от этого максимального значения (рис. 4.11).

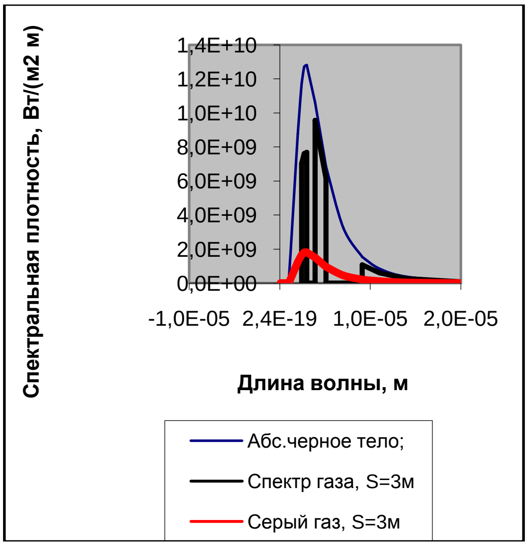


Рис. 4.11. Излучение слоя газа конечной толщины в полосах спектра и по модели серого газа

Рассчитаем теперь интегральную степень черноты, для чего необходимо просуммировать излучение газа во всех полосах и разделить результат на интегральное излучение черного тела при той же температуре:

$$\varepsilon_{\Gamma} \equiv \frac{\Delta E_{1\Gamma} + \Delta E_{1\Gamma} + \Delta E_{1\Gamma}}{E_0} =$$

$$= \frac{(1-e^{-k_{\lambda 1}ps}) \cdot \int\limits_{2.56 \cdot 10^{-6}}^{2.88 \cdot 10^{-6}} E_{0\lambda} d\lambda + (1-e^{-k_{\lambda 2}ps}) \cdot \int\limits_{4.15 \cdot 10^{-6}}^{4.76 \cdot 10^{-6}} E_{0\lambda} d\lambda + (1-e^{-k_{\lambda 3}ps}) \cdot \int\limits_{9 \cdot 10^{-6}}^{20 \cdot 10^{-6}} E_{0\lambda} d\lambda}{\sigma T^4}$$

$$= (1-e^{-k_{\lambda 1}ps}) \cdot \frac{18799}{217819} + (1-e^{-k_{\lambda 2}ps}) \cdot \frac{14452}{217819} + (1-e^{-k_{\lambda 3}ps}) \cdot \frac{9340}{217819}. \qquad (4.58)$$

Числовые множители показывают доли излучения черного тела в полосах спектра газа. При $s \to \infty$, т.е. для больших объемов газа, все сомножители в скобках, а это спектральные значения степени черноты, обращаются в единицу, поэтому:

$$\varepsilon_{\Gamma\infty} = \frac{18799 + 14452 + 9340}{217819} \approx 0.2. \qquad (4.59)$$

Это максимально возможное значение для углекислого газа при заданной температуре (1 400 К). Оно существенно меньше единицы, т.к. газ излучает только в отдельных полосах спектра.

Излучение газа как серого тела представлено на рисунке 4.11 в виде нижней непрерывной кривой. В соответствии с проведенными выше операциями интегрирования площадь под этой кривой такая же, как площадь в полосах излучения газа

Формула (4.58) объясняет влияние основных факторов на степень черноты газа. Влияние температуры проявляется главным образом через $\varepsilon_{\Gamma\infty}$. При повышении температуры спектр черного тела смещается в сторону коротких волн, а полосы излучения газа остаются примерно на прежнем месте. Поэтому доля излучения углекислого газа от излучения черного тела изменяется: она достигает максимума при такой температуре (примерно 1 000 К), когда полосы газа расположены вблизи максимума излучения черного тела.

Объемный характер излучения газа проявляется в экспоненциальных сомножителях (4.58), т.е. в выражениях для *спектральной* степени черноты. Чем больше размеры объема (т.е. чем больше длина пути луча) и чем больше парциальное давление поглощающего газа, тем больше степень черноты газа, пока не достигается предельное значение $\varepsilon_{\Gamma\infty}$.

Формула (4.58) дает хорошую основу для расчета степени черноты газа. Однако при этом необходима подробная информация о спектральных характеристиках излучения газа, таких как коэффициенты ослабления луча в различных полосах спектра, ширина полос в зависимости от температуры. В общем, следует признать, что такая методика пока недостаточно приспособлена для практических расчетов.

Поэтому на практике предпочитают непосредственно обращаться к специальным номограммам, построенным на основе многочисленных экспериментов по измерению интегральных характеристик излучения газов. Для индивидуальных газов, таких как H_2O, CO_2, CO, SO_2, номограммы представляют зависимости: $\varepsilon_{\Gamma} = f(ps, T)$. Для смеси поглощающих излучение газов, например, углекислого газа и водяного пара, необходимо сложить индивидуальные значения степеней черноты.

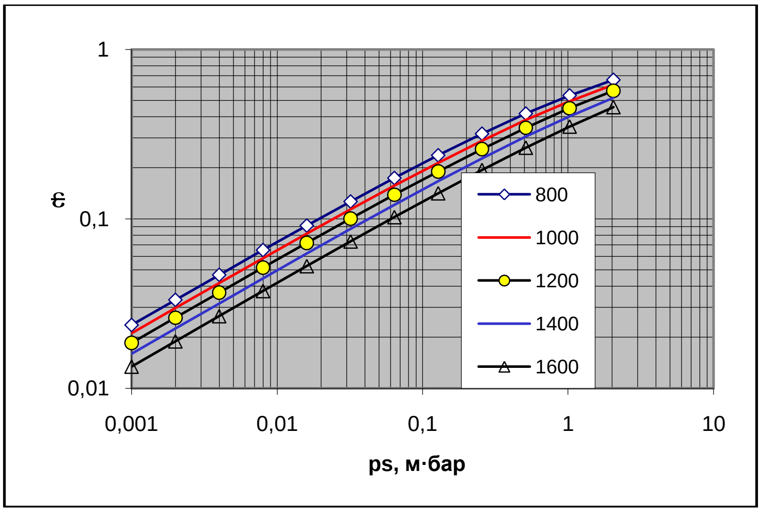


Рис. 4.12. Степень черноты газообразных продуктов сгорания при различных температурах (р H_2O = 0,18 бар, р CO_2 = 0,09 бар)

При машинных расчетах более удобна следующая аппроксимация для смеси углекислого газа и паров воды (рис. 4.12):

$$\varepsilon_Г = 1 - \exp(-Kps),$$

$$K = 0{,}8\frac{1+2p_{H_2O}}{\sqrt{ps}}(1-0{,}38\frac{T_Г}{1000}), \tag{4.60}$$

где $p = p_{H_2O} + p_{CO_2}$ — сумма парциальных давлений водяного пара и углекислого газа, бар (1 бар = 10^5 Па).

Как всегда, при использовании эмпирических формул следует соблюдать ограничения на область их применимости. В данном случае они таковы:

$$p_{CO_2}s = 8\cdot 10^{-3} \div 1{,}6 \text{ м · бар}, \tag{4.61}$$

$$p_{H_2O}s = 4\cdot 10^{-3} \div 1{,}3 \text{ м · бар}, \tag{4.62}$$

$$p_{H_2O} / p_{CO_2} = 0{,}2 \div 2, \tag{4.63}$$

$$T_Г = 750 \div 1950\text{К}. \tag{4.64}$$

Например, можно допустить существенную ошибку при слишком больших значениях *ps*, где формула (4.60) дает асимптотическое значение, равное единице. Мы видели выше, что это не так: в нашем числовом примере предельное значение для углекислого газа составило всего 0,2.

При анализе теплообмена излучением в камерах сгорания (см. следующий раздел) необходимо рассчитывать ослабление излучения стенок при прохождении через объем газа. Коэффициент пропускания в рамках модели серого газа рассчитывают по формуле:

$$D_Г = 1 - A_Г = 1 - \varepsilon_Г. \tag{4.65}$$

В действительности коэффициент поглощения газа зависит от спектрального состава падающего излучения. Например, излучение высокотемпературной стенки (на коротких волнах) будет слабо поглощаться относительно холодным газом (с полосами поглощения на длинных волнах). Чтобы приближенно учесть это обстоятельство, рекомендуется (при температуре стенки, большей, чем температура газа) определять коэффициент поглощения газа по температуре стенки. Вы чувствуете некоторую расплывчатость этих рекомендаций, и это действительно так, поскольку в рамках модели серого газа радикально проблему решить нельзя. Лучшим выходом было бы рассчитывать явления излучения и поглощения, в целом радиационный теплообмен с участием газа, отдельно в полосах излучения-поглощения и в окнах прозрачности. Однако, по-видимому, должно пройти время, прежде чем исследователи подготовят для практических инженеров достаточно простые и надежные методики расчета спектральных характеристик газов и их смесей.

4.3.2. Уравнение переноса излучения. Радиационно-конвективный теплообмен в камере сгорания

Продукты сгорания органического топлива, например природного газа, содержат в значительной концентрации углекислый газ и водяной пар. Излучение и поглощение в такой среде — это существенные эффекты, которые необходимо учесть при расчете теплообмена в камерах сгорания, таких как топки парогенераторов электростанций, котлы-утилизаторы для использования теплоты уходящих газов различных теплотехнологических установок и т.п. Уровень температуры газа в объеме определяется балансом между теплотой сгорания топлива и теплоотводом к тепловоспринимающим поверхностям, таким как экраны труб, внутри которых протекает рабочее тело. В зависимости от уровня температуры газа изменяется соотношение между переносом теплоты излучением и конвекцией.

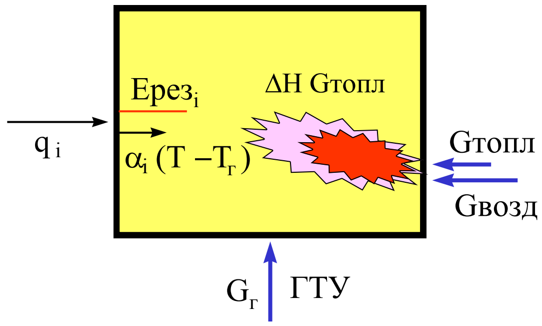


Рис. 4.13. Радиационно-конвективный теплообмен в камере сгорания

Начнем с анализа радиационного теплообмена и рассмотрим замкнутую систему N изотермических поверхностей, ограничивающих объем, заполненный излучающим и поглощающим газом при температуре $T_Г$ (рис. 4.13). Предположим, что газ в камере сгорания хорошо перемешан, так, что его температура $T_Г$ примерно постоянна по объему. Температуры поверхностей T_i также предполагаются известными. Требуется рассчитать радиационный теплообмен в такой системе, т.е. найти плотности результирующего потока излучения Eрез$_i$ на каждой поверхности.

В целом в последующих вычислениях необходимо учесть:

1) излучение газа на ограничивающие поверхности;

2) частичное поглощение в газовом объеме радиационных потоков, отправляющихся с одной поверхности на другую.

Система уравнений радиационного теплообмена при заданных температурах газа и поверхностей.

$$E\text{эф} = E\text{соб} + R\,E\text{пад}, \tag{4.66}$$

$$E\text{рез} = E\text{эф} - E\text{пад}. \tag{4.67}$$

Начнем с взаимодействия фиксированной i-поверхности с какой-либо j-поверхностью. Все излучение j-поверхности есть

$$E\text{эф}_j F_j \text{, Вт.} \tag{4.68}$$

На i-поверхность отправляется часть этого излучения, определяемая угловым коэффициентом j-поверхности на i-поверхность:

$$E\text{эф}_j F_j \varphi_{ji}\text{, Вт,} \tag{4.69}$$

но доходит только

$$(E\text{эф}_j F_j \varphi_{ji}) D_Г\text{, Вт,} \tag{4.70}$$

где $D_Г$ — коэффициент пропускания газа: $D_Г = 1 - A_Г$. Здесь мы учли эффект частичного поглощения радиационного потока от стенок в газовой среде, разделяющей поверхности.

Плотность потока падающего излучения от одной j-поверхности составит:

$$\frac{E\text{эф}_j F_j \varphi_{ji}}{F_i} D_Г\text{, Вт/м}^2\text{,} \tag{4.71}$$

или с учетом свойства взаимности ($F_j \varphi_{ji} = F_i \varphi_{ij}$),

$$(E\text{эф}_j \varphi_{ij}) D_Г. \tag{4.72}$$

Теперь необходимо просуммировать плотности падающего излучения от всех j-поверхностей (j = 1 ... N) *и добавить излучение газового объема* $E_Г$:

$$E\text{пад}_i = E_Г + \sum_j E\text{эф}_j \cdot \varphi_{ij} \cdot D_Г, \tag{4.73}$$

где $E_Г = \varepsilon_Г \sigma T_Г^4$.

Следовательно, для каждой i-поверхности в соответствии с формулой (4.66) можно записать уравнение:

$$E\text{эф}_i = E\text{соб}_i + R_i E\text{пад}_i = E\text{соб}_i + R_i (E_Г + \sum_j E\text{эф}_j \cdot \varphi_{ij} D_Г), \tag{4.74}$$

согласно которому эффективное излучение i-поверхности складывается из собственного и отраженного излучения этой поверхности, причем последнее есть R_i — доля от падающего излучения, обусловленного, во-первых, излучением газа и, во-вторых, эффективным излучением всех j-поверхностей, ослабленным поглощением в газовой среде.

Мы получили систему линейных уравнений относительно эффективных потоков излучения, которую можно решить, например, методом исключения Гаусса.

После того как величины $E\text{эф}_i$ определены для всех поверхностей, рассчитываются плотности результирующего поток излучения, которые определяются в соответствии с формулой (4.67) как разности эффективного и падающего излучений:

$$E\text{рез}_i = E\text{эф}_i - E\text{пад}_i = E\text{эф}_i - (E_Г + \sum_j E\text{эф}_j \cdot \varphi_{ij} D_Г). \tag{4.75}$$

В принципе, задача решена, но полезно представить систему уравнений (4.74) и соотношение для последующего расчета результирующих потоков (4.75) в матричной форме, удобной для вычислений на компьютере.

Используя для отдельно стоящей величины $E\text{эф}_i$ в уравнениях (4.74) и (4.75) тождество

$$E\text{эф}_i \equiv \sum_j E\text{эф}_j \delta_{ij}, \tag{4.76}$$

где δ_{ij} — символ Кронекера, и приводя подобные члены, получим:

$$\sum_j E\text{эф}_j \cdot (\delta_{ij} - R_i \varphi_{ij} D_Г) = E\text{соб}_i + R_i E_Г, \tag{4.77}$$

$$E\text{рез}_i = \sum_j E\text{эф}_j (\delta_{ij} - \varphi_{ij} D_Г) - E_Г. \tag{4.78}$$

Эквивалентная матричная запись выглядит следующим образом:

$$A \cdot E\text{эф} = B, \tag{4.79}$$

$$E\text{рез} = D \cdot E\text{эф} - E_Г. \tag{4.80}$$

Элементы матриц и вектора правой части рассчитываются по формулам:

$$a_{ij} = \delta_{ij} - R_i \varphi_{ij} D_Г; \quad b_i = E\text{соб}_i + R_i E_Г; \tag{4.81}$$

$$d_{ij} = \delta_{ij} - \varphi_{ij} D_Г; \tag{4.82}$$

$$E\text{соб}_i = \varepsilon_i \sigma T^4; \quad E_Г = \varepsilon_Г \sigma T_Г^4. \tag{4.83}$$

Коэффициент отражения для серых поверхностей вычисляется как

$$R_i = 1 - \varepsilon_i. \tag{4.84}$$

Степень черноты газа $\varepsilon_Г$ рассчитывают в соответствии с рекомендациями предыдущего раздела, например, по формуле (4.60).

Коэффициент пропускания газа, согласно определению, есть:

$$D_Г = 1 - A_Г, \tag{4.85}$$

где $A_Г$ — коэффициент поглощения газа. В рамках *серого* приближения последний определяется соотношением:

$$A_Г(T) = \varepsilon_Г(T), \tag{4.86}$$

и здесь мы сталкиваемся с некоторой неопределенностью при выборе температуры отнесения T, поскольку газ в действительности не является серым телом. На основе правдоподобных качественных рассуждений можно сделать следующие рекомендации. Если температура газа выше температуры ограждающих поверхностей (как в камерах сгорания), то коэффициент поглощения $A_Г = \varepsilon_Г(T_Г)$, поскольку спектр потоков излучения будет определяться в основном высокотемпературным излучением газа. Если же температура газа меньше температуры стенок T_j, то коэффициент поглощения

$$A_Г = \varepsilon_Г(T_j). \tag{4.87}$$

Мы закончили формулировку задачи для расчета результирующих потоков излучения *при заданных температурах поверхностей*. Преимущества такой постановки состоят в том, что, во-первых, радиационные потоки рассчитываются независимо от того, имеют место дополнительные конвективные потоки или нет, и, во-вторых, вычислительные процедуры оказываются более простыми и быстрыми благодаря линейности задачи. Теперь мы переходим к более реалистичной постановке, когда температуры могут быть заранее неизвестны, и требуются некоторые дополнительные условия для их определения. Мы попытаемся также при разработке общего алгоритма решения задачи сохранить преимущества формулировки, данной в этом пункте.

Граничные условия. Постановка граничных условий: плотность теплового потока, подводимого извне в систему, определяется уравнением:

$$q_i = E\text{рез}_i + \alpha_i (T_i - T_Г), \tag{4.88}$$

согласно которому теплота, подводимая извне (левая часть), отводится от i-поверхности посредством излучения (первое слагаемое справа) и конвекцией (второе слагаемое справа). За положительное направление потоков в (4.88) выбрано направление «внутрь камеры сгорания». Например, если в результате расчета получилось Eрез > 0, то результирующий поток излучения направлен от рассматриваемой поверхности внутрь камеры сгорания. Не пугайтесь отрицательных значений потоков — знак просто указывает направление потока, которое может быть различным в зависимости от соотношения температур на разных стенках и соотношения температур газа и стенки. Соглашение о знаках обеспечивает универсальность соотношений для самых разных ситуаций.

Чаще всего на практике бывает задана (средняя) температура $T_{\text{нар,i}}$ внешнего теплоносителя и коэффициент теплоотдачи $\alpha_{\text{нар,i}}$ с внешней стороны i-поверхности, так что $q_i = \alpha_{\text{нар,i}}(T_{\text{нар,i}} - T_{\text{i}})$. Тогда уравнение (4.88) переписывается в виде

$$\alpha_{\text{нар,i}}(T_{\text{нар,i}} - T_i) = E\text{рез}_{\text{i}} + \alpha_i (T_i - T_{\text{Г}}). \tag{4.89}$$

Например, $T_{\text{нар}}$ — это температура кипения воды в трубах экранной поверхности парогенератора, а $\alpha_{\text{нар}}$ — это коэффициент теплоотдачи при кипении в трубах. Или, соответственно, средняя температура перегретого пара в пароперегревателе и коэффициент теплоотдачи при течении перегретого пара в трубе.

Алгоритм решения задач. Обсудим теперь ситуацию в целом. Система уравнений (4.77) или (4.79) для эффективных потоков излучения содержит значения температур поверхностей, которые сами могут быть неизвестными. Решение этой проблемы *в принципе* мы нашли: следует записать дополнительные уравнения — граничные условия вида (4.89) для тех i-поверхностей, на которых температуры не заданы жестко. Это создает вычислительные трудности двоякого характера. Во-первых, число уравнений возрастет, во-вторых, эта расширенная система уравнений становится нелинейной. Действительно, в систему уравнений (4.77) температура входит в четвертой степени, а в граничные условия (4.89) — в первой. Мы должны спокойно относиться к таким осложнениям, связанным с переходом от идеализированной постановки задачи к реалистичной. Просто следует отказаться от ручных вычислений и решать задачу на компьютере, составив нужную программу. Алгоритм решения задачи может быть таким. Пусть для какой-либо i-поверхности температура неизвестна. Вы задаете некоторое *пробное* значение температуры, решаете систему (4.77) для эффективных потоков $E\text{эф}_{\text{i}}$ быстрым методом Гаусса, находите $E\text{рез}_{\text{i}}$ и подставляете в граничное условие (4.89). Вряд ли возможно угадать правильное значение температуры стенки с первого раза, поэтому в граничном условии возникнет *невязка*, которую при дальнейших попытках следует уменьшить до нуля (с заданной точностью).

Существуют эффективные стандартные программы (программы оптимизации для одной и многих переменных), которые осуществляют поиск не вслепую, а разумно, двигаясь в сторону наискорейшего уменьшения невязки. Такие программы «зашиты» в системах инженерных вычислений имеются, например, в знакомой всем студентам системе «Mathcad». Так что не обязательно самому составлять математические программы. На первом плане должна быть формулировка вашей профессиональной задачи, как в рассмотренном примере с радиационным теплообменом в камере сгорания.

Итак, в результате решения задачи становятся известными температуры и тех поверхностей, на которых были заданы граничные условия вида (4.88) или (4.89). Следовательно, можно вычислить конвективные потоки тепла на каждой из поверхностей $\alpha_i(T_i - T_{\text{Г}})$ и полные потоки тепла q_i, включая радиационную и конвективную составляющие, по формуле (4.88). Теперь необходимо определить, сколько топлива необходимо сжигать, чтобы поддерживать температуру в камере сгорания на заданном уровне $T_Г$.

Определение расхода топлива. Несколько конкретизируем нашу задачу. Пусть рассматривается котел-утилизатор — устройство для использования низкопотенциального тепла на выходе различных установок, часто просто сбрасываемого в окружающую среду. Например, газовая турбина применяется как привод для компрессора, перекачивающего газ по магистральному газопроводу, а выхлоп газа с температурой примерно пятьсот градусов можно направить в котел-утилизатор (рис. 4.13) для организации теплоснабжения и дополнительной выработки электроэнергии. Иногда может оказаться целесообразным дополнительное сжигание газа в котле-утилизаторе для того, чтобы поднять уровень температур.

Дальнейшие расчеты проведем на основе теплового баланса, согласно которому суммарный (радиационно-конвективный) *теплоотвод* к стенкам равен изменению энтальпии потоков, поступающих в камеру сгорания при температурах, обозначения которых снабжены штрихом, и далее при сгорании хорошо перемешанных при температуре $T_Г$:

$$Q_{пов} = \left\{ G_{топл} \left(c_{p\,топл}\, T'_{топл} + \Delta H \right) + G_{возд} c_{p\,возд} T'_{возд} + G_Г c_{p\,Г} T'_Г \right\} - \left\{ \left(G_{топл} + G_{возд} + G_Г \right) c_{p\,Г} T_Г \right\} \tag{4.90}$$

или

$$G_{топл} = \frac{Q_{пов} - G_{возд} c_{p\,возд} T'_{возд} - G_Г c_{p\,Г} T'_Г + (G_{возд} + G_Г) c_{p\,Г} T_Г}{(c_{p\,топл} T'_{топл} + \Delta H) - c_{p\,Г} T_Г} \tag{4.91}$$

Обратите внимание, энтальпия топлива на входе содержит теплоту сгорания ΔH, Дж/(кг топлива)! В формуле фигурируют также расходы и удельные теплоемкости выхлопа газовой турбины, газового топлива и воздуха как окислителя (рис. 4.13).

Теплоотвод от газа к стенкам ($Q_{пов}$ в формуле (4.91)) рассчитывается как сумма тепловых потоков на поверхностях с обратным знаком (так как по принятому ранее соглашению положительное направление тепловых потоков — внутрь камеры сгорания):

$$Q_{пов} = -\sum_N q_i F_i, \text{ Вт}, \tag{4.92}$$

где F_i, м^2 — площади поверхностей, ограничивающих камеру сгорания.

Итак, чтобы поддерживать температуру в камере сгорания на заданном уровне $T_Г$ в условиях, когда теплота от газа отдается тепловоспринимающим поверхностям, необходимо обеспечить определенный расход топлива, величина которого рассчитывается по уравнению баланса (4.91).

Мы завершили математическую формулировку задачи о камере сгорания. Использованные идеи и методы были простыми:

- мы учли излучение горячих газов на стенки камеры сгорания и ослабление потоков излучения от одной стенки к другой за счет поглощения в газовом объеме (см. формулу (4.34));
- записали граничные условия (см. формулы (4.88) или (4.89)), согласно которым тепловые потоки, отводимые к тепловоспринимающим поверхностях, обусловлены не только излучением, но и конвекцией от горячих газов к стенкам;
- привлекли уравнение теплового баланса (4.91), понимая, что для поддержания высокой температуры газа необходимо сжигать топливо.

Но, тем не менее, формулировка задачи оказывается довольно громоздкой. Разумеется, такие расчеты нужно проводить на компьютере.

Контрольные вопросы, задания и задачи для самостоятельного решения

1. Сравните степени черноты снега и сажи. Поясните результат сравнения.
2. Рассчитайте плотность теплового потока, передаваемого излучением (q, Вт/м^2) от батареи отопления с температурой поверхности $t_с$ = 60 °С и степенью черноты $\varepsilon_с$ = 0,9. Температура окружающего воздуха $t_ж$ = 20 °С.

Ответ: q = 251,3 Вт/м^2.

3. Рассчитайте плотность теплового потока (q, Вт/м^2), передаваемого через вакуумированный зазор двойной стенки колбы термоса при условии, что температуры поверхностей стенок t_1 = 100 ^{o}С, t_2 = 20 ^{o}С, а степени черноты поверхностей $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ = 0,05.

Какой толщины должен быть слой тепловой изоляции из войлока ($\lambda_в$ = 0,0524 Вт/м·К), чтобы компенсировать потери тепла излучением?

Ответы: q = 17,42 Вт/м^2; $\delta_{из}$ = 240 мм.

4. Проанализируйте формулы для $\varepsilon_{пр}$ (4.25) и (4.30) при наличии между поверхностями одного экрана и ответьте на вопрос: как зависит лучистый поток от расстояния между нагретой поверхностью и экраном:

а) для двух параллельных плоских поверхностей;

б) для системы тел, одно из которых расположено внутри другого?

5. Через стенку толщиной δ (рис. 4.14) теплота передается теплопроводностью ($q_т$, Вт/м^2), от поверхности стенки в окружающую среду — путем конвективного теплообмена ($q_к$) и излучением ($q_л$).

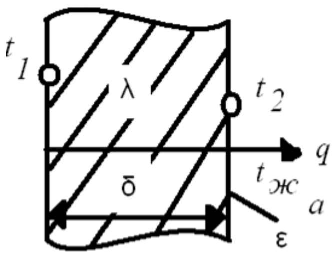


Рис. 4.14

Известны коэффициент теплопроводности стенки (λ), степень черноты поверхности (ε), температуры t_1, t_2, $t_ж$, коэффициент теплоотдачи (α).

Запишите формулы для расчета тепловых потоков $q_т$,$q_к$, $q_л$ при

$$q = q_т = q_к + q_л.$$

6. От каких факторов зависит излучение (поглощение):

а) твердых тел;

б) газов?

Примеры решения задач

Задача № 1. Определить потери теплоты излучением с 1 м длины паропровода (Q, Вт/м), если его наружный диаметр d = 0,3 м, степень черноты ε = 0,9, температура поверхности t_c = 450 °C, температура окружающей среды $t_ж$ = 20 °C.

Какими будут потери теплоты излучением (Q', Вт/м), если паропровод поместить в оболочку из жести диаметром $d_{об}$ = 0,4 м, степенью черноты $\varepsilon_{об}$ = 0,6?

Решение

При излучении паропровода в неограниченное пространство потери теплоты согласно уравнению (4.29) составят

$$Q_l = \varepsilon c_0 \pi d \left[\left(\frac{T_c}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_ж}{100} \right)^4 \right] = 0{,}9 \cdot 5{,}67 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}3 \cdot \left[\left(\frac{450+273}{100} \right)^4 - \left(\frac{20+273}{100} \right)^4 \right] = 12781 Вт/м.$$

При наличии оболочки потери теплоты излучением рассчитываются согласно (4.26) и (4.27) по формулам

$$Q_0' = c_0 \varepsilon_{пр} \pi d \left[\left(\frac{T_c}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_ж}{100} \right)^4 \right],$$

$$\varepsilon_{пр} = \frac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon} + \dfrac{\pi d l}{\pi d_{об} l} \left(\dfrac{1}{\varepsilon_{об}} - 1 \right)}.$$

Температуру оболочки ($T_{об}$) найдем из уравнения теплового баланса лучистой энергии в системе «паропровод — экран — окружающая среда»

$$Q_l' = c_0 \varepsilon_{пр} \pi d \left[\left(\frac{T_c}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{об}}{100} \right)^4 \right] = c_0 \varepsilon_{об} \pi d_{об} \left[\left(\frac{T_{об}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_ж}{100} \right)^4 \right].$$

По вышеприведенным уравнениям находим $\varepsilon_{пр}$ = 0,621, по уравнению теплового баланса рассчитываем температуру оболочки $t_{об}$ = 320 °C и далее находим потери тепла от экранированного паропровода Q' = 4 962 Вт/м. Потери тепла излучением уменьшились в Q/Q' = 12 781/4 962 = 2,58 раз.

Задача № 2. Определить степень черноты и плотность потока излучения смеси газов (O_2, N_2, CO_2), транспортируемых по трубе диаметром d_1 = 200 мм. Температура газов $t_г$ = 800 °C, парциальное давление углекислого газа p_{CO_2} = 0,09 бар.

Решение

Из трех газов излучающим (и поглощающим) является только углекислый газ (CO_2).

Степень черноты углекислого газа, $\varepsilon_{CO_2} = f(t_Г, p_{CO_2} \cdot l)$, определим из номограммы, приведенной в [5, с. 211]. Длину пути луча для трубы найдем по формуле

$$l = 0{,}9\frac{4V}{F} = 0{,}9\frac{4\pi d_1^2 l/4}{\pi d_1 l} = 0{,}9d_1 = 0{,}9 \cdot 0{,}2 = 0{,}18\, м.$$

Произведение $p_{CO_2} \cdot l = 0{,}9 \cdot 1{,}02 \cdot 18$ = 1,65 см·(кг/см^2).

Из номограммы находим ε_{CO_2} = 0,062.

Плотность потока собственного излучения углекислого газа вычисляется по формуле

$$q_{CO_2} = c_0 \varepsilon_{CO_2}\left(\frac{T_Г}{100}\right)^4 = 5{,}67 \cdot 0{,}062\left(\frac{800+273}{100}\right)^4 = 4660\,\frac{Вт}{м^2}.$$

5. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА СО СЛОЖНЫМ ТЕПЛООБМЕНОМ НА ПОВЕРХНОСТЯХ СТЕНКИ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ. ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

5.1. Теплопередача через плоскую стенку со сложным теплообменом

Сложный теплообмен — это одновременная передача теплоты двумя или тремя способами (конвекцией, теплопроводностью, излучением).

Пусть теплота передается от горячей воды с температурой $t_{ж_1}$ через плоскую стенку толщиной δ к окружающему спокойному воздуху с температурой $t_{ж_2}$ (рис. 5.1).

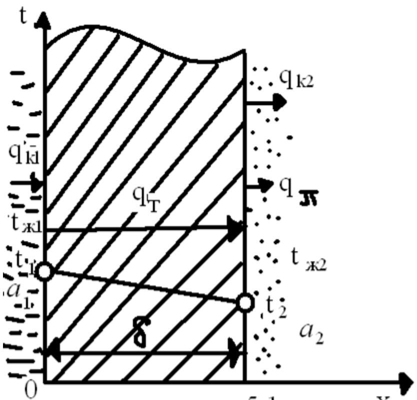


рис. 5.1

Дано: $\delta; t_{ж_1}; t_{ж_2}$; коэффициент теплопроводности стенки λ; коэффициенты конвективной теплоотдачи α_1, α_2, степень черноты поверхности стенки ε_c.

Определить: плотность передаваемого теплового потока (q, Вт/м^2) и температуры на поверхностях стенки t_1 и t_2.

От воды к поверхности теплота передается путем конвективного теплообмена (q_{k_1}), через стенку — теплопроводностью (q_T), от стенки к воздуху — конвекцией (q_{k_2}) и излучением ($q_л$).

Таким образом,

$$q = q_{k_1} = q_m = q_{k_2} + q_л, \tag{5.1}$$

$$q_{k_1} = \alpha_1 (t_{ж_1} - t_1), \tag{5.2}$$

$$q_m = \frac{\lambda}{\delta}(t_1 - t_2), \tag{5.3}$$

$$q_{k_2} = \alpha_2 (t_2 - t_{ж_2}), \tag{5.4}$$

$$q_л = \varepsilon_c c_0 \left[\left(\frac{T_2}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{ж_2}}{100} \right)^4 \right]. \tag{5.5}$$

При расчетах теплопередачи со сложным теплообменом на поверхностях суммарную теплоотдачу заменяют **эквивалентным тепловым потоком**, например конвективным:

$$q_{k_2} + q_л = q_{экв} = \alpha_{экв} (t_2 - t_{ж_2}). \tag{5.6}$$

При подстановке (5.4) в (5.6) получим формулу для расчета эквивалентного коэффициента теплоотдачи

$$\alpha_{экв} = \alpha_2 + \frac{q_л}{t_2 - t_{ж_2}} = \alpha_2 + \alpha_л. \tag{5.7}$$

Слагаемое $\dfrac{q_л}{t_2 - t_{ж_2}} = \alpha_л$ учитывает передачу теплоты излучением и называется **лучистым коэффициентом теплоотдачи**.

В наиболее общем виде формулу для расчета **эквивалентного коэффициента теплоотдачи** можно записать так:

$$\alpha_{экв} = \alpha + \frac{q_л}{|t_c - t_ж|}, \tag{5.8}$$

где $\left|t_c - t_ж\right|$ — абсолютная величина разности температур поверхности и среды.

Таким образом, систему четырех уравнений (5.2)—(5.5) заменяем системой трех уравнений:

$$q = \alpha_1 (t_{ж_1} - t_1), \tag{5.9}$$

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(t_1 - t_2), \tag{5.10}$$

$$q = \alpha_{экв}(t_2 - t_{ж_2}), \tag{5.11}$$

совместное решение которых дает расчетную формулу для плотности теплового потока

$$q = \frac{t_{ж_1} - t_{ж_2}}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha'_{экв}}}. \tag{5.12}$$

Формула (5.12) включает эквивалентный коэффициент теплоотдачи ($\alpha_{экв}$), который требует знания температуры поверхности со сложным теплообменом (t_2). Так как эта температура неизвестна, то ее задают; по (5.7) с учетом (5.5) рассчитывают $\alpha_{экв}$, затем по (5.12) рассчитывают q. Правильность задания температуры t_2 проверяют уравнением (5.11). Если температура поверхности t_2, рассчитанная по (5.11), совпадает с заданной, — расчет закончен. В противном случае расчет повторяют с температурой t_2, вычисленной по (5.11), до тех пор, пока проверка не подтвердит заданную температуру. Такой метод расчета называется **методом последовательных приближений,** и его не избежать при расчетах теплопередачи со сложным теплообменом на поверхностях.

После того, как найдены q и t_2, рассчитывают температуру t_1 по уравнениям (5.9) или (5.10).

5.2. Теплопередача через цилиндрическую стенку со сложным теплообменом

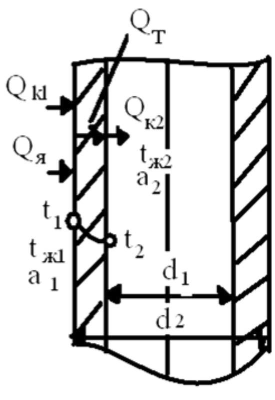


Рис. 5.2

Рассмотрим передачу теплоты через стенку трубы водяного экономайзера парового котла от дымовых газов со средней температурой $t_{ж_1}$, омывающих наружную поверхность трубы, к нагреваемой воде со средней температурой $t_{ж_2}$, движущейся по трубе (рис. 5.2).

Дано: геометрические размеры трубы (d_1,d_2, *l*), коэффициент теплопроводности материала трубы (λ), температура дымовых газов ($t_{ж_1}$) и воды ($t_{ж_2}$), конвективные коэффициенты теплоотдачи (α_1, α_2), степень черноты наружной поверхности трубы (ε_c).

Определить: передаваемый через стенку трубы тепловой поток (Q, Вт) и температуры на поверхностях трубы(t_1 и t_2).

Теплота от дымовых газов, содержащих в своем составе излучающие газы (CO_2 и H_2O), к наружной поверхности трубы передается конвекцией ($Q_{к_1}$) и излучением ($Q_л$), через стенку трубы — теплопроводностью ($Q_т$), от внутренней поверхности трубы к воде — путем конвективного теплообмена (Q_{k_2}).

Таким образом, передаваемый тепловой поток

$$Q = Q_{k_1} + Q_л = Q_m = Q_{k_2}, \tag{5.13}$$

$$Q_{k_1} = \alpha_1 F_н (t_{ж_1} - t_1), \tag{5.14}$$

$$Q_л = \frac{1}{2}(\varepsilon_c + 1)c_0 F_н \left[\varepsilon_г \left(\frac{T_{ж_1}}{100} \right)^4 - A_г \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 \right], \tag{5.15}$$

$$Q_т = \frac{2\pi l \lambda (t_1 - t_2)}{\ln \frac{d_2}{d_1}}, \tag{5.16}$$

$$Q_{k_2} = \alpha_2 F_в (t_2 - t_{ж_2}), \tag{5.17}$$

где $F_н = \pi d_2 l, F_в = \pi d_1 l$ — площади наружной и внутренней поверхностей трубы; $\varepsilon_г, A_г$ — степень черноты и коэффициент поглощения газов (см. формулу (4.40)).

Заменяя суммарную теплоотдачу от дымовых газов к поверхности трубы **эквивалентным конвективным** тепловым потоком

$$Q_{k_1} + Q_л = Q_{экв} = \alpha_{экв} F_н (t_{ж_1} - t_1), \tag{5.18}$$

получим формулу для расчета эквивалентного коэффициента теплоотдачи

$$\alpha'_{экв} = \alpha_1 + \frac{q_л}{t_{ж_1} - t_1}, \tag{5.19}$$

где $q_л = \frac{Q_л}{F_н}$, Вт/м^2 — плотность потока излучения.

Таким образом, приходим к системе трех уравнений:

$$Q = \alpha'_{экв} F_н (t_{ж_1} - t_1), \tag{5.20}$$

$$Q = \frac{2\pi l \lambda (t_1 - t_2)}{\ln \frac{d_2}{d_1}}, \tag{5.21}$$

$$Q = \alpha'_2 F_в (t_2 - t_{ж_2}), \tag{5.22}$$

совместное решение которых дает расчетную формулу для теплового потока

$$Q = \frac{t_{ж_1} - t_{ж_2}}{\frac{1}{\alpha'_{экв} F_н} + \frac{1}{2\pi l \lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 F_в}}. \tag{5.23}$$

А далее расчет производят по той же схеме: задают температуру на поверхности со сложным теплообменом t_1, рассчитывают $\alpha_{экв}$, тепловой поток по формуле (5.23), сравнивают заданную температуру t_1 с найденной температурой t_1 из уравнения (5.20). Повторяют расчет до их совпадения. Затем рассчитывают температуру t_2 уравнением (5.21) или (5.22).

5.3. Интенсификация теплопередачи

Как известно, назначение тепловой изоляции — уменьшить передаваемую теплоту. Наряду с этим в технике приходится решать обратную задачу — увеличить теплопередачу. Примерами таких технических устройств являются теплообменники, токоведущие части электрических аппаратов и т.д.

Рассмотрим передачу теплоты от горячей воды с температурой $t_{ж_1}$ к воздуху с температурой $t_{ж_2}$ через плоскую стенку толщиной δ с площадью поверхности F (рис. 5.3).

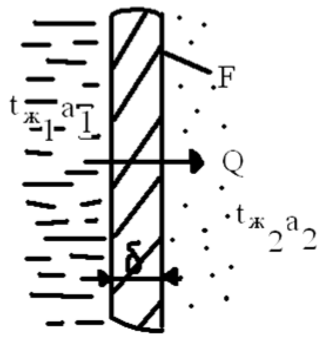


Рис. 5.3

Передаваемый через стенку тепловой поток

$$Q = k(t_{ж_1} - t_{ж_2})F \tag{5.24}$$

прямо пропорционален коэффициенту теплопередачи

$$k = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_2}}$$

и обратно пропорционален сумме термических сопротивлений

$$\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}.$$

Уменьшить термические сопротивления можно за счет увеличения коэффициентов теплоотдачи α_1 и α_2, уменьшения толщины стенки δ и увеличения коэффициента теплопроводности стенки λ.

Если формулу (5.24) записать в виде

$$Q = \frac{t_{ж_1} - t_{ж_2}}{\dfrac{1}{\alpha_1 F} + \dfrac{\delta}{\lambda F} + \dfrac{1}{\alpha_2 F}}, \tag{5.25}$$

то появится еще один способ уменьшения термических сопротивлений — увеличение площади поверхности теплообмена F за счет оребрения стенки.

Именно этот способ чаще всего применяется для интенсификации теплопередачи.

Учитывая, что термическое сопротивление стенки мало ($\dfrac{\delta}{\lambda F} \to 0$), увеличивать площадь поверхности теплообмена следует со стороны меньшего коэффициента теплоотдачи. При α_1 » α_2 ((рис. 5.3) теплоотдача от воды к стенке на 2 порядка больше, чем от стенки к воздуху) термическое сопротивление $\dfrac{1}{\alpha_1 F} \to 0$, следовательно, теплопередачу (Q) определяет термическое сопротивление $\dfrac{1}{\alpha_2 F}$.

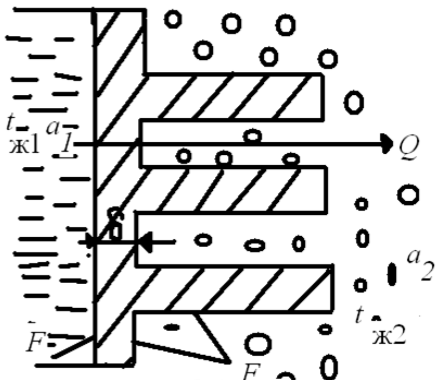


рис. 5.4

Если оребрить поверхность стенки со стороны воздуха (рис. 5.4), то термическое сопротивление уменьшится:

$$\frac{1}{\alpha_2 F_{рс}} < \frac{1}{\alpha_2 F},$$

а теплопередача

$$Q = \frac{t_{ж_1} - t_{ж_2}}{\dfrac{1}{\alpha_1 F} + \dfrac{\delta}{\lambda F} + \dfrac{1}{\alpha_2 F_{рс}}} \tag{5.26}$$

увеличится.

Отношение $\dfrac{F_{рс}}{F}$ называют **коэффициентом оребрения**. Увеличивать $F_{рс}$ можно до тех пор, пока термическое сопротивление $\dfrac{1}{\alpha_2 F_{рс}}$ не сравняется с любым из двух других ($\dfrac{1}{\alpha_1 F}$ или $\dfrac{\delta}{\lambda F}$). Дальнейшее увеличение $F_{рс}$ малоэффективно.

Формула (5.26) для расчета теплопередачи через оребренную стенку является приближенной, т.к. не учитывает форму, размеры, ориентацию ребер.

Расчетные уравнения для оребренных стенок можно получить, если рассмотреть **задачу о теплопроводности стержня (ребра) постоянного поперечного сечения, нагреваемого с одного конца** (рис. 5.5).

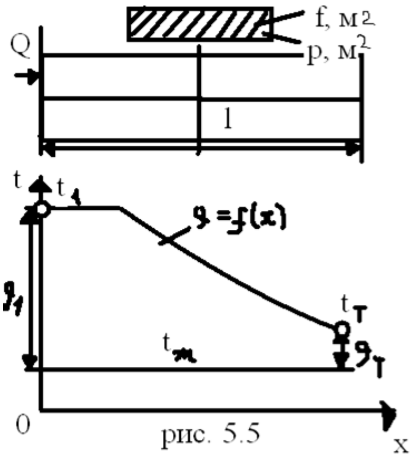


рис. 5.5

Тонкий стержень с высокой теплопроводностью λ, длиной *l*, поперечным сечением f (p — периметр сечения f), с температурой в начальном сечении t_1 находится в среде с постоянной температурой $t_ж$. Коэффициент теплоотдачи от поверхности стержня к окружающей среде — α .

Ввиду высокого коэффициента теплопроводности стержня и малых размеров сечения f по сравнению с длиной стержня *l*, можно пренебречь изменением температуры по сечению и учитывать изменение температуры только по длине стержня.

Математическая формулировка задачи включает в себя дифференциальное уравнение температурного поля стержня (5.27) и граничные условия в начальном сечении (5.28) и в торце стержня (5.29):

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} - m^2\vartheta = 0, \tag{5.27}$$

$$\text{при } x = 0 \qquad \vartheta = \vartheta_1, \tag{5.28}$$

$$\left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=l} = 0. \tag{5.29}$$

Здесь ϑ = $t - t_ж$ — избыточная температура стержня; ϑ_1 = $t_1 - t_ж$ — избыточная температура начального сечения стержня; $m = \frac{\alpha \cdot p}{\lambda \cdot f}$, 1/м; f, м^2 — площадь поперечного сечения стержня; p, м — периметр этого сечения.

Решением системы уравнений (5.27) — (5.29) является уравнение температурного поля стержня

$$\vartheta = \vartheta_1 \frac{ch[m(l - x)]}{ch(ml)}, \tag{5.30}$$

по которому можно вычислить температуры на любой координате x по длине стержня (рис. 5.5). Закон распределения температуры по длине стержня ϑ = f(x) — степенной, т.к. гиперболические функции

$$chx = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \tag{5.31}$$

$$shx = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \tag{5.32}$$

$$thx = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}, \tag{5.33}$$

описываются степенными зависимостями.

На основании (5.30) при x = l можно получить формулу для расчета избыточной температуры торца стержня $\vartheta_T = t_T - t_{ж}$:

$$\vartheta_T = \frac{\vartheta_1}{ch(ml)}. \tag{5.34}$$

Количество теплоты, отдаваемое поверхностью стержня в окружающую среду, равно количеству теплоты, подводимому к основанию стержня,

$$Q = -\lambda \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=0} f. \tag{5.35}$$

Совместное решение (5.35) и (5.30) дает расчетную формулу для теплового потока, рассеиваемого стержнем

$$Q = \lambda \vartheta_1 mf \cdot th(ml), \text{ Вт}. \tag{5.36}$$

Формулы (5.30), (5.34), (5.36) применяются для расчета температуры и тепла, рассеиваемого ребрами.

5.3.1. Теплоотдача поверхности с прямыми ребрами

На рисунке 5.6 показана стенка с прямыми горизонтальными ребрами.

Тепловой поток, рассеиваемый оребренной поверхностью, рассчитывается по формуле

$$Q = nQ_p + Q_c, \tag{5.37}$$

где Q_p, Q_c — тепловые потоки, рассеиваемые одним ребром и межреберной поверхностью соответственно:

$$Q_p = \lambda \vartheta_1 mf \cdot th \text{ (ml)}, \tag{5.38}$$

$$Q_c = \alpha_c F_c \vartheta_1. \tag{5.39}$$

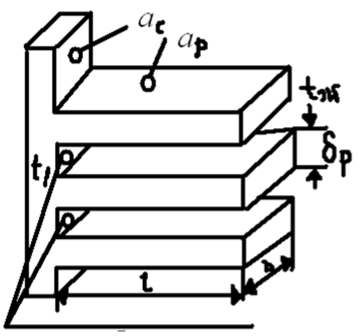


Рис. 5.6. Межреберная поверхность

Обозначения: α_p, α_c — коэффициенты теплоотдачи от ребер и межреберной поверхности соответственно; $t_ж$ — температура среды; t_1 — температура межреберной поверхности и основания ребер; δ_p — толщина ребра; l — длина ребра; b — ширина ребра; F_c — площадь межреберной поверхности; n — число ребер. При этом темп охлаждения (m)

$$m = \sqrt{\frac{\alpha_p p}{\lambda f}}. \tag{5.40}$$

Учитывая малую толщину ребер, можно принять p = 2b и тогда значение m, наряду с (5.40), можно рассчитывать по следующей формуле

$$m = \sqrt{\frac{2\alpha_p}{\lambda \delta_p}}. \tag{5.41}$$

Отношение теплового потока, рассеиваемого ребром, (Q_p) к максимально возможному тепловому потоку (Q_p^{max}), при условии постоянной избыточной температуры по длине ребра (ϑ_1 = const), называют **коэффициентом эффективности ребра** и обозначают E:

$$E = \frac{Q_p}{Q_p^{max}} = \frac{\lambda mf \vartheta_1 \cdot th(ml)}{\alpha_p F_p \vartheta_1}, \tag{5.42}$$

где $F_p = 2bl$, $м^2$ — площадь поверхности ребра.

После подстановки в (5.42) значений m, f, F_p и последующих алгебраических преобразований получим формулу для коэффициента эффективности ребра в виде

$$E = \frac{th(ml)}{ml}. \tag{5.43}$$

Анализ (5.43) дает, что E→1 при m→0, т.е. чем меньше длина ребра (l) и чем больше его теплопроводность (λ), тем больше коэффициент эффективности ребра (E).

На основании (5.42) можно записать формулу для теплового потока, рассеиваемого ребром, в виде

$$Q_p = \alpha_p F_p \vartheta_1 E. \tag{5.44}$$

Избыточная температура торца прямого ребра рассчитывается по формуле (5.34).

5.3.2. Теплоотдача оребренных труб

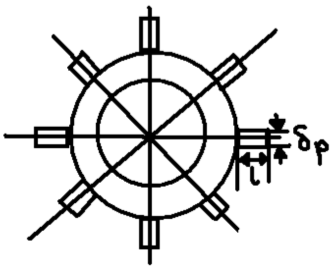


Рис. 5.7

Труба с прямыми продольными ребрами постоянного сечения (рис. 5.7).

Все расчеты производятся по вышеприведенным формулам для прямых ребер.

Обозначения: δ_p — толщина ребра; длина ребра; d — диаметр трубы; D— диаметр ребра.

Труба с круглыми поперечными ребрами (рис. 5.8).

Тепловые потоки, рассеиваемые оребренной трубой (Q), межреберной поверхностью (Q_c) и круглым ребром (Q_p), рассчитываются по формулам (5.37), (5.39), (5.44), значение m — по формуле (5.41).

Коэффициент эффективности круглого ребра рассчитывается по уравнению

$$E = \frac{th(ml)}{ml},$$

где $l = \frac{D-d}{2}(1 + 0{,}35 \ln \frac{D}{d})$ — длина круглого ребра.

Площадь поверхности круглого ребра рассчитывается по формуле

$$F_p = 2\frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}.$$

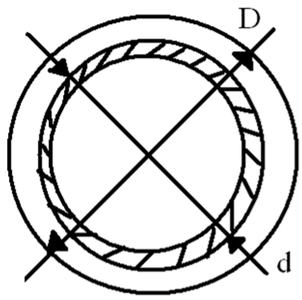


Рис. 5.8

Труба с поперечными прямоугольными ребрами (рис. 5.9).

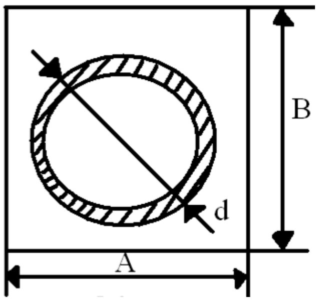


Рис. 5.9

Тепловые потоки Q, Q_c, Q_p и величина m рассчитываются по тем же формулам, что и для трубы с круглыми ребрами.

Коэффициент эффективности прямоугольного ребра рассчитывается по формуле

$$E = \frac{th(ml'')}{ml''},$$

где

$$l'' = 0{,}5d(p-1)(1 + 0{,}35 \ln \rho),$$

$$\rho = 1{,}28\frac{B}{d}\sqrt{\frac{A}{B} - 0{,}2}.$$

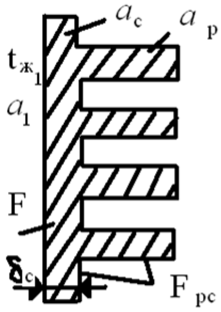
Площадь поверхности прямоугольного ребра определится по формуле

$$S = 2bl.$$

5.3.3. Теплопередача через оребренные стенки

Теплопередача от одной жидкости с $t_{ж_1}$ к другой с $t_{ж_2}$ через оребренную стенку рассчитывается по формулам:

– **для плоской стенки** (рис. 5.10)



$$Q = \frac{t_{ж_1} - t_{ж_2}}{\frac{1}{\alpha_1 F} + \frac{\delta_c}{\lambda F} + \frac{1}{\alpha_{пр} F_{рс}}}; \quad (5.45)$$

– **для оребренной стенки трубы**

$$Q = \frac{t_{ж_1} - t_{ж_2}}{\frac{1}{\alpha_1 F} + \frac{1}{2\pi l \lambda}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_{пр} F_{рс}}}. \quad (5.46)$$

Рис. 5.10

В формулах (5.45) и (5.46) приведенный коэффициент теплоотдачи ($\alpha_{пр}$) и площадь оребренной поверхности ($F_{рс}$) рассчитываются по формулам

$$\alpha_{пр} = \alpha_р \cdot \frac{nF_р}{F_{рс}} E + \alpha_c \frac{F_c}{F_{рс}}, \quad (5.47)$$

$$F_{рс} = nF_р + F_c, \quad (5.48)$$

где $F_р$ — площадь поверхности ребра; n — число ребер.

Учитывая, что $\frac{F_c}{F_{рс}} << \frac{nF_р}{F_{рс}}$ (5.47), можно принять $\alpha_c = \alpha_р$.

Контрольные вопросы и задания

1.Дайте определение эквивалентного коэффициента теплоотдачи (формула (5.8)): «Эквивалентный коэффициент теплоотдачи — это...». Закончите фразу.

2.От наружной поверхности трубы диаметром d = 50 мм с температурой t_c = 90 °С теплота передается к окружающему спокойному воздуху с температурой $t_ж$ = 10 °С. Конвективный коэффициент теплоотдачи α = 8 Вт/м^{2}K. Степень черноты поверхности трубы $\varepsilon_с$ = 0,9.

Рассчитайте лучистый ($\alpha_л$) и эквивалентный ($\alpha_{экв}$) коэффициенты теплоотдачи.

3.Для условия предыдущей задачи сравните конвективный (α) и лучистый ($\alpha_л$) коэффициенты теплоотдачи. Как изменится соотношение между ними:

а) при уменьшении температуры поверхности трубы до t_c = 40 °С;

б) при увеличении температуры до t_c = 120 °С?

Сделайте выводы.

4. По виду теплоносителей различают теплообменники водо-водяные, газо-водяные, газо-газовые. В каких теплообменниках и со стороны какого теплоносителя выполняется оребрение?

5. Поясните физический смысл коэффициента эффективности ребра. При каких условиях он растет?

6. Батарея отопления — чугунная труба с поперечными круглыми ребрами. Длина трубы $l_{тр}$ = 1 м, наружный диаметр трубы d = 60 мм, число ребер n = 50, диаметр ребер D = 120 мм, толщина ребер δ = 2 мм.

Рассчитайте площадь оребренной поверхности ($F_{рс}$).

7. Батарея отопления — чугунная труба с поперечными круглыми ребрами. **Дано**: длина трубы ($l_{тр}$), наружный диаметр трубы (d), толщина ребер и их количество (δ_p, n), диаметр ребер (D), теплопроводность чугуна (λ), температура наружной поверхности трубы (t_c), температура окружающей среды ($t_ж$), коэффициенты теплоотдачи от межреберной поверхности (α_c) и от ребер ($\alpha_р$).

Запишите все формулы, необходимые для расчета конвективной теплоотдачи (Q, Вт) от поверхности оребренной трубы.

Примеры решения задач

Задача № 1. Рассчитать плотность теплового потока (q, Вт/м^2), передаваемого через чугунную стенку трубы батареи отопления от горячей воды с температурой $t_{ж_1}$ = 70 °С к спокойному окружающему воздуху с температурой $t_{ж_2}$ = 20 °С, и температуры на поверхностях стенки (t_1 и t_2).

Толщина стенки трубы, коэффициент теплопроводности чугуна и степень черноты поверхности трубы равны соответственно δ_c = 3 мм, λ = 63 Вт/м К, ε_c = 0,9. Конвективный коэффициент теплоотдачи от воды к внутренней поверхности α_1 = 3500 Вт/м^2 К, от наружной поверхности стенки трубы к воздуху α_2 = 6,5 Вт/м^2 К.

Решение

Для металлических труб, вследствие их высокой теплопроводности, пренебрегают кривизной стенки и расчет производят по формулам для плоской стенки. В этом случае расчетные уравнения для данной задачи обозначены номерами (5.5), (5.7), (5.9) — (5.12).

На наружной поверхности трубы — сложный теплообмен. Задаемся температурой этой поверхности. Пусть t_2 = 69 °С.

Рассчитываем

$$q_л = 0{,}9 \cdot 5{,}67\left[\left(\frac{69+273}{100}\right)^4 - \left(\frac{20+273}{100}\right)^4\right] = 322\frac{Вт}{м^2},$$

$$\alpha_{'экв} = 6{,}5 + \frac{322}{69-20} = 13{,}1\frac{Вт}{м^2 \cdot K},$$

$$q = \frac{70-20}{\frac{1}{3500} + \frac{0{,}003}{63} + \frac{1}{13{,}1}} = 652\frac{Вт}{м^2}.$$

Из уравнения (5.11) находим температуру t_2:

$$t_2 = t_{ж_2} + \frac{q}{\alpha_{'экв}} = 20 + \frac{652}{13{,}1} = 69{,}77\ ^oC.$$

Отличие найденной температуры t_2 от заданной составляет 0,77 °С, т.е. меньше одного градуса, и повторение расчета при t_2 = 69,77 °С практически не изменит величину q = 652 Вт/м^2.

Определим температуру на внутренней поверхности трубы по формуле (5.10):

$$t_1 = t_2 + \frac{q\delta}{\lambda} = 69{,}77 + \frac{652 \cdot 0{,}003}{63} = 69{,}8\ ^oC.$$

Ответы: q = 652 Вт/м^2, t_1 = 69,8 °С, t_2 = 69,77 °С.

Задача № 2. Водяной экономайзер выполнен из круглых ребристых чугунных труб наружным диаметром d = 76 мм. Диаметр ребер D = 200 мм, толщина ребер $\delta_р$ = 5 мм.

Определить количество теплоты, которое будет передаваться от горячих газов к наружной поверхности одной трубы, и температуру на торце ребра, если температура газов $t_ж$ = 400 °С, температура у основания ребер t_1 = 180 °С, длина обогреваемой части трубы $l_{тр}$ = 3 м, количество ребер n = 150. Коэффициент теплоотдачи от газов к оребренной поверхности α = 46,5 Вт/м^2 К, коэффициент теплопроводности чугуна λ =52,4 Вт/м К.

Решение

Для определения теплового потока, воспринимаемого круглым ребром ($Q_р$) необходимы следующие величины:

$$F_p = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{2} = \frac{3{,}14(0{,}2^2 - 0{,}076^2)}{2} = 0{,}0537 м^2,$$

$$m=\sqrt{\frac{2\alpha_p}{\lambda\delta_p}}=\sqrt{\frac{2\cdot 46,5}{52,4\cdot 0,005}}=18,84\frac{1}{м},$$

$$l=\frac{D-d}{2}\left(1+0,35\ln\frac{D}{d}\right)=\frac{0,2-0,076}{2}\left(1+0,35\ln\frac{0,2}{0,076}\right)=0,083м,$$

$$ml=18,84\cdot 0,083=1,564,$$

$$th(ml)=\frac{e^{1,564}-e^{-1,564}}{e^{1,564}+e^{-1,564}}=0,916,$$

$$E=\frac{th(ml)}{ml}=\frac{0,916}{1,564}=0,586,$$

$$\vartheta_1=t_{ж}-t_1=400-180=220^0C.$$

Тогда

$$Q_p=\alpha F_p\vartheta_1 E=46,5\cdot 0,0537\cdot 220\cdot 0,586=321,9Вт.$$

Площадь межреберной поверхности

$$F_c=\pi d(l_{тр}-\delta_p\cdot n)=3,14\cdot 0,0769(3-0,005\cdot 150)=0,537м^2.$$

Тепловой поток, воспринимаемый межреберной поверхностью,

$$Q_c=\alpha\vartheta_1 F_c=46,5\cdot 220\cdot 0,537=5\ 493,5\ \text{Вт}.$$

Тепловой поток, передаваемый от горячих газов к оребренной трубе,

$$Q=nQ_P+Q_c=150\cdot 321,9+5\ 493,5=53,8\ \text{кВт}.$$

Для определения температуры торца ребра рассчитаем

$$ch(ml')=\frac{e^{1,564}+e^{-1,564}}{2}=2,493,$$

$$\vartheta_m=\frac{\vartheta_1}{ch(ml)}=\frac{220}{2,493}=88,2^0C.$$

Тогда

$$t_\tau=t_{ж}-\vartheta_\tau=400-88,2=311,8\ °C.$$

Ответы: Q = 53,8 кВт, t_τ = 311,8 °C.

6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА И ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ

6.1. Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена

В общем случае конвективный теплообмен определяется не только тепловыми, но и гидродинамическими явлениями. Поэтому математическое описание задач теплообмена включает в себя дифференциальные уравнения:

- энергии;
- теплоотдачи;
- движения;
- неразрывности;
- а также условий однозначности, конкретизирующих ту или иную задачу.

Дифференциальное уравнение температурного поля движущейся жидкости — **уравнение энергии** (1.12) — приведено в разделе 1.

Уравнение теплоотдачи. При обтекании вязкой жидкостью твердой поверхности скорость жидкости на ней равна нулю. Это условие «прилипания» вязкой жидкости является следствием того, что между поверхностью твердого тела и жидкостью действуют силы молекулярного сцепления, в результате чего прилегающий к твердой стенке слой жидкости становится неподвижным и теплота через этой слой передается только **теплопроводностью**

$$q = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n=0}.$$

С другой стороны, этот же тепловой поток определяется уравнением Ньютона — Рихмана

$$q = \alpha (t_{ж} - t_{c}).$$

Приравняв правые части равенств, получим дифференциальное уравнение теплоотдачи

$$\alpha = \frac{\lambda}{t_c - t_{ж}} \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n=0}, \qquad (6.1)$$

из которого следует, что для определения коэффициента теплоотдачи необходимо найти температурный градиент среды вблизи поверхности. Температурный градиент может быть найден из дифференциального уравнения энергии (1.12). В уравнение (1.12) входят составляющие скорости (w_x, w_y, w_z), которые требуют дифференциального уравнения, позволяющего найти поле скоростей, — уравнения движения.

Уравнение движения. В классической гидродинамике уравнение движения вязкой несжимаемой жидкости (уравнение Навье — Стокса) для стационарного режима в проекции на ось ох имеет вид

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_x}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_x}{\partial z} w_z = g\beta (t_c - t_{ж}) - \frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial x} + v\left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right), \qquad (6.2)$$

где w_x — проекция вектора скорости на ось ох; g = 9,8 м/с^2; $\beta = \left(\frac{1}{\upsilon}\frac{\partial \upsilon}{\partial T} \right)_p, \frac{1}{K}$ — температурный коэффициент объемного расширения; ρ, кг/м^3 — плотность; p, Па — давление; v, m^2/c — кинематическая вязкость.

Левая часть уравнения (6.2) характеризует инерционные силы потока жидкости, первое слагаемое правой части определяет подъемную силу, возникающую вследствие разности плотностей холодных и нагретых объемов жидкости, второе слагаемое — действие сил давления, третье — сил вязкого трения.

Аналогичные уравнения в проекции на оси оу, oz обозначим номерами (6.3), (6.4).

Анализ уравнений (1.12), (6.1) — (6.4) показывает, что для решения задачи конвективного теплообмена к перечисленным выше уравнениям необходимо добавить еще одно — уравнение неразрывности потока.

Уравнение неразрывности. Применение закона сохранения массы к элементарному объему несжимаемой жидкости дает **дифференциальное уравнение неразрывности**

$$\frac{\partial w_x}{\partial x}+\frac{\partial w_y}{\partial u}+\frac{\partial w_z}{\partial z}=0. \qquad (6.5)$$

Условия однозначности включают:

– геометрические условия (форму и размеры поверхности соприкосновения с жидкостью);

– физические условия (теплопроводность, вязкость и другие свойства жидкости);

– граничные условия (распределение скоростей и температур на границах рассматриваемой системы).

Для некоторых задач теплообмена могут быть получены и более сложные системы дифференциальных уравнений и условий однозначности.

Решение системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена возможно при введении упрощающих предположений для некоторых случаев теплоотдачи. Однако принятые допущения требуют сопоставления аналитических решений с результатами эксперимента.

В настоящее время для получения полной информации о параметрах потока в любой точке пространства нужно решить систему дифференциальных уравнений конвективного теплообмена численными методами с применением ЭВМ, в частности использовать программную оболочку ANSYS, PHONICS, либо другими аналогичными.

В большинстве же случаев единственным способом получения уравнения для расчета коэффициента теплоотдачи является физический эксперимент с обработкой данных на основе теории подобия физических явлений.

6.2. Основы теории подобия

Теория подобия — учение о подобных явлениях. Она позволяет на основе дифференциальных уравнений и условий однозначности создать теоретическую базу для постановки опытов и обработки их результатов.

Понятие подобия впервые было введено в геометрии, но оно распространяется и на физические явления. Последние считаются подобными, если они относятся к одному и тому же классу, протекают в геометрически подобных системах, и подобны все однородные физические величины, характеризующие эти явления.

Для подобных физических явлений в сходственных точках и в сходственные моменты времени любая величина φ' первого явления пропорциональна величине φ'' второго явления: φ'' второго явления: $\varphi' = C_\varphi \cdot \varphi''$, где C_φ — константа подобия. Два промежутка времени τ' и τ'' называются сходственными, если они имеют общее начало отсчета и связаны равенством $\tau'/\tau'' = C_\tau = \text{const}$. При **геометрическом** подобии выполняется равенство

$$x'/x'' = y'/y'' = z'/z'' = l_1'/l_1'' = l_2'/l_2'' = C_l.$$

При **кинематическом** подобии имеет место подобие скоростей w/w = C_w, при **динамическом** — подобие сил давления p'/p'' = C_p, при **тепловом** — подобие температурных полей t'/t″ = C_t.

Для физических явлений, определяемых множеством параметров, константы подобия этих параметров связаны между собой и не могут быть выбраны произвольно.

Уравнения, описывающие подобные физические явления, после приведения их к безразмерному виду становятся тождественными, при этом в сходственных точках все одноименные безразмерные величины будут одинаковыми.

Приведение к безразмерному виду системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена (1.12), (6.1) — (6.5) позволяет получить безразмерные комплексы, называемые **числами подобия**:

— $Nu = \dfrac{\alpha l}{\lambda}$ — **число Нуссельта**, характеризует интенсивность конвективного теплообмена;

— l, м — геометрический размер;

— Re = $\dfrac{wl}{v}$ — **число Рейнольдса**, характеризует отношение сил инерции к силам вязкости;

— Rr = $\dfrac{v}{\alpha}$ — **число Прандтля**, характеризует теплофизические свойства жидкости;

— Gr = $\dfrac{g\beta\Delta t l^3}{v^2}$ — **число Грасгофа**, характеризует отношение подъемной силы, возникающей вследствие разности плотностей жидкости, благодаря перепаду температур Δt, к силам вязкости;

— Fr = $\dfrac{w^2}{gl}$ — **число Фруда**, характеризующее отношение инерционных сил к силам тяжести, и т.д.

Число Нуссельта (Nu) является **определяемым** числом в задачах конвективного теплообмена, т.к. содержит искомую величину — коэффициент теплоотдачи α. Остальные числа подобия (Re, Pr, Gr, Fr...) называются **определяющими** и включают в себя величины, от которых зависит коэффициент теплоотдачи.

Таким образом,

$$Nu = f(Re, Pr, Gr, Fr...). \tag{6.6}$$

Функциональная зависимость между числами подобия типа (6.6) называется **уравнением подобия**. По уравнению подобия можно найти число Nu и рассчитать коэффициент теплоотдачи.

Основные положения теории подобия формулируются в виде трех теорем:

1. Подобные процессы должны иметь одинаковую физическую природу и описываться одинаковыми дифференциальными уравнениями.

2. Условия однозначности подобных процессов (геометрические, физические, граничные и т.д.) должны быть одинаковы во всем, кроме численных значений размерных постоянных.

3. Одноименные определяющие числа подобия подобных процессов должны иметь одинаковую численную величину (Re' = Re'', Gr' = Gr'' и т.д.).

Теорию подобия можно рассматривать как учение об обобщенных безразмерных переменных, характеризующих данный процесс.

6.3. Моделирование теплоотдачи

Моделированием называется метод экспериментального изучения явления на модели натурного образца. Чтобы процессы в модели и образце были подобны, необходимо выполнить условия подобия:

1) смоделировать процессы, имеющие одинаковую физическую природу и описываемые одинаковыми дифференциальными уравнениями;

2) обеспечить одинаковые условия однозначности в модели и образце;

3) обеспечить равенство одноименных чисел подобия для модели и образца.

Результаты эксперимента обрабатывают в числах подобия, а связь между ними представляют в виде уравнений подобия. Обычно это степенные зависимости типа

$$Nu_{жd} = C\,\mathrm{Re}^{n}_{жd}\,\mathrm{Pr}^{m}_{ж}, \tag{6.7}$$

где C, n, m — постоянные коэффициенты, определяются экспериментально. Индексы d и ж указывают на определяющий размер (d) и определяющую температуру ($t_ж$), т.е.

$$Nu_{жd} = \frac{\alpha d}{\lambda}, \mathrm{Re}_{жd} = \frac{wd}{\nu}.$$

Определяющий размер — это чаще всего геометрический размер, который оказывает наибольшее влияние на теплоотдачу.

Величины, зависящие от температуры (λ, ν, Pr...), должны браться из справочника при **определяющей температуре**, в данном случае при $t_ж$. В качестве определяющей может быть и другая температура ($t_c, t_1 = \dfrac{t_c + t_ж}{2}$).

По уравнениям подобия типа (6.7) определяется число Нуссельта и рассчитывается коэффициент теплоотдачи.

6.4. Физические особенности процесса теплоотдачи

Процесс теплоотдачи — это конвективный перенос теплоты между поверхностью и омывающей ее средой. Его принято описывать с помощью уравнения Ньютона — Рихмана: количество теплоты, передаваемой с поверхности площадью dF за промежуток времени dτ в среду с температурой $t_ж$, определяется выражением

$$d^2Q_r = \alpha(t_c - t_ж)dFd\tau, Дж.$$

Уравнение Ньютона — Рихмана для **теплового потока** при постоянных α, t_c, $t_ж$ имеет вид

$$Q = \alpha\,(t_c - t_ж)\,F, Вт, \tag{6.8}$$

для плотности **теплового потока** она запишется так:

$$q = \alpha(t_c - t_ж), \frac{Вт}{м^2}. \tag{6.9}$$

Явление конвективного переноса теплоты наблюдается лишь в движущихся средах.

Факторы, влияющие на теплоотдачу:

1. Природа возникновения движения (свободное или вынужденное).

Свободное движение или естественная конвекция возникает под действием разности плотностей холодных и нагретых частиц жидкости или газа (подъемно-опускное движение у поверхности тела).

Вынужденное движение (вынужденная конвекция) возникает под действием разности давлений, создаваемой насосом, компрессором и т.д. В некоторых случаях наряду с вынужденным одновременно может развиваться свободное движение. Относительное влияние последнего тем больше, чем больше разность температур в отдельных объемах жидкости и чем меньше скорость вынужденного движения.

2. Режим течения жидкости (ламинарный, турбулентный, переходный).

При **ламинарном режиме** частицы жидкости движутся послойно, не перемешиваясь (рис. 6.1), перенос теплоты от стенки к жидкости осуществляется теплопроводностью ($q_л = q_{тп}$). **Турбулентный** режим характеризуется непрерывным перемешиванием всех слоев жидкости (рис. 6.2)

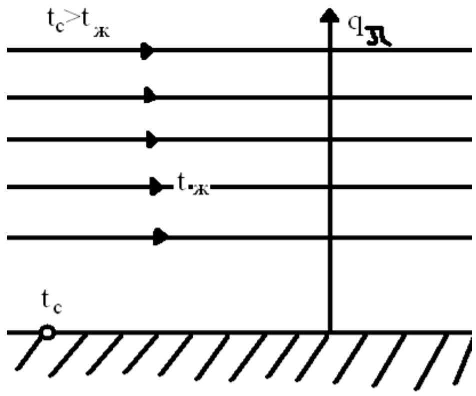


Рис. 6.1

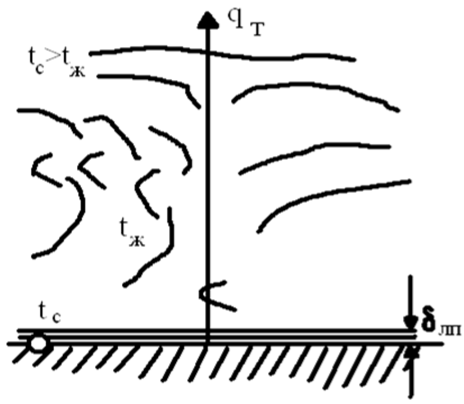


Рис. 6.2

При этом у поверхности стенки образуется ламинарный подслой жидкости толщиной $\delta_{лп}$. Перенос теплоты от стенки к жидкости с турбулентным течением осуществляется теплопроводностью и конвекцией ($q_T = q_{тп}+q_к$).

Режим движения жидкости, промежуточный между ламинарным и турбулентным, называется **переходным**.

3. Гидродинамический и тепловой пограничный слои.

При любом режиме движения частицы жидкости, непосредственно прилегающие к твердой поверхности, как бы прилипают к ней. В результате вблизи обтекаемой поверхности под действием сил вязкого трения образуется плоский слой заторможенной жидкости, в пределах которого скорость жидкости изменяется от нуля (на поверхности тела) до скорости невозмущенного потока (вдали от тела). Этот слой заторможенной жидкости называется **гидродинамическим пограничным слоем**.

На рисунке 6.3 дана схема образования гидродинамического пограничного слоя при продольном омывании поверхности потоком жидкости с постоянной скоростью ω_0.

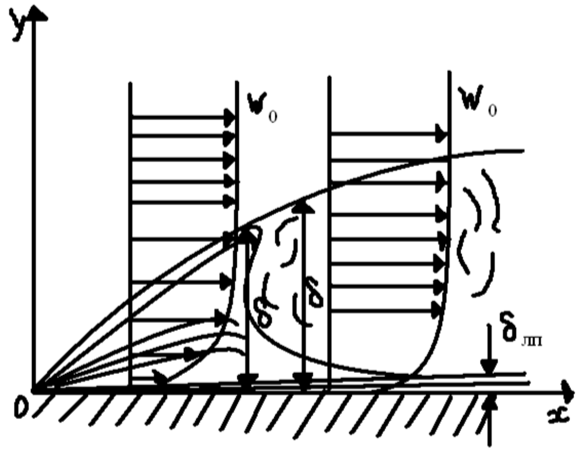


Рис. 6.3

На начальном участке поверхности, как правило, течение жидкости ламинарное (ламинарный пограничный слой). По мере удаления от входной кромки толщина гидродинамического пограничного слоя δ увеличивается. Утолщение пограничного слоя происходит с увеличением вязкости жидкости. Рост толщины пограничного слоя приводит к уменьшению его устойчивости, и на определенном расстоянии от входной кромки он переходит в турбулентный. Убывание скорости в турбулентном пограничном слое можно охарактеризовать как умеренное, в ламинарном подслое — резкое.

Гидродинамический пограничный слой, режим течения жидкости в нем влияют на коэффициент теплоотдачи. Чем меньше толщина гидродинамического пограничного слоя δ, тем выше коэффициент теплоотдачи α.

Аналогично понятию гидродинамического пограничного слоя существует понятие теплового пограничного слоя. Это слой жидкости (δ_τ), прилегающий к твердой поверхности, в пределах которого температура жидкости изменяется от температуры стенки (t_c) до температуры потока вдали от поверхности ($t_ж$).

В общем случае толщина гидродинамического (δ) и теплового (δ_τ) пограничных слоев не совпадает и только для газов практически одинакова. Соотношение толщины теплового и гидродинамического пограничных слоев определяется значением числа Pr = $\dfrac{\nu}{\alpha}$.

Дифференциальное уравнение теплоотдачи (6.1) описывает передачу тепла в тонком пристеночном слое жидкости. В первом приближении градиент температуры в тепловом пограничном слое можно выразить так:

$$\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_{n=0} \approx \frac{t_c - t_ж}{\delta_т},$$

тогда коэффициент теплоотдачи определится соотношением

$$\alpha \approx \frac{\lambda}{\delta_т},$$

т.е. коэффициент теплоотдачи прямо пропорционален теплопроводности жидкости и обратно пропорционален толщине теплового пограничного слоя.

4. Теплофизические свойства жидкости.

Коэффициент теплоотдачи (α) зависит от коэффициента теплопроводности (λ), теплоемкости (c_p), кинематической вязкости (ν), плотности (ρ), коэффициента объемного расширения (β) и других свойств жидкости, в частности при наличии фазовых переходов (кипения, конденсации) от теплоты парообразования (r), коэффициента поверхностного натяжения (σ) и т.д.

5. Геометрические размеры, форма, ориентация поверхности теплообмена.

Установлено, что коэффициент теплоотдачи зависит от геометрической формы поверхности тела (плоской, цилиндрической, шаровой или иной), размеров (протяженности поверхности, диаметра трубы или сферы и т.д.), ориентации поверхности теплообмена (вертикальной, горизонтальной с теплоотдачей вверх, горизонтальной с теплоотдачей вниз, наклонной и т.д.).

Контрольные вопросы и задания

1. Запишите дифференциальные уравнения конвективного теплообмена, поясните физический смысл слагаемых в уравнениях энергии и движения.
2. Сформулируйте условия подобия физических явлений. Что дает теория подобия?
3. Каковы условия физического моделирования теплоотдачи и что оно дает?
4. Что называется определяющей температурой и определяющим размером?
5. Докажите, что числа подобия безразмерны, путем подстановки размерности величин, входящих в них.
6. Дайте понятия гидродинамического и теплового пограничных слоев. Как толщина этих слоев влияет на коэффициент теплоотдачи?
7. Как влияют на теплоотдачу: а) теплопроводность жидкости; б) вязкость жидкости?
8. Перечислите факторы, влияющие на коэффициент теплоотдачи.

Примеры решения задач

Задача № 1. Моделируется процесс теплоотдачи при течении нефти по нефтепроводу диаметром d = 1 020 мм со скоростью w = 0,5 м/с. Кинематическая вязкость нефти для исследуемого участка трубы при средней температуре $\bar{t}_{ж} = 30\,^oC$ составляет ν = $14{,}7\cdot 10^{-6}$м^2/с.

В модели предполагается нефть заменить водой, диаметр трубки d = 30 мм.

Какой расход воды необходимо иметь в модели, чтобы обеспечить подобие процессов теплоотдачи в модели и образце?

Решение

Согласно третьей теореме подобия одноименные числа подобия для модели и образца должны быть одинаковы ($Re_M = Re_o$), т.е.

$$\frac{w_м d_м}{v_м} = \frac{w_0 d_0}{v_0}.$$

Кинематическая вязкость воды при $\bar{t}_ж$ = 30 °C, ν = $0{,}805\cdot 10^{-6}$м^2/с (табл. 2 Приложения). Тогда скорость воды

$$w_м = \frac{\omega_0 d_0 v_м}{v_0 d_м} = \frac{0{,}5\cdot 1{,}02\cdot 0{,}805\cdot 10^{-6}}{14{,}7\cdot 10^{-6}\cdot 0{,}03} = 0{,}931\,м/с,$$

расход воды

$$G = w_м \rho_м \frac{\pi d_м^2}{4} = 0{,}931\cdot 995{,}7\frac{3{,}14\cdot 0{,}03^2}{4} = 0{,}655\,кг/с.$$

Плотность воды $\rho_м$ = 995,7 кг/м^3 взята из таблицы 2 Приложения при $t_{ж}$ = 30 °C.

Задача № 2. На воздушной модели парового котла, выполненной в масштабе 1/8 натуральной величины, производилось изучение теплоотдачи конвекцией. Для первого газохода модели при различных скоростях воздуха получены следующие значения коэффициента теплоотдачи:

w, м/с	2,0	3,14	4,65	8,8
α, Вт/м^2·К	50,4	68,6	90,6	141

Средняя температура воздуха, проходящего через модель, $t_ж$ = 20 °C. Диаметр трубок модели d = 12,5 мм.

Коэффициент теплоотдачи α при обработке опытных данных был отнесен к средней арифметической разности температур между воздухом и стенкой.

На основе опытных данных получите формулу для расчета теплоотдачи конвекцией в первом газоходе котла в виде зависимости $Nu_{жd} = C\,\mathrm{Re}^n{}_{жd}$.

Решение

Результаты эксперимента обработаем в числах подобия

$$Nu = \frac{\alpha d}{\lambda} \text{ и } \mathrm{Re} = \frac{wd}{v}.$$

При $t_ж$ = 200 °C для воздуха коэффициент теплопроводности λ = 0,026 Вт/м·К, кинематическая вязкость ν = $15{,}06\cdot 10^{-6}$м^2/с (табл. 1 Приложения).

Результаты вычисления чисел Nu и Re для соответствующих значений α и w представлены ниже:

w, м/с	λ, Вт/м^2·К	Re	Nu
2,0	50,4	1 660	24,2
3,14	68,6	2 600	33,0
4,65	90,6	3 860	43,6
8,8	141	7 300	68,0

По этим данным строим зависимость Nu = f(Re) в логарифмических координатах (рис. 6.4).

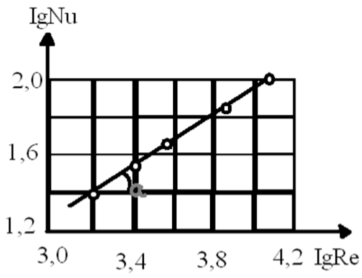


Рис. 6.4

По тангенсу угла наклона прямой к оси абсцисс

$$tg\alpha = \frac{2,0 - 1,4}{4,05 - 3,2} = 0,706$$

определяем показатель степени n = 0,706.

Постоянную C находим из уравнения

$$C = \frac{Nu}{\mathrm{Re}^n} = \frac{24,2}{1660^{0,706}} = 0,129.$$

Таким образом, получаем расчетную формулу

$$Nu_{жd} = 0,129\,\mathrm{Re}_{жd}^{0,706},$$

справедливую в пределах 1 600 ≤ $\mathrm{Re}_{жd}$ ≤ 7 300.

7. ТЕПЛООТДАЧА В ОДНОФАЗНОЙ СРЕДЕ

7.1. Теплоотдача при свободном движении жидкости

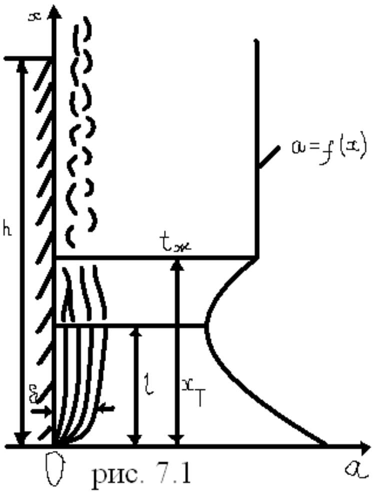


рис. 7.1

Процессы теплообмена при естественной конвекции, возникающей из-за разности плотностей нагретых и холодных частиц газа, играют большую роль как в технике, так и в быту. Характерная картина свободного движения жидкости вдоль горячей вертикальной поверхности показана на рисунке 7.1.

Нагреваясь у поверхности высотой h ($t_с$>$t_ж$), жидкость из-за уменьшения ее плотности поднимается вверх. Слой нагретой движущейся жидкости (δ) является одновременно гидродинамическим и тепловым пограничным слоем, т.к. в пределах этого слоя изменяется скорость (от нуля на стенке до максимума и снова до нуля на границе с неподвижной жидкостью) и температура от ($t_с$ до $t_ж$). Вначале толщина пограничного слоя мала и ее течение носит ламинарный характер. Постепенно в движение увлекается все большее количество жидкости, толщина ламинарного слоя растет, затем он разрушается (переходный режим) и возникает турбулентный режим течения жидкости. При ламинарном режиме коэффициент теплоотдачи с увеличением толщины пограничного слоя (δ) уменьшается (рис. 7.1), при переходном режиме — резко возрастает и далее, при турбулентном режиме, по высоте поверхности сохраняется постоянным.

На основе математического описания процесса конвективного теплообмена при естественной конвекции уравнение подобия принимает вид

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Gr}, \mathrm{Pr}), \qquad (7.1)$$

а в результате экспериментального исследования теплоотдачи установлено, что

- ✓ при $10^3 < (\mathrm{Gr}_{жх}\cdot\mathrm{Pr}_ж) \le 10^9$ — **ламинарный** режим течения жидкости в пограничном слое;
- ✓ при $(\mathrm{Gr}_{жх}\cdot\mathrm{Pr}_ж) \ge 6\cdot10^{10}$ — **турбулентный** режим;
- ✓ при $10^9 < (\mathrm{Gr}_{жх}\cdot\mathrm{Pr}_ж) \le 10^{10}$ — **переходный** режим.

Число Грасгофа рассчитывается по формуле

$$Gr_{жх} = \frac{g\beta\vartheta_c x^3}{\nu^2}, \qquad (7.2)$$

где β — температурный коэффициент объемного расширения, $\vartheta_c = t_c - t_ж$. Для капельных жидкостей значения β = f(t) приводятся в справочной литературе, для газов — рассчитываются по формуле

$$\beta = \frac{1}{T}, \frac{1}{K},$$

полученной на основе совместного решения уравнений

$$\beta = \frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \text{ и } pv = RT.$$

Числа Прандтля, $\mathrm{Pr} = \dfrac{\nu}{\alpha} = f(t)$, зависящие только от теплофизических свойств жидкостей, приводятся для различных теплоносителей (жидкостей, газов) в справочной литературе.

При расчетах произведения ($Gr_{жх} \cdot Pr_ж$) **определяющей температурой** является температура жидкости ($t_ж$), **определяющим размером** — координата x.

Для расчета коэффициентов теплоотдачи рекомендуются следующие уравнения:

- при **ламинарном режиме**, $\mathbf{10^3 < (Gr_{жх} \cdot Pr_ж) \le 10^9}$, **локальные** коэффициенты теплоотдачи (α), описываемые кривой α = f(x) (рис.7.1), в ламинарной области пограничного слоя рассчитываются по уравнению

$$Nu_{жх} = 0{,}6(Gr_{жх}\,\mathrm{Pr}_{ж})^{0,25}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_{c}}\right)^{0,25}; \qquad (7.3)$$

средние коэффициенты теплоотдачи ($\overline{\alpha}$) на участке поверхности высотой (l) с ламинарным течением в пограничном слое — по уравнению

$$\overline{Nu}_{жl} = 0{,}75(Gr_{жl}\,\mathrm{Pr}_{ж})^{0,25}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_{c}}\right)^{0,25}; \qquad (7.4)$$

- при **турбулентном режиме, $\mathbf{(Gr_{жх} \cdot Pr_ж) > 6 \cdot 10^{10}}$**, коэффициенты теплоотдачи рассчитываются по уравнению

$$Nu_{жх} = 0{,}15(Gr_{жх}\,\mathrm{Pr}_{ж})^{1/3}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_{c}}\right)^{0,25}; \qquad (7.5)$$

- при **переходном режиме**, $\mathbf{10^9 < (Gr_{жх} \cdot Pr_ж) < 6 \cdot 10^{10}}$, средний коэффициент теплоотдачи можно определить по формуле

$$\alpha_{пер} = \frac{\alpha_m + \alpha_{x=l}}{2}, \qquad (7.6)$$

где $\alpha_т$ рассчитывается по уравнению (7.5), $\alpha_{x=l}$ — по (7.3).

Коэффициент теплоотдачи зависит от направления теплового потока, и обусловлено это неодинаковыми средними температурами жидкости вблизи поверхности при нагреве жидкости ($t_c > t_ж$) и при охлаждении ($t_c < t_ж$), а также зависимостью теплофизических свойств жидкости от ее температуры. Как следствие этого, коэффициент теплоотдачи капельных жидкостей при нагреве больше, чем при охлаждении. Влияние указанного фактора учитывается в уравнениях подобия сомножителем $(Pr_ж/Pr_c)^{0,25}$.

При нагреве жидкости ($t_c > t_ж$) — $(Pr_ж/Pr_c)^{o,25} > 1$, при охлаждении ($t_c < t_ж$) — $(Pr_ж/Pr_c)^{o,25} < 1$). Числа $Pr_ж$ и Pr_c берутся из справочных таблиц для жидкости в первом случае — по $t_ж$, во втором — по t_c.

Для газов с достаточной точностью можно считать, что сомножитель $(Pr_ж/Pr_c)^{o,25} = 1$.

Форма поверхности при естественной конвекции жидкости играет второстепенную роль (важна ее протяженность), поэтому по вышеприведенным формулам рассчитывается теплоотдача от плоских, цилиндрических или иной формы вертикальных поверхностей.

Приведенные выше формулы применимы и для горизонтальных плит, но в этом случае вычисленный коэффициент теплоотдачи надо увеличить на 30%, если теплоотдающая поверхность плиты обращена вверх, и уменьшить на 30%, если теплоотдающая поверхность обращена вниз. В качестве **о**пределяющего размера берется меньшая сторона плиты.

Для **горизонтальных труб**, если $10^3 < (Gr_{жd} \cdot Pr_ж) \le 10^9$, для расчета средних коэффициентов теплоотдачи рекомендуется следующее уравнение:

$$\overline{Nu}_{жd} = 0{,}5(Gr_{жd}\,\mathrm{Pr}_{ж})^{0,25}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_{c}}\right)^{o,25}, \qquad (7.7)$$

определяющий размер — наружный диаметр трубы (d).

Рассмотренная картина движения жидкости относится к случаям, когда расположение и размеры поверхностей, замыкающих среду, на развитие свободного движения не влияют. Такое движение называется свободной конвекцией **в большом объеме**.

Естественная конвекция **в ограниченном объеме** характеризуется наличием восходящих и нисходящих потоков, когда условия свободного движения жидкости значительно отличаются от ее движения в неограниченном пространстве.

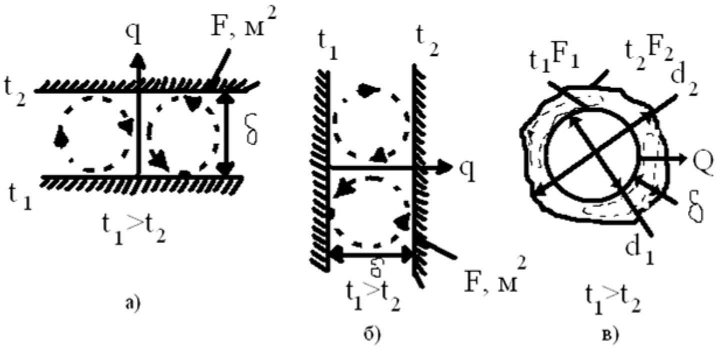


Рис. 7.2

Примеры естественной конвекции жидкости в **ограниченном объеме** представлены на рисунке 7.2:

а) горизонтальная прослойка жидкости или газа;

б) вертикальная прослойка;

в) цилиндрическая (или сферическая) прослойка

Через газовые прослойки передача теплоты между поверхностями осуществляется тремя способами: **теплопроводностью**, **конвекцией** и **излучением;** через прослойки капельной жидкости — двумя: **теплопроводностью** и **конвекцией**. Во всех случаях передачу теплоты рассчитывают по формулам теплопроводности, но **коэффициент теплопроводности** среды заменяют эквивалентным, учитывающим перенос теплоты другими способами.

Для **плоских прослоек** тепловой поток рассчитывают по уравнению

$$Q = \frac{\lambda_{экв}}{\delta}(t_1 - t_2)F, \qquad (7.8)$$

для цилиндрических

$$Q = \frac{2\pi d\lambda_{экв}(t_1 - t_2)}{\ln\frac{d_2}{d_1}}. \qquad (7.9)$$

Для прослоек **капельной жидкости**

$$\lambda_{экв} = \lambda \cdot \varepsilon_k, \qquad (7.10)$$

где λ — коэффициент теплопроводности жидкости; $\varepsilon_к$ — коэффициент, учитывающий перенос тепла конвекцией.

Для **прослоек любой формы** при $(Gr_{ж\delta} \cdot Pr_ж) > 10^3$коэффициент конвекции рассчитывается по формуле

$$\varepsilon_к = 0{,}18(Gr_{ж\delta} \cdot \mathrm{Pr}_ж)^{0,25}, \qquad (7.11)$$

где $Gr_{ж\delta} = \frac{g\beta(t_1 - t_2)\delta^3}{\nu^2}$, определяющая температура $t_ж = \frac{t_1 + t_2}{2}$.

При $(Gr_{ж\delta} \cdot Pr_ж) < 10^3$ принимают $\varepsilon_к = 1$.

Для **газовых плоских** прослоек

$$\lambda_{экв} = \lambda \cdot \varepsilon_к + \frac{q_л \delta}{t_1 - t_2}, \qquad (7.12)$$

где $q_л$, Вт/м² — плотность теплового потока, передаваемого излучением через газовую прослойку.

Для **газовых цилиндрических** прослоек

$$\lambda_{экв} = \lambda \cdot \varepsilon_к + \frac{Q_л \ln \frac{d_2}{d_1}}{2\pi l (t_1 - t_2)}. \quad (7.13)$$

7.2. Теплоотдача при продольном омывании поверхности вынужденным потоком жидкости

Вынужденное течение жидкости (вынужденная конвекция) возникает под действием разности давлений, которая в совокупности с теплофизическими свойствами определяет скорость движения жидкости w_0. Таким образом, при вынужденном движении определяющими числами подобия являются число Рейнольдса (Re), включающее в себя скорость w^o, и число Прандтля (Pr), зависящее от теплофизических свойств жидкости,

$$Nu = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}).$$

В некоторых случаях при малых скоростях и больших температурных напорах (t_c–$t_ж$) на вынужденное течение жидкости могут накладываться токи естественной конвекции, и тогда

$$Nu = f\ (\mathrm{Re}, \mathrm{Gr}, \mathrm{Pr}).$$

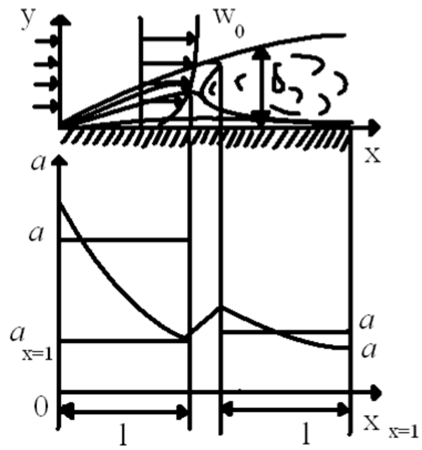


Рис. 7.3

Рассмотрим участок поверхности, имеющий температуру t_c и омываемый потоком жидкости с температурой $t_ж$ и скоростью w_0. Вблизи поверхности формируется гидродинамический пограничный слой (δ) с ламинарным, переходным и турбулентным режимами течения (рис. 7.3).

Режим течения в гидродинамическом пограничном слое определяется числом Рейнольдса $\mathrm{Re}_{жх} = \frac{w_0 x}{\nu}$.

При $\mathrm{Re}_{жх} < 10^4$ — ламинарный режим;
при $\mathrm{Re}_{жх} > 4 \cdot 10^6$ — турбулентный;
при $10^4 < \mathrm{Re}_{жх} < 4 \cdot 10^6$ — переходный.

Для переходного режима из-за неустойчивого течения, характеризуемого частой сменой во времени ламинарного и турбулентного режимов, отсутствует методика расчета коэффициентов теплоотдачи, поэтому его исключают и считают, что

- ✓ при $\mathrm{Re}_{жх} \le 5 \cdot 10^5$ — ламинарный режим в пограничном слое;
- ✓ при $\mathrm{Re}_{жсх} > 5 \cdot 10^5$ — турбулентный режим.

В литературе для вынужденного течения жидкости около поверхности приводится вывод интегральных уравнений для теплового и гидродинамического пограничных слоев:

$$\frac{d}{dx}\int_o^{\delta_m} (t_{ж} - t) w_x dy = \alpha \left(\frac{dt}{dy} \right)_{y=0}, \quad (7.14)$$

$$\frac{d}{dx}\int_o^{\delta} (w_0 - w_x) w_x dy = \nu \left(\frac{dw_x}{dy} \right)_{y=0}. \quad (7.15)$$

Если воспользоваться этими уравнениями для ламинарного и турбулентного режимов течения в пограничном слое, то удастся аналитически получить расчетные уравнения для коэффициентов теплоотдачи, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Вот эти уравнения для расчета **локальных** коэффициентов теплоотдачи:

– при **ламинарном режиме** течения жидкости в пограничном слое

$$Nu_x = 0{,}33\,\mathrm{Re}_x^{0,5} \cdot \mathrm{Pr}^{0,33}, \tag{7.16}$$

– при **турбулентном** режиме

$$Nu_x = 0{,}0296\,\mathrm{Re}_x^{0,8} \cdot \mathrm{Pr}^{0,43}. \tag{7.17}$$

Если подставить значения чисел подобия в (7.16)

$$\frac{\alpha x}{\lambda} = 0{,}33\left(\frac{w_o x}{\nu}\right)^{0,5} \mathrm{Pr}^{0,33},$$

определить зависимость α = f(x), обозначив постоянной С все величины, кроме координаты x,

$$\alpha = Cx^{-0,5}, \tag{7.18}$$

то можно найти **средний** коэффициент теплоотдачи для участка поверхности длиной (l) с ламинарным течением в пограничном слое по формуле

$$\overline{\alpha} = \frac{1}{l}\int_0^l Cx^{-0,5} = 2Cl^{-0,5}. \tag{7.19}$$

Сравнивая (7.18) и (7.19), видим, что средний коэффициент теплоотдачи в 2 раза больше, чем локальный при x = l, т.е.

$$\overline{\alpha} = 2\alpha_{x=l}.$$

Аналогичный анализ уравнения (7.17) дает, что

$$\overline{\alpha} = 1{,}25\alpha_{x=l}.$$

Графическое подтверждение смотри на рисунке 7.3. Коэффициент теплоотдачи при ламинарном режиме течения жидкости в пограничном слое с увеличением x убывает более резко, чем при турбулентном режиме.

Таким образом, теоретические и экспериментальные исследования позволили получить следующие уравнения для расчета **средних** коэффициентов теплоотдачи для участка поверхности длиной l при наличии **ламинарного пограничного слоя**

$$\overline{Nu}_{жl} = 0{,}66\,\mathrm{Re}_{жl}^{o,5}\,\mathrm{Pr}_{ж}^{0,33}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_c}\right)^{0,25},$$

турбулентного пограничного слоя ($\mathrm{Re}_{жl} > 5 \cdot 10^5$)

$$\overline{Nu}_{жl} = 0{,}037\,\mathrm{Re}_{жl}^{o,8}\,\mathrm{Pr}_{ж}^{0,43}\left(\frac{\mathrm{Pr}_{ж}}{\mathrm{Pr}_c}\right)^{0,25}. \tag{7.21}$$

Форма поверхности (плоская, цилиндрическая или иная) при продольном омывании её вынужденным потоком жидкости не влияет на коэффициент теплоотдачи.

7.3. Теплоотдача при вынужденном течении жидкости в трубах и каналах

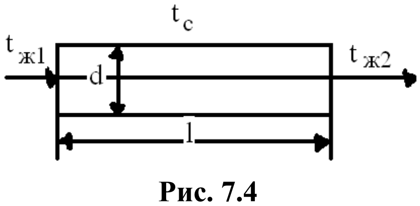


Рис. 7.4

При течении в трубе (рис. 7.4) жидкость может нагреваться или охлаждаться.

При нагреве: $t_{ж_2} > t_{ж_1}, t_c > \overline{t_ж}$, где $\overline{t_ж}$ — средняя температура жидкости на участке трубы длиной l (рис. 7.5). При охлаждении: $t_{ж_2} < t_{ж_1}, t_c < \overline{t_ж}$ (рис.7.6).

Уравнение теплового баланса для отрезка трубы длиной при **нагреве** жидкости

$$Q = Gc_p(t_{ж_2} - t_{ж_1}) = \alpha(t_c - \overline{t_ж})F, Вт, \tag{7.22}$$

при охлаждении жидкости

$$Q = Gc_p(t_{ж_1} - t_{ж_2}) = \alpha(\bar{t}_ж - t_c)F. \tag{7.23}$$

Здесь G = $\bar{w}\rho f$, кг/с — расход жидкости; $\bar{w}$, м/с — средняя по сечению трубы скорость; ρ, кг/м^3, c_p, Дж/кг·К — плотность и теплоемкость жидкости; $f = \pi d^2/4$, м^2 — площадь поперечного сечения трубы; d, м — внутренний диаметр трубы; α, Вт/м^2·К — коэффициент теплоотдачи между поверхностью трубы и жидкостью; F = $\pi d l$, м^2 — площадь поверхности теплообмена между жидкостью и трубой.

Расчет средней температуры жидкости ($\overline{t_ж}$).

Если через Δt' и Δt'' обозначить средние температурные напоры на входе и на выходе из трубы (рис.7.5 и 7.6), то **средний температурный напор** вычислится по формуле

$$\overline{\Delta t} = t_c \mp \overline{t_ж},$$

откуда **средняя температура жидкости**

$$\bar{t}_ж = t_c \mp \overline{\Delta t}. \tag{7.24}$$

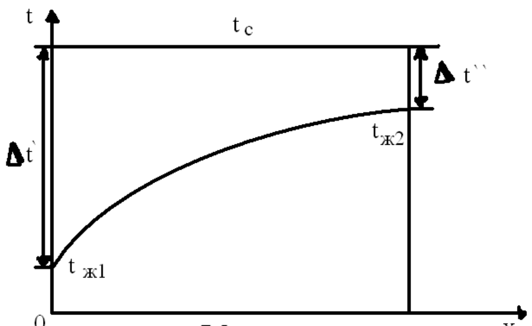


рис. 7.5

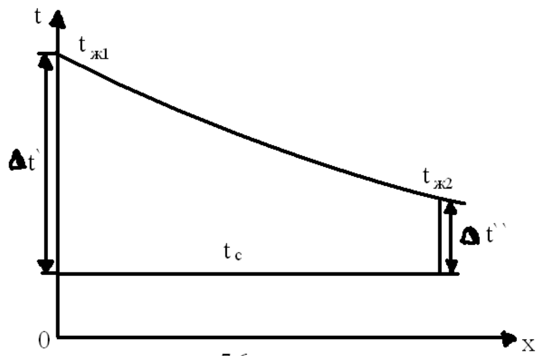


рис. 7.6

При $\frac{\Delta t'}{\Delta t''} \geq 2$ средний температурный напор вычисляется как средний логарифмический

$$\overline{\Delta t} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln\frac{\Delta t'}{\Delta t''}},$$

при $\frac{\Delta t'}{\Delta t''} < 2$ **среднюю температуру жидкости** можно вычислить как среднюю арифметическую по формуле

$$\overline{t_ж} = \frac{1}{2}(t_{ж_1} + t_{ж_2}). \tag{7.25}$$

Теплоотдача при вынужденном течении жидкости в трубах зависит от режима течения (ламинарного, турбулентного, переходного), который определяется числом Рейнольда, $Re_{жd} = \frac{wd}{\nu}$, где d — внутренний диаметр трубы, определяющая температура — $t_ж$.

При $Re_{жd}$ < 2 300 режим течения **ламинарный**, при $Re_{жd} > 10^4$ устанавливается устойчивый **турбулентный режим**. В области 2 300 < $Re_{жd} < 10^4$— **переходный** режим, когда могут сосуществовать ламинарный и турбулентный режимы.

При **ламинарном** изотермическом течении в любом сечении стабилизированного потока жидкости распределение скоростей представляет квадратичную параболу. При этом средняя скорость жидкости равна половине максимальной, которая приходится на ось потока.

При **турбулентном** режиме основное изменение скорости происходит в вязком подслое, а в ядре потока скорость жидкости по всему сечению практически одинакова.

Указанные распределения скоростей устанавливаются на определенном расстоянии от входа в трубу, которое называется **участком гидродинамической стабилизации** или **начальным участком** ($l_н$).

Наряду с участком гидродинамической стабилизации при **неизотермическом течении** ($t_с \neq t_ж$) (рис. 7.7) существует участок тепловой стабилизации ($l_{нт}$), на котором теплообмен между жидкостью и стенкой трубы осуществляется только в пределах теплового пограничного слоя (δ_τ), а в центральной части потока сохраняется постоянная температура, равная температуре жидкости на входе в трубу.

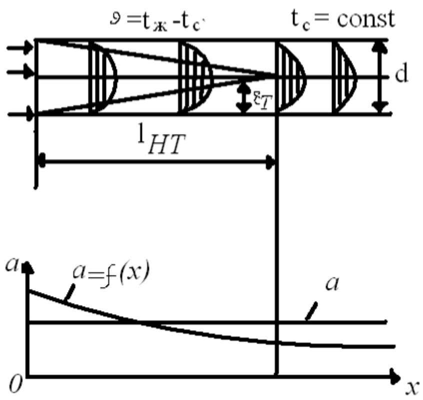


Рис. 7.7

При смыкании теплового пограничного слоя (δ_τ) в теплообмене начинает участвовать весь поток жидкости.

С увеличением толщины теплового пограничного слоя на начальном термическом участке коэффициент теплоотдачи уменьшается.

За пределами начального термического участка, когда толщина теплового пограничного слоя становится равной радиусу трубы (δ_τ = d/2 = const), коэффициент теплоотдачи сохраняет постоянное значение (рис. 7.7). Длина участка тепловой стабилизации при турбулентном режиме $l_{нт} \approx 50d$.

На участке **гидродинамической стабилизации** ($l_н$) и за его пределами характер изменения коэффициента теплоотдачи аналогичный. Уменьшение коэффициента теплоотдачи (α) с увеличением x на начальном участке объясняется уменьшением средней скорости по сечению трубы, а постоянство коэффициента теплоотдачи за пределами начального участка — установлением стабилизированного распределения скорости.

Увеличение **среднего коэффициента теплоотдачи** ($\bar{\alpha}$) (рис.7.7) для трубы длиной l за счет более высокого α на участках гидродинамической и термической стабилизации учитывается в уравнениях подобия специальным коэффициентом ε > 1. Для длинных труб ε = 1.

При **ламинарном неизотермическом течении** ($\overline{Re}_{жd}$ < 2 300) жидкости в трубе различают два режима: вязкостный и вязкостно-гравитационный.

Вязкостный режим характерен для течения вязких жидкостей (маслоохладителей, подогревателей мазута и т.д.) в трубах малого диаметра с высокой скоростью при небольших температурных напорах ($t_с - t_ж$).

Расчет **средних коэффициентов теплоотдачи** при вязкостном режиме производят по уравнению

$$\overline{Nu_d} = 1{,}55\left(Pe_d \frac{d}{l}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu_c}{\mu_ж}\right)^{-0{,}14}\varepsilon_1. \qquad (7.26)$$

Здесь: Pe = Re·Pr = wa/ν — число Пекле; a, $\frac{м^2}{c}$ — коэффициент температуропроводности; μ, Па·с — коэффициент динамической вязкости; d, l — внутренний диаметр и длина трубы; ε_t — поправка на начальный гидродинамический участок.

При $\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{l}{d}\right) < 0{,}1$ поправочный коэффициент рассчитывается по уравнению

$$\varepsilon_1 = 0{,}1\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{l}{d}\right)^{-1/7} / \left(1 + 2{,}5\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{l}{d}\right),$$

при $\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{l}{d}\right) \geq 0{,}1$ поправочный коэффициент не учитывается ($\varepsilon_t = 1$).

Определяющей температурой в уравнении (7.26) является средняя температура жидкости для участка трубы длиной l

$$\overline{t_ж} = t_c \pm \overline{\Delta t},$$

где средний $\overline{\Delta t}$ — логарифмический температурный напор.

Вязкостно-гравитационный режим характерен для течения невязких жидкостей в трубах большого диаметра при невысоких скоростях и значительных температурных напорах ($t_c - t_ж$). В этом случае из-за разности плотностей различных слоев жидкости на вынужденное движение накладывается свободное движение, которое турбулизирует ламинарный поток. Структура уравнения подобия в этом случае

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Gr}, \mathrm{Pr}).$$

Влияние естественной конвекции сказывается при $(Gr_{жd} \cdot Pr_ж) \geq 8 \cdot 10^5$, и для ориентировочных расчетов **средних коэффициентов теплоотдачи** при вязкостно-гравитационном режиме ($Re_{жd} < 2\,300$, $(Gr_{жd} \cdot Pr_ж) \geq 8 \cdot 10^5$) рекомендуется формула

$$Nu_{жd} = 0{,}15\,\mathrm{Re}_{жd}^{0,33}\,\mathrm{Pr}_ж^{0,43}\,Gr_{жd}^{0,1}(\mathrm{Pr}_ж/\mathrm{Pr}_c)^{0,25}\varepsilon_l. \tag{7.27}$$

Определяющей температурой является средняя температура жидкости в трубе ($\bar{t}_ж$). Коэффициент ε_l учитывает влияние участка тепловой стабилизации. При l/d ≥ 50 $\varepsilon_l = 1$, а для коротких труб он имеет следующие значения

l/d	1	2	5	10	15	20	30	40
ε_l	1,9	1,7	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02

При $Re_{жd} < 2\,300$ и $(Gr_{жd} \cdot Pr_ж) < 5 \cdot 10^8$ режим течения жидкости в трубе является **вязкостным**.

При $\mathbf{Re_{жd} > 10^4}$ наступает стабилизированное **турбулентное** течение жидкости.

Для расчета **среднего** по длине трубы коэффициента теплоотдачи при турбулентном течении жидкости рекомендуется уравнение

$$Nu_{жd} = 0{,}021\,\mathrm{Re}_{жd}^{0,8}\,\mathrm{Pr}_ж^{0,43}(\mathrm{Pr}_ж/\mathrm{Pr}_c)^{0,25} \cdot \varepsilon_l. \tag{7.28}$$

Определяющей температурой является средняя температура жидкости. Поправочный коэффициент ε_l для коротких труб (l/d < 50) выбирается из таблицы 7.1.

Таблица 7.1

$Re_{жd}$	l/d						
	1	2	5	10	20	30	40
$1 \cdot 10^4$	1,65	1,5	1,34	1,23	1,13	1,07	1,03
$2 \cdot 10^4$	1,51	1,4	1,27	1,18	1,10	1,05	1,02
$5 \cdot 10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,08	1,04	1,02
$10 \cdot 10^4$	1,28	1,22	1,15	1,10	1,06	1,03	1,02
$100 \cdot 10^4$	1,14	1,11	1,08	1,05	1,02	1,02	1,02

При l/d = 50 ε = 1.

Для **переходного режима** (2 300 < $Re_{жd}$ < 10^4) течения жидкости в трубах характерна периодическая смена ламинарного и турбулентного течений. Ориентировочные значения **среднего** коэффициента теплоотдачи можно определить по формуле (7.28), если ввести в нее поправочный коэффициент $\varepsilon_{пер}$ < 1. В зависимости от числа Re этот коэффициент принимает следующие значения:

Re	2 300	3 000	5 000	6 000	8 000	10 000
$\varepsilon_{пер}$	0,4	0,57	0,72	0,81	0,96	1,0

Теплоотдача при вынужденном течении жидкости в **каналах некруглого сечения** рассчитывается по вышеприведенным уравнениям для труб. Определяющим размером в этих уравнениях является **эквивалентный диаметр**, который рассчитывается по формуле

$$d_{экв} = \frac{4f}{p}, \tag{7.29}$$

где f, м^2 — площадь поперечного сечения канала; p, м — периметр этого сечения.

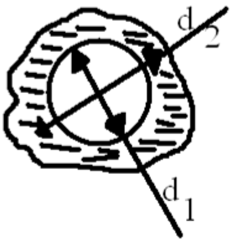


Рис. 7.8

Для каналов кольцевого сечения (труба в трубе) (рис. 7.8) средний коэффициент теплоотдачи (α) от наружной поверхности внутренней трубы к жидкости в кольцевом зазоре рассчитывается по уравнению

$$Nu_{жd_э} = 0{,}017\,\mathrm{Re}^{0,8}_{жd_э}\,\mathrm{Pr}^{0,4}_{ж}(d_2/d_1)^{0,18}(\mathrm{Pr}_ж/\mathrm{Pr}_с)^{0,25}. \tag{7.30}$$

Определяющий размер — эквивалентный диаметр, в соответствии с (7.29).

В изогнутых трубах (змеевиках) коэффициент теплоотдачи увеличивается из-за вторичной циркуляции жидкости под действием центробежных сил. Расчет коэффициентов теплоотдачи в таких трубах выполняется по формулам, полученным для прямых труб, но найденное значение коэффициента теплоотдачи умножается на поправочный коэффициент

$$\varepsilon_R = 1 + 1{,}77\frac{d}{R},$$

где d — диаметр трубы, R — радиус змеевика.

В шероховатых трубах при турбулентном режиме течения, если высота шероховатостей соизмерима с толщиной ламинарного подслоя, происходит разрушение и турбулизация последнего. Это существенно увеличивает теплоотдачу. Для увеличения коэффициента теплоотдачи в трубах выгоднее увеличивать шероховатость, чем скорость. Расчеты показывают, что для увеличения коэффициента теплоотдачи в 2 раза путем увеличения скорости мощность на прокачку теплоносителя увеличивается примерно в 10 раз, а путем увеличения шероховатости — в 3 раза.

Расчет теплоотдачи в шероховатых трубах производится по специальным уравнениям.

7.4. Теплоотдача при поперечном обтекании труб

Процесс теплоотдачи **при поперечном обтекании трубы** характеризуется рядом особенностей, которые связаны с гидродинамикой движения жидкости вблизи поверхности трубы (рис.7.9):

Рис. 7.9

застойная зона

а) $Re_{жd} < 40$;

циркуляционные зоны

б) $40 < Re_{жd} < 10^3$;

в) $Re_{жd} > 10^5$.

Гидродинамика движения жидкости определяется числом $Re_{жd} = wd/\nu$, где d — наружный диаметр трубы.

При небольших скоростях потока жидкости ($Re_{жd} < 40$) обтекание трубы плавное, при более высоких скоростях ($40 < Re_{жd} < 10^3$) происходит отрыв ламинарного пограничного слоя от поверхности трубы, угол отрыва $\varphi = 80—90°$. При значениях $Re_{жd} > 10^5$ ламинарное течение в пограничном слое сменяется турбулентным, угол отрыва турбулентного пограничного слоя от поверхности трубы составляет $\varphi = 120—140°$.

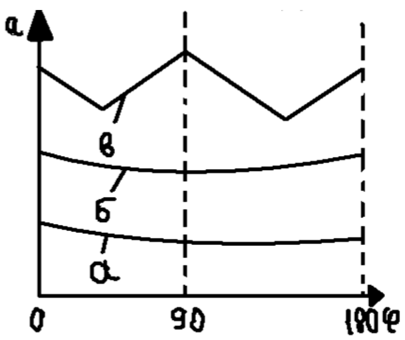


Рис. 7.10

Образующийся на поверхности трубы пограничный слой имеет наименьшую толщину в лобовой точке и далее постепенно нарастает до тех пор, пока не произойдет отрыв потока. Характер изменения коэффициента теплоотдачи $\alpha = f(\varphi)$ для позиций, обозначенных на рисунке 7.9 (а, б, в), показан на рисунке 7.10.

Коэффициент теплоотдачи принимает наибольшее значение на лобовой части трубы, где толщина пограничного слоя минимальная.

Из-за увеличения толщины пограничного слоя по периметру трубы коэффициент теплоотдачи уменьшается, достигая минимального значения в точке отрыва потока. В области циркуляционной зоны происходит увеличение коэффициента теплоотдачи за счет разрушения пограничного слоя. Для случая (в) первое увеличение коэффициента теплоотдачи связано со сменой режима течения в пограничном слое, второе — с отрывом турбулентного пограничного слоя.

Для расчета **среднего** по периметру трубы коэффициента теплоотдачи рекомендуются следующие уравнения:

- при $Re_{жd} < 40$

$$Nu_{жd} = 0{,}76\,Re_{жd}^{0,4}\,Pr_{ж}^{0,37}\left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_{c}}\right)^{0,25}, \tag{7.31}$$

- при $40 < Re_{жd} < 10^3$

$$Nu_{жd} = 0{,}5\,Re_{жd}^{0,5}\,Pr_{ж}^{0,38}\left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_{c}}\right)^{0,25}, \tag{7.32}$$

➢ при $10^3 < Re_{жd} < 2 \cdot 10^5$

$$Nu_{жd} = 0{,}25\, Re_{жd}^{0,6}\, Pr_{ж}^{0,38} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_{c}} \right)^{0,25}, \qquad (7.33)$$

➢ при $2 \cdot 10^5 < Re_{жd} < 10^7$

$$Nu_{жd} = 0{,}023\, Re_{жd}^{0,8}\, Pr_{ж}^{0,37} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_{c}} \right)^{0,25}. \qquad (7.34)$$

Формулы (7.31) — (7.34) действительны для случая, когда угол ψ между направлением потока жидкости и осью трубы, называемый **углом атаки**, равен 90°. Если $\psi < 90^o$, то найденный по этим формулам коэффициент теплоотдачи следует умножить на поправочный коэффициент $\varepsilon_\psi = 1 - 0{,}54 \cos^2\psi$.

В теплообменниках трубы располагаются в **виде коридорных** или **шахматных пучков** (рис. 7.11).

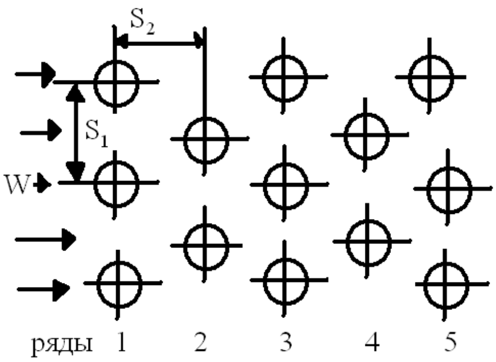


рис. 7.11 б)

Геометрическими характеристиками пучка являются: поперечный (s_1) и продольный (s_2) шаги, наружный диаметр трубы (d), количество рядов труб (n) по направлению движения жидкости.

Режим течения жидкости в пучках может быть ламинарным, турбулентным или смешанным и определяется числом $Re_{жd} = wd/\nu$, где d — наружный диаметр трубы.

При $Re_{жd} < 10^3$ — ламинарный режим; при $Re_{жd} > 10^5$ — турбулентный; при $10^3 < Re_{жd} < 10^5$ — смешанный.

Экспериментальными исследованиями теплоотдачи в пучках установлено следующее:

1. При **ламинарном** режиме теплоотдача шахматных пучков выше, чем коридорных, при **смешанном** режиме эта разница уменьшается. При турбулентном режиме теплоотдача шахматных и коридорных пучков практически одинакова.

2. С увеличением номера ряда пучка теплоотдача возрастает благодаря увеличению турбулентности потока при прохождении его через пучок.

Начиная с третьего ряда и далее, структура потока остается практически неизменной, и коэффициент теплоотдачи принимает постоянное значение.

Средние коэффициенты теплоотдачи для **третьего** и **последующих рядов** в пучках при поперечном омывании труб потоком жидкости рассчитываются по следующим уравнениям:

- **Для коридорных пучков:**

➢ при $40 < Re_{жd} < 10^3$ — ламинарный режим,

$$Nu_{жd} = 0{,}52\, Re_{жd}^{0,5}\, Pr_{ж}^{0,36} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_{c}} \right)^{0,25}; \qquad (7.35)$$

➢ при $10^3 < Re_{жd} < 10^5$ — смешанный режим,

$$Nu_{жd} = 0{,}26\, Re_{жd}^{0,65}\, Pr_{ж}^{0,33} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_{c}} \right)^{0,25} \varepsilon_s, \qquad (7.36)$$

где $\varepsilon_s = (s_2/d)^{-0,15}$ — поправочный коэффициент, учитывающий плотность расположения труб в пучке;

➢ при $Re_{жd} > 10^5$ — турбулентный режим,

$$Nu_{жd} = 0{,}021 Re_{жd}^{0,84} Pr_{ж}^{0,36} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_{c}} \right)^{0,25}. \tag{7.37}$$

Коэффициент теплоотдачи первого ряда коридорного пучка $\alpha_1 = 0{,}6\alpha_3$, второго — $\alpha_2 = 0{,}9\alpha_3$, где α_3 — коэффициент теплоотдачи третьего и последующих рядов.

- **Для шахматных пучков:**

➢ при $40 < Re_{жd} < 10^3$

$$Nu_{жd} = 0{,}71 Re_{жd}^{0,5} Pr_{ж}^{0,36} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_{c}} \right)^{0,25}; \tag{7.38}$$

➢ при $10^3 < Re_{жd} < 10^5$

$$Nu_{жd} = 0{,}41 Re_{жd}^{0,6} Pr_{ж}^{0,33} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_{c}} \right)^{0,25} \varepsilon_s, \tag{7.39}$$

если $s_1/s_2 < 2$, то $\varepsilon_s = (s_1/s_2)^{1/6}$,
если $s_1/s_2 \geq 2$, то $\varepsilon_s = 1{,}12$;

➢ при $Re_{жd} > 10^5$ коэффициент теплоотдачи шахматных пучков рассчитывается по уравнению (7.37).

Коэффициент теплоотдачи первого ряда шахматного пучка $\alpha_1 = 0{,}6\alpha_3$, второго — $\alpha_2 = 0{,}6\alpha_3$.

Уравнения (7.35) — (7.39) справедливы для угла атаки $\psi = 90°$. При $\psi < 90°$ уменьшение коэффициента теплоотдачи следует учесть коэффициентом $\varepsilon_\psi = \sqrt{\sin\psi}$.

Конвективный теплообмен между трубами пучка и потоком жидкости рассчитывают по уравнению

$$Q = \alpha_{пучка} F(t_ж - t_c), \tag{7.40}$$

где F, м^2 — площадь поверхности всех труб пучка.

Средний коэффициент теплоотдачи пучка рассчитывается по формуле

$$\alpha_{пучка} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i F_i}{\sum_{i=1}^{n} F_i},$$

где n — число рядов.

При одинаковом числе труб в ряду ($F_1=F_2=\ldots=F_n$)

$$\alpha_{пучка} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 (n-2)}{n}. \tag{7.41}$$

Кроме эмпирических методов в современной науке широкую практику получили исследования течения и теплообмена при помощи программы ANSYS с блоком CFX, что позволяет решать систему уравнений Навье — Стокса численным методом для любых конфигураций канала.

Контрольные вопросы и задания

1. Для парового котла высотой h = 14 м с температурой поверхности обмуровки t_c = 40 °С и температурой воздуха в цехе $t_ж$ = 20 °С определите режим течения жидкости (воздуха) в пограничном слое при x = h.

Какие режимы течения жидкости имеют место по высоте поверхности обмуровки, и какова протяженность участков с этими режимами?

2. Выведите формулы (7.12) и (7.13) с учетом (7.8) — (7.10) и уравнения теплового баланса $Q_{экв} = Q_{к+т} + Q_л$.

3. Можно ли уравнениями (7.20) и (7.21) воспользоваться для расчетов коэффициентов теплоотдачи:

а) при омывании **труб** продольным потоком жидкости;

б) при расчетах теплообмена между **обшивкой летящего самолета** и потоком воздуха, омывающего поверхность обшивки?

4. Какие режимы, и при каких условиях существуют в случае вынужденного течения жидкости в трубах? Сравните по коэффициенту теплоотдачи ламинарный и турбулентный режимы, вязкостный и вязкостно-гравитационный режимы. Дайте обоснование ответа.

5. Запишите формулу для определения коэффициента теплоотдачи при стабилизированном турбулентном течении жидкости в трубе. Подставьте в нее значения чисел Nu = αd/λ, Re = wd/ν, Pr = ν/a = $(\nu \cdot c_p \rho)/\lambda$ и сделайте анализ зависимости

$$\alpha = f(d, w, \lambda, \nu, c_p, \rho).$$

6. Сравните коэффициенты теплоотдачи при омывании трубы поперечным вынужденным потоком жидкости для угла атаки $\psi = 90^o$ и $\psi = 60^o$. Во сколько раз они отличаются?

7. При каком режиме течения жидкости на теплоотдачу влияет плотность расположения труб в пучке?

Примеры решения задач

Задача № 1. Определить тепловые потери от паропровода диаметром d = 200 мм и длиной *l* = 20 м, проложенного в закрытом помещении с температурой воздуха $t_Ж$ = 30 °С. Температура наружной стенки паропровода t_c = 150 °С.

Необходимо учесть потерю теплоты излучением. Степень черноты поверхности паропровода принять ε = 0,9.

Решение

Здесь имеет место теплоотдача при естественной конвекции в большом объеме. При температуре $t_ж$ =30 °С для воздуха из таблицы 1 Приложения имеем:

$$\lambda = 2{,}67 \cdot 10^{-2}\,\frac{Вт}{м \cdot К}, \nu = 16{,}0 \cdot 10^{-6}\,\frac{м^2}{с}, \mathrm{Pr}_ж = 0{,}701,$$

при t_c = 150 °С находим Pr_c = 0,683.

Температурный коэффициент объемного расширения воздуха вычисляем по формуле

$$\beta = \frac{1}{T_ж} = \frac{1}{30+273} = 3{,}3 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{К}.$$

Находим произведение

$$Gr_{жd} \cdot \mathrm{Pr}_ж = \frac{g\beta\vartheta_c d^3}{\nu^2} \cdot \mathrm{Pr} = \frac{9{,}8 \cdot 3{,}3 \cdot 10^{-3}(150-30)0{,}2^3}{(16 \cdot 10^{-6})^2} \cdot 0{,}701 = 8{,}50 \cdot 10^7.$$

Так как $(Gr_{жd}Pr_ж) < 10^9$, то средний коэффициент теплоотдачи рассчитываем по уравнению (7.7):

$$Nu_{жd} = 0{,}5(8{,}50 \cdot 10^7)^{0{,}25}\left(\frac{0{,}701}{0{,}683}\right)^{0{,}25} = 48{,}3,$$

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} = \frac{48{,}3 \cdot 2{,}67 \cdot 10^{-2}}{0{,}2} = 6{,}45\,\frac{Вт}{м^2 \cdot К}.$$

Сомножитель для воздуха, $\left(\frac{\mathrm{Pr}_ж}{\mathrm{Pr}_c}\right)^{0{,}25} = \left(\frac{0{,}701}{0{,}683}\right)^{0{,}25} = 1{,}0065,$ практически равен 1, поэтому для **газов** им можно пренебрегать.

Потери тепла конвекцией

$$Q_К = \alpha\,\pi\,dl(t_c - t_ж) = 6{,}45 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}2 \cdot 20(150 - 30) = 9\,721\ Вт,$$

излучением

$$Q_л = \varepsilon C_0 \pi dl\left[\left(\frac{T_c}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_ж}{100}\right)^4\right] =$$

$$= 0{,}9\cdot 5{,}67\cdot 3{,}14\cdot 0{,}2\cdot 20\left[\left(\frac{150+273}{100}\right)^4 - \left(\frac{30+273}{100}\right)^4\right] = 15118 Вт.$$

Суммарные тепловые потери паропровода составляют

$$Q = Q_k + Q_л = 24\ 838\ Вт.$$

Задача № 2. Определить плотность теплового потока, проходящего через вертикальную щель толщиной δ = 10 мм, заполненную воздухом. Температура горячей поверхности t_1 = 180 °C, степень черноты ε_1 = 0,9, температура холодной поверхности t_2 = 60 °C, ε_2 = 0,5.

Решение

Между поверхностями, разделенными воздушной прослойкой, теплота передается теплопроводностью, конвекцией и излучением и может быть рассчитана по формуле

$$q = \frac{\lambda_{экв}}{\delta}(t_1 - t_2),$$

где

$$\lambda_{экв} = \lambda\varepsilon_k + q_л\delta(t_1 - t_2).$$

При средней температуре воздуха $t_ж = \frac{t_1 + t_2}{2} = 120\ {}^oC$ из таблицы 1 Приложения находим

$$\lambda = 3{,}33\cdot 10^{-2}\ \frac{Вт}{м\cdot K},\ \nu = 25{,}44\cdot 10^{-6}\ \frac{м^2}{c},\ \Pr_ж = 0{,}685.$$

$$\beta = \frac{1}{T_ж} = \frac{1}{120+273} = 2{,}54\cdot 10^{-3}\ \frac{1}{K}.$$

Определяем температурный коэффициент объемного расширения и рассчитываем произведение чисел подобия

$$(Gr_{ж\delta}\ Pr_ж) = \frac{g\beta(t_1 - t_2)\delta^3}{\nu^2} Pr_ж = \frac{9{,}8\cdot 2{,}54\cdot 10^{-3}\left(180-60\right)0{,}01^3}{\left(25{,}45\cdot 10^{-6}\right)^2}\cdot 0{,}686 = 3{,}16\cdot 10^3 > 10^3.$$

Коэффициент конвекции

$$\varepsilon_к = 0{,}18(Gr_{ж\delta}\cdot \Pr_ж)^{0{,}25} = 0{,}18(3{,}16\cdot 10^3)^{0{,}25} = 1{,}35.$$

Рассчитываем приведенную степень черноты поверхностей

$$\varepsilon_{пр} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{0{,}9} + \frac{1}{0{,}5} - 1} = 0{,}474$$

и плотность лучистого потока

$$q_л = \varepsilon_{пр} C_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] = 0{,}474\cdot 5{,}67\left[\left(\frac{180+273}{100}\right)^4 - \left(\frac{60+273}{100}\right)^4\right] = 801{,}3 Вт.$$

Тогда

$$\lambda_{экв} = 3{,}34\cdot 10^{-2}\cdot 1{,}35 + \frac{801{,}3\cdot 0{,}01}{180-60} = 0{,}112\ \frac{Вт}{м\cdot K},$$

$$q = \frac{0{,}112}{0{,}01}(180-60) = 1344\ \frac{Вт}{м^2}.$$

Задача № 3. По трубке внутренним диаметром 8 мм и длиной l = 5 м движется вода со скоростью w = 1,2 м/с. Температура поверхности трубки $t_с$ = 90 °С, средняя температура воды в ней $\overline{t_ж}$ = 30 °С.

Определить коэффициент теплоотдачи и тепловой поток, передаваемый от стенки трубки к воде.

Решение

При средней температуре воды в трубке $\overline{t_ж}$ = 30 °С из таблицы 2 Приложения имеем:

$$\lambda_{экв} = 61{,}8 \cdot 10^{-2}\,\frac{Вт}{м \cdot К}, \nu = 0{,}805 \cdot 10^{-6}\,\frac{м^2}{с}, \mathrm{Pr}_ж = 5{,}42;$$

при температуре стенки $t_с$ = 90 °С $\mathrm{Pr}_с$ = 1,95.

Определяем число Рейнольдса

$$\mathrm{Re}_{жd} = \frac{wd}{\nu} = \frac{1{,}2 \cdot 0{,}008}{0{,}805 \cdot 10^{-6}} = 1{,}19 \cdot 10^4 > 10^4.$$

Режим течения турбулентный. По уравнению (7.28) рассчитываем средний коэффициент теплоотдачи от стенки трубки к воде. Так как l/d = 5/0,008 = 625 > 50, то ε_l = 1,

$$Nu_{жd} = 0{,}021(1{,}19 \cdot 10^4)^{0,8} 5{,}42^{0,43} \left(\frac{5{,}42}{1{,}95}\right)^{0,25} = 102{,}2;$$

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} = \frac{102{,}2 \cdot 61{,}8 \cdot 10^{-2}}{0{,}008} = 7895\,\frac{Вт}{м^2 \cdot К}.$$

Тепловой поток

$$Q = \alpha \pi d l (t_с - t_ж) = 7895 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}008 \cdot 5(90 - 30) = 59{,}5 \text{ кВт}.$$

8. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЯХ

8.1. Теплоотдача при кипении

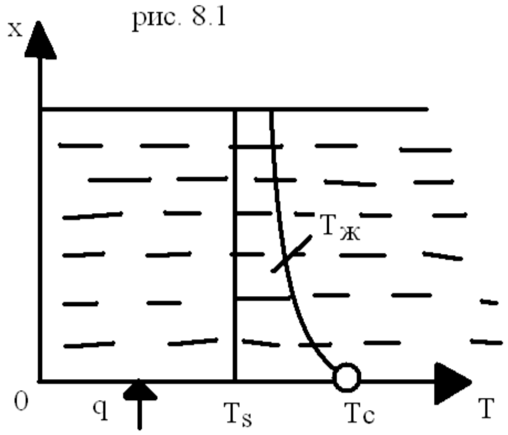
Кипение — это процесс образования пара при подводе тепла к кипящей жидкости.

Тепловой поток, подводимый к кипящей жидкости, расходуется на процесс парообразования

$$Q = \alpha F(T_c - T_s) = G \cdot r, \text{ Вт}, \qquad (8.1)$$

где F, $м^2$ — площадь поверхности нагрева; T_c — температура поверхности; T_s — температура насыщения; G, кг/с — количество образовавшегося пара за 1с (расход пара); r, Дж/кг — теплота парообразования.

Уравнение (8.1) является уравнением теплового баланса процесса кипения.



Для возникновения процесса кипения необходимы два условия:

1. Наличие **перегрева жидкости** относительно температуры насыщения (t_s) (рис. 8.1).

Для воды при атмосферном давлении перегрев $\Delta T = T_Ж \cdot T_s = 0{,}2 \div 0{,}4$ °С, максимальный перегрев $\Delta T = T_C \cdot T_S$ может составлять 3÷150 °С и выше.

2. Наличие **центров парообразования**, которыми могут служить микрошероховатости поверхности нагрева, адсорбированные поверхностью пузырьки газа, твердые частицы.

Кипение может происходить во всем объеме жидкости или на твердой поверхности нагрева. В промышленных устройствах кипение, как правило, происходит на поверхности нагрева и может осуществляться в условиях **естественной конвекции** (кипение в большом объеме) или принудительной циркуляции.

Кипение может быть **пузырьковым** или **плёночным**.

При **пузырьковом кипении** пар образуется в виде пузырьков, периодически зарождающихся около центров парообразования. Зародившийся паровой пузырек с **минимальным** (критическим) радиусом (r_k) растет вследствие подвода теплоты до **отрывного диаметра** (d_o), затем отрывается от поверхности нагрева и всплывает. Около освободившегося центра парообразования вновь зарождается паровой пузырек. Этот процесс периодически повторяется с определенной частотой — **частотой отрыва парового пузырька** (f). Величина $w'' = d_o f$ характеризует среднюю **скорость роста паровых пузырей.**

При **пленочном кипении**, которое характеризуется большими перегревами — (T_c–T_s), у поверхности нагрева образуется паровая пленка, отделяющая жидкость от поверхности. Теплопроводность пара значительно меньше, чем жидкости, поэтому интенсивность теплообмена при пленочном кипении в десятки раз ниже, чем при пузырьковом.

Интенсивность теплоотдачи **при пузырьковом** кипении зависит от микрохарактеристик и режимных параметров процесса кипения.

К **микрохарактеристикам относятся**:

- минимальный (критический) радиус парового пузыря (r_k);
- отрывной диаметр пузыря (d_o);
- частота отрыва (f) и скорость роста (w") пузырей.

К **режимным параметрам** относятся:

- давление кипящей жидкости (p);
- перегрев жидкости ($\Delta T = T_C - T_s$);
- тепловой поток, подводимый к 1 м^2 поверхности нагрева (q);
- скорость движения кипящей жидкости (w).

Теоретически и экспериментально установлено, что с увеличением p, ΔT, q улучшаются все микрохарактеристики процесса кипения, увеличивается теплоотдача.

Теплоотдача при кипении зависит от свойств кипящей жидкости и растет:

✓ с увеличением коэффициента теплопроводности (λ);
✓ с уменьшением коэффициента поверхностного натяжения (σ);
✓ с уменьшением вязкости жидкости (ν).

Влияние на теплообмен при кипении оказывают состояние поверхности нагрева, ее материал, смачиваемость, количество адсорбированных газов и свойства греющей стенки. Теплоотдача растет с увеличением шероховатости поверхности, теплопроводности и толщины греющей стенки. Все эти факторы влияют на число центров парообразования.

Интенсивность теплоотдачи при **пузырьковом** кипении практически не зависит от формы и размеров теплоотдающей поверхности.

На рисунке 8.2 приведена зависимость теплового потока от температурного напора $l$nq = f(lnΔT) при кипении жидкости — **кривая кипения**.

При подводе тепла к поверхности нагрева в условиях естественной конвекции повышается температура поверхности (T_c), жидкость воспринимает теплоту, нагревается и кипит.

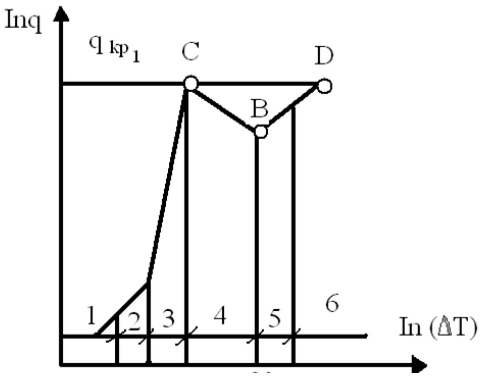


Рис. 8.2

Можно выделить следующие участки кривой кипения (рис. 8.2):

1) конвективный теплообмен;
2) конвективный теплообмен со слабым кипением жидкости;
3) развитое пузырьковое кипение;
4) переходная область от пузырькового кипения к пленочному;
5) пленочное кипение;
6) пленочное кипение со значительным лучистым теплообменом через паровую пленку.

При максимальном значении теплового потока ($q_{кр_1}$) наступает кризис кипения, который заключается в изменении режима кипения; $q_{кр_1}$ называют первой критической плотностью теплового потока.

При кипении жидкостей на горизонтальной плоской поверхности в условиях естественной конвекции первая критическая плотность теплового потока рассчитывается по формуле

$$q_{кр_1} = 0{,}14 r \sqrt{\rho_n} \sqrt[4]{\sigma g (p_ж - p_n)}, \frac{Вт}{м^2}, \qquad (8.2)$$

где r, Дж/кг — теплота парообразования; p_n, $p_ж$ — плотность паровой и жидкой фаз при температуре насыщения t_s; σ, Н/м — коэффициент поверхностного натяжения жидкости; g = 9,8 м/с^2.

Постепенный переход пузырькового режима в пленочный, осуществляемый на участке CB, на практике реализуется при омывании другой стороны теплопередающей поверхности **горячим конденсирующимся паром**. В этом случае температура поверхности (T_c), а, следовательно, перегрев жидкости (ΔT) определяются давлением конденсирующегося пара и от процесса кипения не зависят.

При **электрическом обогреве** поверхности или **радиационном** (в паровых котлах) переход пузырькового кипения в пленочное произойдет скачкообразно (линия CD (рис. 8.2)) и может сопровождаться сильным перегревом и разрушением поверхности нагрева. Поэтому в промышленных теплообменниках с кипением жидкостей не допускают $q = q_{кр_1}$, обеспечивают $q < q_{кр_1}$.

Расчет теплоотдачи при пузырьковом кипении.

Сложные явления, наблюдающиеся при пузырьковом кипении, не дают возможности составить физически правильную модель процесса и дать ее полное математическое описание.

Для пузырькового кипения жидкости в условиях естественной конвекции (**в большом объеме**) предложен ряд формул для определения коэффициентов теплоотдачи. Например, формула, предложенная Д.А. Лабунцовым, которая с максимальным отклонением ± 35% отражает экспериментальные данные многих исследований по кипению различных жидкостей в самых разнообразных условиях, имеет вид

$$\alpha = B\left(\frac{\lambda_{ж}^{2}}{\nu_{ж}\sigma T_s}\right)^{1/3} q^{2/3}, \tag{8.3}$$

где $B = 0{,}075\left[1+10\left(\frac{\rho_n}{\rho_{ж}-\rho_n}\right)^{2/3}\right]$; $\sigma, \lambda_{ж}, \nu_{ж}, \rho_{ж}$ — коэффициент поверхностного натяжения, теплопроводность, вязкость, плотность жидкости при t_s; p_n — плотность пара при t_s; q, Вт/м^2 — плотность теплового потока, подводимого к поверхности нагрева.

Формула (8.3) применительно к воде имеет вид

$$\alpha = \frac{3{,}4\rho^{0{,}18}}{1-0{,}0045\rho}q^{2/3} \tag{8.4}$$

и применима в диапазоне давлений от 1 до 200 бар. Давление ρ в формулу (8.4) должно подставляться в барах.

Подстановка $q = \alpha(t_c - t_s)$ в (8.4) дает расчетную формулу для коэффициента теплоотдачи в виде

$$\alpha = \frac{39{,}3\rho^{0{,}54}}{(1-0{,}0045\rho)^3}\Delta t^2. \tag{8.5}$$

В практических расчетах пользуются эмпирическими зависимостями коэффициента теплоотдачи от режимных параметров. Например, для **воды** в интервале давлений $\Delta\rho = 1 \div 40$ бар можно воспользоваться формулами

$$\alpha = 3{,}0q^{0{,}7}\rho^{0{,}15}, \tag{8.6}$$

$$\alpha = 38{,}7\Delta t^{2{,}33}\rho^{0{,}5}, \tag{8.7}$$

где ρ, бар; q, Вт/м^2; α, Вт/м^2·К.

При вынужденном течении кипящей жидкости в трубах на интенсивность теплообмена влияет соотношение процесса кипения и вынужденной конвекции. Если **скорость** вынужденного течения жидкости **мала**, то интенсивность теплоотдачи определяется, главным образом, наличием действующих центров парообразования, т.е. процессом кипения. При больших скоростях вынужденное течение подавляет влияние кипения. Значение коэффициента теплоотдачи α при вынужденном течении кипящей жидкости в трубах рекомендуется определять в зависимости от соотношения между коэффициентом теплоотдачи α_q, рассчитанным по одной из формул (8.3) — (8.7), и коэффициентом теплоотдачи α_w, рассчитанным по формулам конвективного теплообмена при вынужденном течении однофазной жидкости в трубах (7.26) — (7.28).

Если $\alpha_q/\alpha_w \le 0{,}5$, то $\alpha = \alpha_w$; если $\alpha_q/\alpha_w \ge 2$, то $\alpha = \alpha_q$; при $0{,}5 < \alpha_q/\alpha_w < 2$ следует воспользоваться интерполяционной формулой

$$\alpha = \alpha_w \frac{4\alpha_w + \alpha_q}{5\alpha_w - \alpha_q}. \qquad (8.8)$$

8.2. Теплоотдача при конденсации

Конденсация — это переход пара в жидкое состояние. В процессах конденсации пара выделяется теплота. Каждый кг сухого насыщенного пара выделяет теплоту r (r, Дж/кг — теплота парообразования). Если на поверхности конденсируется G, кг/с сухого насыщенного пара, то при этом выделяется $Q = G \cdot r$, Дж/с тепла, которое передается поверхности конденсации в соответствии с законом Ньютона — Рихмана $Q = \alpha F\,(t_s - t_c)$ и должно постоянно отводиться от поверхности, чтобы обеспечить необходимый перепад температур $\Delta t = t_s - t_c$ ($t_c < t_s$).

Таким образом, уравнение теплового баланса для процесса конденсации имеет вид

$$Q = Gr = \alpha F(t_s - t_c). \qquad (8.9)$$

В процессе конденсации, так же как и в процессе испарения жидкости,

$$ts = f(p),\ p_s = f(t),\ r = f(t_s) \text{ или } r = f(p_s).$$

Различают два вида конденсации: **капельную**, при которой конденсат осаждается на поверхности в виде отдельных капель, и **пленочную**, при которой на поверхности образуется сплошная пленка жидкости. При капельной конденсации теплоотдача может быть во много раз выше, чем при пленочной, т.к. пленка конденсата обладает большим термическим сопротивлением передаче теплоты от пара к стенке. Капельная конденсация имеет место в тех случаях, когда жидкость не смачивает поверхность теплообмена. При установившейся работе конденсаторов, как правило, жидкость смачивает поверхность теплообмена, и в них происходит пленочная конденсация пара.

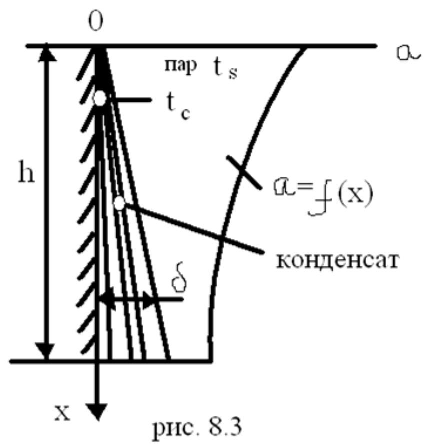


рис. 8.3

На рисунке 8.3 показана схема **пленочной конденсации** сухого насыщенного пара **на вертикальной поверхности** высотой h с температурой $t_c < t_s$. Толщина стекающей пленки конденсата обозначена δ. Количество стекающего по поверхности конденсата постепенно увеличивается, вследствие чего толщина пленки растет.

При **ламинарном** течении пленки конденсата (рис. 8.3) и допущении, что температура на поверхности стекающей пленки равна температуре насыщения (t_s), справедливо уравнение теплового баланса

$$q = \frac{\lambda_{ж}}{\delta}(t_s - t_c) = \alpha(t_s - t_c), \frac{Вт}{м^2}. \qquad (8.10)$$

На основании (8.10)

$$\alpha = \frac{\lambda_{ж}}{\delta}, \qquad (8.11)$$

т.е. коэффициент теплоотдачи прямо пропорционален теплопроводности истекающего конденсата и обратно пропорционален толщине пленки конденсата ($\alpha = f(x)$ (рис. 8.3)), которая является термическим сопротивлением передаче тепла от пара к поверхности конденсации.

При **пленочной** конденсации неподвижного сухого насыщенного пара и ламинарном течении пленки конденсата на **вертикальной поверхности** и **вертикальных трубах** Нуссельтом теоретически (на основании математической модели процесса конденсации) была получена формула, которая хорошо согласуется с экспериментальными данными для случая чисто ламинарного течения пленки конденсата. На практике чаще всего реализуется **ламинарно-волновое** течение, для которого рекомендуется следующая формула для расчета среднего коэффициента теплоотдачи ($\overline{\alpha}$):

$$\overline{\mathrm{Re}_s} = 0{,}95 Z_s^{0,78} \left(\frac{\mathrm{Pr}_{жs}}{\mathrm{Pr}_{жс}} \right)^{0,25}, \tag{8.12}$$

где $\overline{\mathrm{Re}_s} = \dfrac{\overline{\alpha} \Delta t h}{r \rho_ж \nu_ж}$ — число Рейнольдса; $\Delta t = t_s - t_c$; h, м — высота поверхности конденсации; r, Дж/кг — теплота парообразования при t_s; $\mathrm{Pr}_{жs}$, $\rho_ж$, $\nu_ж$, $\lambda_ж$ — число Прандтля, плотность, кинематическая вязкость, теплопроводность конденсата при t_s; $\mathrm{Pr}_{жс}$ — число Прандтля при t_c конденсата; $Z_s = \left(\dfrac{g h^3}{\nu^2_ж} \right)^{1/3} \dfrac{\lambda_ж \Delta t}{r \rho_ж \nu_ж}$ – приведенная высота вертикальной поверхности; $g = 9{,}8$ м/с^2.

Формула (8.12) справедлива при $Z_s \le 2\,300$. При значениях $Z_s > 2\,300$ ламинарно-волновое течение пленки сменяется турбулентным, так что на вертикальной поверхности в верхней части течение ламинарно-волновое, в нижней — турбулентное (**смешанный режим**). Расчетная формула в этом случае имеет вид

$$\overline{\mathrm{Re}_s} = \left[89 + 0{,}024 \left(\frac{\mathrm{Pr}_{жs}}{\mathrm{Pr}_{жс}} \right)^{0,25} \mathrm{Pr}_{жs}^{0,5} \left(Z_s - 2300 \right) \right]^{4/3}. \tag{8.13}$$

При конденсации пара на **наклонных** поверхностях коэффициент теплоотдачи меньше, чем на вертикальных за счет увеличения толщины пленки конденсата и может быть вычислен по формуле

$$\alpha_{накл} = \alpha_{верт} \sqrt[4]{\cos \psi}, \tag{8.14}$$

где ψ — угол между поверхностью конденсации и вертикальной поверхностью.

При **пленочной конденсации неподвижного сухого насыщенного пара на горизонтальной трубе** средний коэффициент теплоотдачи рассчитывается по формуле Нуссельта

$$\overline{\alpha_N} = 0{,}728 \sqrt[4]{\frac{\lambda_ж{}^3 \rho_ж{}^2 g r}{\mu_ж d (t_s - t_c)}}, \tag{8.15}$$

где $\mu_ж$, Па·с — коэффициент динамической вязкости конденсата при t_s.

С учетом зависимости теплофизических свойств конденсата от температуры

$$\overline{\alpha} = \overline{\alpha_N} \left(\frac{\mathrm{Pr}_{жs}}{\mathrm{Pr}_{жс}} \right)^{0,25}. \tag{8.16}$$

При конденсации **движущегося пара** со скоростью w_n, м/с на коэффициент теплоотдачи влияет направление движения пара. Если пар движется **сверху вниз**, то направления движения пара и пленки конденсата совпадают (попутное движение), при этом толщина пленки уменьшается, коэффициент теплоотдачи увеличивается. При движении пара **снизу вверх** (встречное движение пара и пленки) толщина пленки увеличивается, коэффициент теплоотдачи уменьшается.

Средний коэффициент теплоотдачи при конденсации движущегося пара на горизонтальной трубе и движении пара сверху вниз рассчитывается по формуле

$$\frac{\overline{\alpha}}{\overline{\alpha_N}} = (1 + 3{,}62\chi^4 \frac{Fr}{\mathrm{Pr}_{жs} K})^{1/4}, \tag{8.17}$$

где $\overline{\alpha_N}$ — коэффициент теплоотдачи, рассчитанный по формуле (8.15); $Fr = \frac{w_n^2}{gd}$ — число Фруда; g = 9,8 м/с^2; d — наружный диаметр трубы; $K = \frac{r}{c_{p_{ж}}(t_s - t_c)}$ — число Кутателадзе; $\chi = 0{,}9\left[1 + \left(\mathrm{Pr}_{жs}\frac{K}{R}\right)^{1/3}\right]$; $R = \left(\frac{\rho_{ж}\mu_{ж}}{\rho_n\mu_n}\right)^{0,5}$; $\rho_{ж}, \mu_{ж}, \rho_n, \mu_n$ — плотность и динамическая вязкость при t_s для конденсата и пара соответственно.

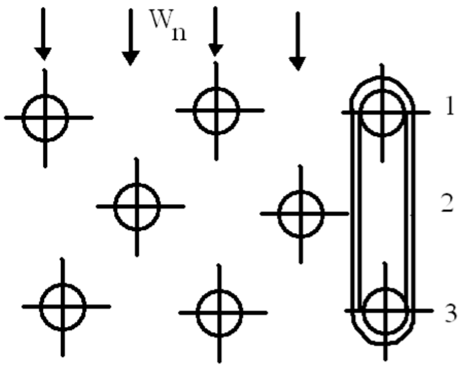


Рис. 8.4

В конденсаторах и теплообменниках пар конденсируется на пучках с шахматным, коридорным или иным расположением труб (рис. 8.4).

Особенности конденсации пара на трубах пучка:

1. Уменьшается скорость пара при движении его по пуску вследствие частичной конденсации.

2. Толщина пленки конденсата с увеличением номера растет за счет стекания конденсата с верхних рядов.

Все это приводит к уменьшению коэффициента теплоотдачи по рядам с увеличением номера ряда.

Для расчета **среднего по пучку коэффициента теплоотдачи** ($\overline{\alpha}_{пучка}$) рекомендуется формула

$$\frac{\overline{\alpha}_{пучка}}{\overline{\alpha_N}} = \frac{\overline{\alpha}}{\overline{\alpha_N}} \cdot \frac{0{,}84\varepsilon}{\left[1 - (1-\varepsilon)^{0,84}\right] n^{0,07}}, \tag{8.18}$$

где $\frac{\overline{\alpha}}{\overline{\alpha_N}}$ — относительный коэффициент теплоотдачи первого ряда, рассчитанный по формуле (8.17); n — число рядов труб по высоте **коридорного** пучка или половина числа рядов труб по высоте **шахматного** пучка; $\varepsilon = \frac{G_{вх} - G_{вых}}{G_{вх}}$ — степень конденсации пара; $G_{вх}$, $G_{вых}$ кг/с — расходы пара на входе и на выходе пучка.

При $G_{вых} = 0$ — полная конденсация ($\varepsilon = 1$).

При пленочной конденсации **мокрого** или **перегретого** пара теплоотдачу рассчитывают по формулам (8.12) — (8.18), только вместо теплоты парообразования (r) подставляют разность энтальпий

$$\Delta h = h - h',$$

где h — энтальпия мокрого или перегретого пара, h′ — энтальпия конденсата при t_s. Во всем остальном — никаких особенностей по сравнению с сухим насыщенным паром.

Заметно уменьшает теплоотдачу при конденсации наличие примесей **неконденсирующихся газов** (воздуха). Снижение теплоотдачи при этом происходит потому, что притекающий к поверхности вместе с паром газ остается у стенки в виде газового слоя, через который затрудняется доступ пара к поверхности. Для отвода воздуха из пара в промышленных конденсаторах устанавливаются воздухоотсасывающие устройства.

Следует уделять внимание профилактическим мерам, препятствующим снижению теплоотдачи от наличия воздуха в паре, отложений на поверхности в виде накипи, масел и других загрязнений, представляющих собой дополнительное термическое сопротивление для отвода тепла от конденсирующегося пара.

8.3. Конденсация на горизонтальных трубах

Одиночная горизонтальная труба.

В литературе [8] имеются формулы для толщины пленки и для локального коэффициента теплоотдачи, которые можно применить и в случае конденсации на поверхности горизонтальной трубы (рис. 8.5).

Перепишем указанные формулы, учитывая, что проекция силы тяжести на направление течения пленки g_x и угол φ наклона элемента поверхности конденсации следующим образом изменяются с координатой x, отсчитываемой по окружности трубы радиусом R (см. рис. 8.5):

$$\frac{g_x}{g} = \sin(\varphi); \qquad \varphi = \frac{x}{R}. \tag{8.19}$$

В результате:

$$\frac{\delta}{l_g} = \left(\frac{3\mathrm{Re}_F}{\sin(\varphi)}\right)^{1/3}, \tag{8.20}$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\delta} = \frac{\lambda}{l_g}\frac{\left(\sin(\varphi)\right)^{1/3}}{\left(3\mathrm{Re}_F\right)^{1/3}}. \tag{8.21}$$

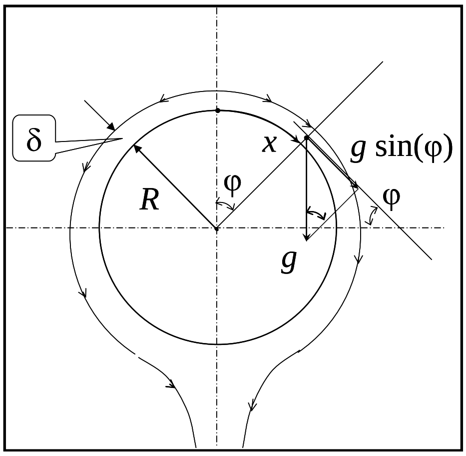


Рис. 8.5. Конденсация на горизонтальной трубе

В формуле (8.20) число Рейнольдса пленки Re_F считается заданной величиной, определяемой тепловым потоком q на стенке:

$$\mathrm{Re}_F = \frac{\int_0^x q\,dx}{r\rho\nu} = \frac{R\int_0^\varphi q\,d\varphi}{r\rho\nu}. \tag{8.22}$$

При внимательном рассмотрении формулы (8.20) обнаруживается особенность в самой верхней точке $x = 0$, $\varphi = 0$, где число Рейнольдса (числитель) и $\sin(\varphi)$ (знаменатель) одновременно обращаются в ноль. Эта неопределенность раскрывается следующим образом: подставляя в (8.20) и группируя величины, получим:

$$\frac{\delta}{l_g}=\left(\frac{3R}{r\rho\nu}\right)^{1/3}\left(\frac{\int_0^{\varphi} q\,d\varphi}{\sin(\varphi)}\right)^{1/3}\Rightarrow\delta=C\left(\frac{\int_0^{\varphi} q\,d\varphi}{\sin(\varphi)}\right)^{1/3}. \qquad (8.23)$$

Дальнейший анализ проводится в Mathcad (рис. 8.6) в режиме символьных вычислений.

В первом блоке вычислений (рис. 8.6) при предельном переходе $\varphi\to 0$ получается, что если в верхней точке $\varphi = 0$ локальный тепловой поток трубы конечен, то и *толщина пленки имеет конечное значение*.

$$\delta(\phi) := C\cdot\left(\frac{\int_0^{\phi} q(\psi)\,d\psi}{\sin(\phi)}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad \lim_{\phi\to 0}\delta(\phi)\to C\cdot q(0)^{\frac{1}{3}}$$

$$d\delta(\phi) := \frac{d}{d\phi}\delta(\phi) \qquad d\delta(\phi)\to\frac{1}{3}\cdot\frac{C}{\left(\frac{\int_0^{\phi} q(\psi)\,d\psi}{\sin(\phi)}\right)^{\frac{2}{3}}}\cdot\left(\frac{q(\phi)}{\sin(\phi)}-\frac{\int_0^{\phi} q(\psi)\,d\psi}{\sin(\phi)^2}\cdot\cos(\phi)\right)$$

$$\lim_{\phi\to 0} d\delta(\phi)\to\frac{1}{6}\cdot\frac{C}{q(0)^{\frac{2}{3}}}\cdot\left.\frac{d}{dt}q(t)\right|_{t\leftarrow 0}$$

Рис. 8.6. Исследование решения в особой точке $\varphi = 0$

Во втором блоке сначала определяется производная от толщины пленки по координате, а затем вновь вычисляется предел в нулевой точке. Видно, что если производная от локальной плотности теплового потока $dq(\varphi)/d\varphi$ нулевая, то и производная от толщины пленки $d\delta(\varphi)/d\varphi$ нулевая. Полученные условия для точки $\varphi = 0$ согласуются с симметрией относительно вертикальной оси, а также с физическими соображениями, согласно которым при пленочной конденсации, в условиях хорошего смачивания, следует считать поверхность пленки конденсата гладкой ($d\delta/d\varphi = 0$), благодаря действию поверхностного натяжения.

Перейдем к расчету средней теплоотдачи. Предварительно выпишем расчетные соотношения для локальной теплоотдачи горизонтальной трубы при условии q = const. Из (8.20) — (8.22) следует:

$$q=const\Rightarrow\quad \mathrm{Re}_F=\frac{qx}{r\rho\nu}=\frac{qR}{r\rho\nu}\varphi; \qquad (8.24)$$

$$\frac{\delta}{l_g} = \left(3\frac{qR}{r\rho\nu}\right)^{1/3}\left(\frac{\varphi}{\sin(\varphi)}\right)^{1/3}; \tag{8.25}$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{l_g}\frac{1}{\left(3\frac{qR}{r\rho\nu}\right)^{1/3}}\left(\frac{\sin(\varphi)}{\varphi}\right)^{1/3}; \quad \alpha_{\varphi=0} = \frac{\lambda}{l_g}\frac{1}{\left(3\frac{qR}{r\rho\nu}\right)^{1/3}}. \tag{8.26}$$

Как это выглядит графически представлено на рисунке 8.7.

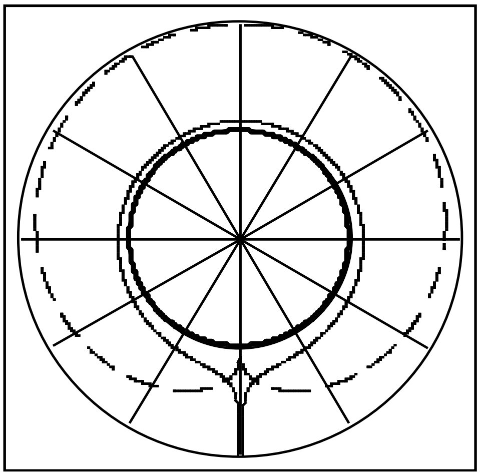


Рис. 8.7. Распределение толщины пленки конденсата и коэффициента теплоотдачи по окружности горизонтальной трубы

Усредним теплоотдачу при q = const по соотношениям:

$$\alpha_m = \frac{q_m}{\Delta t_m}; \qquad q_m = q = const; \quad \Delta t_m = \frac{1}{l}\int_0^l \Delta t dx = \frac{1}{l}\int_0^l \frac{q}{\alpha} dx. \tag{8.27}$$

После подстановок получим:

$$\alpha_m = \alpha_{\varphi=0}\frac{\pi}{\int_0^\pi \left(\frac{\sin(\varphi)}{\varphi}\right)^{-1/3} d\varphi} = 0{,}6997\,\alpha_{\varphi=0}. \tag{8.28}$$

$$\alpha(\phi) := \alpha_0 \cdot \left(\frac{\sin(\phi)}{\phi}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad \alpha_{rel}(\phi) := \left(\frac{\sin(\phi)}{\phi}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad \alpha_{rel\_m} := \frac{q}{\frac{1}{\pi}\cdot\int_0^\pi \frac{q}{\alpha_{rel}(\phi)}\,d\phi}$$

$$\alpha_{rel\_m}\ \text{simplify} \ \rightarrow \frac{\pi}{\int_0^\pi \frac{1}{\left(\frac{\sin(\phi)}{\phi}\right)^{\frac{1}{3}}}\,d\phi} \qquad \frac{\pi}{\int_0^\pi \frac{1}{\left(\frac{\sin(\phi)}{\phi}\right)^{\frac{1}{3}}}\,d\phi} = 0.699673$$

Рис. 8.8. Усреднение коэффициента теплоотдачи для горизонтальной трубы

Подстановка $\alpha_{\varphi=0}$ из (8.26) после простых преобразований приводит к следующей формуле для средней теплоотдачи при конденсации на горизонтальной трубе при ламинарном течении пленки:

$$\mathrm{Nu}_{lg\ m} \equiv \frac{\alpha_m l_g}{\lambda} = \frac{0,7105}{\mathrm{Re}_F^{\ 1/3}}; \qquad \mathrm{Re}_F \equiv \frac{G_{half}}{\rho\nu} = \frac{q_m \pi R}{r\rho\nu}, \tag{8.29}$$

где число Рейнольдса пленки определяется расходом конденсата G_{half} на половине трубы (*half*), разрезанной осевой вертикальной плоскостью.

Выполнив в (8.29) замену $q_m \leftarrow \alpha_m \Delta t_m$, получим зависимость среднего коэффициента теплоотдачи от среднего температурного напора для горизонтальной трубы:

$$\alpha_m = 0,691\left(\frac{\lambda^3 rg\left(\rho_l - \rho_v\right)}{\Delta t_m \nu d}\right)^{1/4}, \tag{8.30}$$

здесь $d = 2R$ — диаметр трубы (рис. 8.5).

Напомним, что усреднение проведено для случая q = const. Если принять *температурный напор* постоянным вдоль поверхности конденсации, то числовой коэффициент будет другим: 0,728 вместо 0,691. Это различие невелико и составляет примерно 5%.

Натекание конденсата в пучке труб.

Промышленные конденсаторы обычно выполняются в виде пучков горизонтальных труб. Конденсат с вышерасположенных труб попадает на нижние трубы. Эффект натекания в первом приближении можно учесть, определяя число Рейнольдса пленки через суммарный расход натекающего сверху конденсата и дополнительно образующегося на данной трубке конденсата.

Такая модель, по-видимому, будет приемлема при близко расположенных по высоте горизонтальных трубках, когда эффектами ускорения при свободном падении конденсата в межтрубном пространстве и дополнительной конденсацией можно пренебречь.

Формулы (8.20) и (8.21) для расчета локальных величин применимы без изменений:

$$\frac{\delta}{l_g} = \left(\frac{3\mathrm{Re}_F}{\sin(\varphi)}\right)^{1/3}, \tag{8.31}$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\delta} = \frac{\lambda}{l_g}\frac{\left(\sin(\varphi)\right)^{1/3}}{\left(3\mathrm{Re}_F\right)^{1/3}}, \tag{8.32}$$

в то время как вместо (8.22) для числа Рейнольдса пленки Re_F теперь следует записать:

$$\mathrm{Re}_F = \mathrm{Re}_{F\ influx} + \mathrm{Re}_{F\ eigen\ \varphi}; \quad \mathrm{Re}_{F\ eigen\ \varphi} = \frac{R\int_0^{\varphi} q\, d\varphi}{r\rho\nu}, \tag{8.33}$$

где $\mathrm{Re}_{Finflux}$ определяется расходом *натекающего* конденсата, $\mathrm{Re}_{Feigen\varphi}$ — *собственной* конденсацией на участке 0—φ данной трубы. Напомним, что расходы конденсата берутся для половины поверхности труб, разрезанных осевой вертикальной плоскостью симметрии, $0 \le \varphi \le \pi$.

Усредним теплоотдачу трубы с натеканием при q = const по соотношениям (8.27). Предварительно получим явные формулы для локальной теплоотдачи при q = const.

Формулу (8.33) для суммарного числа Рейнольдса пленки на участке 0—φ перепишем в следующем виде:

$$q = const \Rightarrow \quad \mathrm{Re}_F = \mathrm{Re}_{F\ influx} + \mathrm{Re}_{F\ eigen}\frac{\varphi}{\pi}; \quad \mathrm{Re}_{F\ eigen} = \frac{q\pi R}{r\rho\nu}, \tag{8.34}$$

где Re_{Feigen} определяется конденсацией на половине профиля 0—π данной трубы.

После подстановки (8.34) в (8.32) получим для локальной теплоотдачи следующую структурированную формулу с выделенной зависимостью от угла φ:

$$Nu_{lg} \equiv \frac{\alpha l_g}{\lambda} = \frac{1}{\left(\mathrm{Re}_{F\ \mathrm{influx}} + \mathrm{Re}_{F\ \mathrm{eigen}}\right)^{1/3}} \frac{\sin(\varphi)^{1/3}}{\left(3\dfrac{Influx + \dfrac{\varphi}{\pi}}{Influx + 1}\right)^{1/3}}, \tag{8.35}$$

где параметр *Influx (натекание)* введен как отношение характерных чисел Рейнольдса:

$$Influx \equiv \frac{\mathrm{Re}_{F\ influx}}{\mathrm{Re}_{F\ eigen}}. \tag{8.36}$$

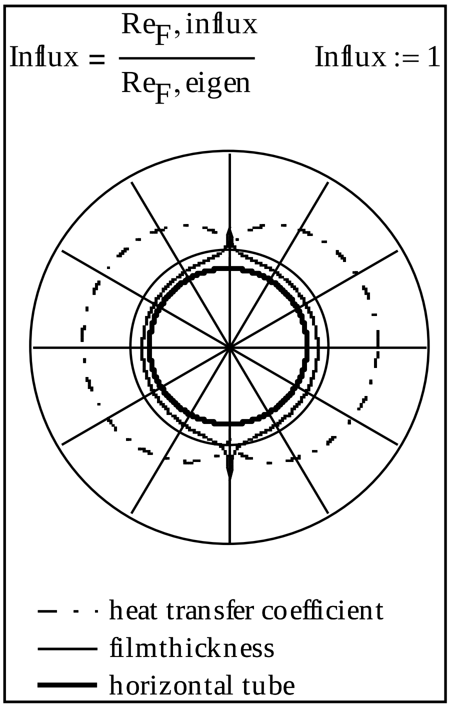


Рис. 8.9. Распределение толщины пленки и коэффициента теплоотдачи по окружности горизонтальной трубы при натекании конденсата

Распределение локального коэффициента теплоотдачи и толщины пленки для горизонтальной трубы с натеканием показано на рисунке 8.9.

Сопоставить локальные распределения для одиночной трубы и для трубы в пучке (с натеканием) можно, сравнивая рисунки 8.7 и 8.9. В рамках принятой модели наблюдается уменьшение теплоотдачи из-за увеличения толщины пленки конденсата.

Располагая уравнением (8.35) для локального распределения, проведем усреднение коэффициента теплоотдачи с учетом натекания. Необходимые вычисления выполнены в Mathcad (рис. 8.10). Способ усреднения показан уравнениями (8.27).

Результат усреднения выражается соотношением:

$$\mathrm{Nu}_{lg\ m} \equiv \frac{\alpha_m l_g}{\lambda} = \frac{K_{mean}(Influx)}{\left(\mathrm{Re}_{F\ influx} + \mathrm{Re}_{F\ eigen}\right)^{1/3}}. \tag{8.37}$$

Коэффициент K_{mean} является функцией от *Influx* — отношения характерных чисел Рейнольдса для натекающего конденсата и собственного конденсата, образующегося на рассматриваемой трубе. При нулевом значении *Influx* получается 0,711, как в формуле (8.29) для одиночной трубы (без натекания). При больших значениях *Influx* получается асимптотическое значение 0,518, в этом случае дополнительная конденсация мала по сравнению с натеканием, что возможно в самых нижних рядах труб.

explanation	calculation
$Nu\left(Re_F,\phi,Influx\right) := \dfrac{1}{Re_F^{\frac{1}{3}}}\cdot K\left(\phi,Influx\right)$	$K\left(\phi,Influx\right) := \left(\dfrac{\sin(\phi)}{3\dfrac{Influx+\dfrac{\phi}{\pi}}{Influx+1}}\right)^{\frac{1}{3}}$
$Nu_{mean}\left(Re_F,Influx\right) := \dfrac{1}{\dfrac{1}{\pi}\cdot\displaystyle\int_0^{\pi}\dfrac{1}{Nu\left(Re_F,\phi,Influx\right)}\,d\phi}$	$K_{mean}(Influx) := \dfrac{1}{\dfrac{1}{\pi}\cdot\displaystyle\int_0^{\pi}\dfrac{1}{K\left(\phi,Influx\right)}\,d\phi}$
$Nu_{mean}\left(Re_F,Influx\right) := \dfrac{K_{mean}(Influx)}{Re_F^{\frac{1}{3}}}$	$K_{mean}(0) = 0.7105$ $Asimptote := K_{mean}(\infty)$ $\quad Asimptote = 0.5178$

$$Influx := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{K_{mean}(Influx)} = \begin{pmatrix} 0.7105 \\ 0.6006 \\ 0.5731 \\ 0.5514 \\ 0.5419 \\ 0.5367 \\ 0.5333 \end{pmatrix}$$

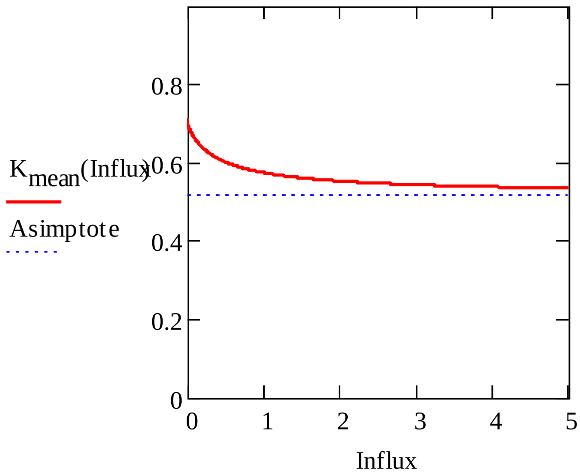


Рис. 8.10. Осреднение коэффициента теплоотдачи по окружности трубы при натекании конденсата

Наблюдаемая в реальных конденсационных пучках картина может заметно отличаться от простой схемы, принятой выше. Эффекты гидродинамической неустойчивости и поверхностного натяжения приводят к *капельному* орошению нижележащих труб. Бомбардировка падающими каплями может заметно интенсифицировать теплоперенос, а не просто уменьшить его вследствие роста средней толщины пленки конденсата.

Существуют две причины, оправдывающие анализ простейшей схемы с плавным натеканием.

Во-первых, рассмотренная модель дает возможный нижний предел интенсивности конденсации на пучках горизонтальных труб, реализуемый при тесном расположении труб по вертикали. С этим пределом могут быть сопоставлены экспериментальные данные и усовершенствованные модельные представления.

Во-вторых, результирующие соотношения простейшей модели указывают на основную структуру возможных моделей: число Нуссельта отыскивается как некоторая функция от *суммарного* числа Рейнольдса пленки, накопленного при конденсации на вышерасположенных трубах. Например, одно из рекомендуемых в справочной литературе эмпирических расчетных соотношений для средней теплоотдачи любой трубы в пучке выглядит так же, как исходная формула для одиночной трубы (8.29), однако число Re_F рассчитывается по суммарному расходу конденсата:

$$\mathrm{Nu}_{lg\ m} \equiv \frac{\alpha_m l_g}{\lambda} = \frac{0{,}7105}{\left(\mathrm{Re}_{F\ influx} + \mathrm{Re}_{F\ eigen}\right)^{1/3}}. \qquad (8.38)$$

Сопоставляя (8.38) с формулой для *локальной* теплоотдачи вертикальной стенки, отметим, что они идентичны. Эту аналогию между соотношениями для пучков и вертикальных поверхностей распространяют в качестве приближенной расчетной рекомендации для пучков труб на режимы с большими значениями накопленного числа Re_F, когда наступает переход к турбулентному течению пленки.

Контрольные вопросы и задания

1. Поясните, как должны изменяться каждая из микрохарактеристик процесса кипения (увеличиваться или уменьшаться) при увеличении теплоотдачи.

2. Рассчитайте критическую плотность теплового потока ($q_{кр_1}$) и соответствующие ей коэффициент теплоотдачи ($\alpha_{кр}$) и температурный напор($\Delta t_{кр}$) для воды, кипящей при атмосферном давлении в большом объеме.

3. Проанализируйте тенденцию изменения коэффициента теплоотдачи в процессах конвективного теплообмена, пузырькового кипения, перехода к пленочному кипению, пленочного кипения.

4. Какие условия необходимы для процесса конденсации?

5. При конденсации пара на вертикальных трубах устанавливают конические поверхности для отвода конденсата. Что это дает?

6. В связи с тем, что интенсивность теплообмена при конденсации на трубах определяется термическим сопротивлением пленки конденсата, важное значение для получения высоких коэффициентов теплоотдачи имеет расположение труб в конденсаторе (вертикальное, горизонтальное). Какое расположение предпочтительно и почему?

7. На какой поверхности при конденсации пара Вы ожидаете больший коэффициент теплоотдачи: на гладкой или шероховатой? И почему?

8. Подставьте размерность всех величин в числа подобия Re_s и Z_s и убедитесь, что они безразмерны.

9. Как влияет при конденсации пара перепад температур $\Delta t = t_s - t_c$ на коэффициент теплоотдачи, на плотность теплового потока q? Проанализируйте на примере пленочной конденсации неподвижного сухого насыщенного пара на горизонтальной трубе.

Примеры решения задач

Задача № 1. Определить коэффициент теплоотдачи (α) и температуру поверхности (t_c) при кипении воды, если давление воды p = 23 бар, а поверхностная плотность теплового потока $q = 9\cdot10^4$ Вт/м^2.

Решение

Для расчета коэффициента теплоотдачи воспользуемся уравнением (8.4)

$$\alpha = \frac{3{,}4\cdot 23^{0{,}18}}{1-0{,}0045\cdot 23}(9\cdot10^4)^{2/3} = 13393\frac{Вт}{м^2\cdot К}.$$

По давлению ρ = 23 бар из таблицы 7 Приложения находим температуру насыщения t_s = 219,6 °C и рассчитываем температуру поверхности нагрева

$$t_c = t_s + \frac{q}{\alpha} = 219{,}6 + \frac{9\cdot10^4}{13393} = 226{,}2^o C.$$

Задание. Решите задачу, воспользовавшись уравнением (8.5), определите отклонение полученных результатов в процентах, сделайте выводы.

Задача № 2. На наружной поверхности вертикальной трубы диаметром d = 20 мм и высотой h = 2 м конденсируется сухой насыщенный водяной пар при кипении p = 1 бар. Температура поверхности t_c = 94,5 °С. Определить средний коэффициент теплоотдачи от пара к трубе и количество пара, которое сконденсируется на поверхности трубы за 1 час.

Решение

По давлению p = 1 бар из таблицы 7 Приложения находим температуру насыщения t_s = 99,6 °С, а из таблицы 8 Приложения при t = 100 °С (99,6 °С ≈ 100 °С) находим:

$$\rho_ж = 958 \text{ кг/м}^3,\ \lambda_ж = 0{,}68 \text{ Вт/м}\cdot\text{К},\ \nu_ж = 0{,}291\cdot10^6 \text{ м}^2\text{/с},\ \Pr_ж = 1{,}73.$$

При t_c = 94,5; $\Pr_{жс}$ = 1,845.

Теплоту парообразования берем из таблицы 9 Приложения при t = 100 °С:

r = 2 257,2 кДж/кг.

Рассчитываем

$$Z_s = \left(\frac{gh^3}{\nu_{ж}^{\ 2}}\right)^{1/3} \frac{\lambda_{ж}\Delta t}{r\rho_{ж}\nu_{ж}} = \left[\frac{9{,}8\cdot 2^3}{(0{,}291\cdot10^{-6})^2}\right]^{1/3} \cdot \frac{0{,}68(99{,}6-94{,}5)}{2257{,}2\cdot10^3\cdot958\cdot0{,}296\cdot10^{-6}} = 529{,}9 < 2300.$$

Режим течения пленки ламинарно-волновой тогда

$$\mathrm{Re}_s = 0{,}95 Z_s^{\ 0{,}78}\left(\frac{\Pr_{жs}}{\Pr_{жс}}\right)^{0{,}25} = 0{,}95(529{,}9)^{0{,}78}\left(\frac{1{,}73}{1{,}845}\right)^{0{,}25} = 124{,}8.$$

Коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = \frac{\mathrm{Re}_s\, r\cdot p_{ж}\nu_{ж}}{h\Delta t} = \frac{124{,}8\cdot2257{,}2\cdot10^3\cdot958\cdot0{,}291\cdot10^{-6}}{2(99{,}6-94{,}5)} = 7699\,\frac{Вт}{м^2\cdot К}.$$

Количество пара, которое конденсируется на поверхности трубы за 1 с,

$$G = \frac{Q}{r} = \frac{\alpha\pi dh(t_s - t_c)}{r} = \frac{7699\cdot3{,}14\cdot0{,}02\cdot2(99{,}6-94{,}5)}{2257{,}2\cdot10^3} = 2{,}18\cdot10^{-3}\,\frac{кг}{с},$$

за 1 час

$$G = 2{,}18\cdot10^{-3}\cdot3600 = 7{,}87\,\frac{кг}{ч}.$$

Задание. Рассчитайте, как изменится α и G, кг/ч, если труба будет горизонтальной?

9. ТЕПЛООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ

9.1. Классификация теплообменников

Теплообменными аппаратами, или **теплообменниками,** называются устройства, предназначенные для передачи тепла от более нагретой жидкости — **горячего теплоносителя** к менее нагретому — **холодному теплоносителю**.

По способу передачи теплоты различают смесительные и поверхностные теплообменники.

В смесительных теплообменниках теплообмен осуществляется путем непосредственного контакта и смешения горячего и холодного теплоносителей. Наиболее простыми и компактными являются смесительные теплообменники, в которых смешиваются теплоносители, не требующие дальнейшего разделения: вода смешивается с паром в подогревателе воды; вода из котельной смешивается с водой, возвращающейся от потребителя из радиаторов отопления.

Используются смесительные теплообменники для легко разделяющихся теплоносителей: газ — жидкость, вода — масло, газ — дисперсный твердый материал.

Поверхностные теплообменные аппараты делятся на **регенеративные** и **рекуперативные**. В первых теплота от горячих газов аккумулируется насадкой (металлические шары, листы стали, кирпич), а затем передается нагреваемому газу путем его продувания через горячую насадку (регенеративные воздухоподогреватели, теплообменники для охлаждения запыленных газов).

В **рекуперативных** аппаратах теплота от горячего теплоносителя передается к холодному через разделяющую их стенку. Наиболее распространены трубчатые теплообменники, в которых один теплоноситель движется в трубах, другой — в межтрубном пространстве (подогреватели, охладители, конденсаторы, испарители).

9.2. Основные уравнения для расчета теплообменников

Тепловой расчет теплообменника может быть **конструкторским**, целью которого является определение площади поверхности теплообмена, и **поверочным**, когда при известной поверхности нагрева определяется количество передаваемой теплоты и конечные температуры теплоносителей.

Основными уравнениями для расчета теплообменников являются:

- уравнение теплового баланса;
- уравнение теплопередачи;
- уравнение массового расхода теплоносителей.

Уравнение теплового баланса при условии отсутствия тепловых потерь имеет вид

$$Q = G_1(h_1' - h_1'') = G_2(h_2'' - h_2'), \tag{9.1}$$

где G, кг/с — массовый расход теплоносителя; h, Дж/кг — энтальпия. Здесь и далее индексы 1, 2 относятся соответственно к горячему и холодному теплоносителям, один штрих (') и два штриха ('') — к параметрам на входе в теплообменник и на выходе из него.

При отсутствии кипения или конденсации теплоносителей уравнение теплового баланса можно записать в виде

$$Q = G_1 c_{p_1}(t_1' - t_1'') = G_2 c_{p_2}(t_2'' - t_2'), \tag{9.2}$$

где c_{p_1}, c_{p_2}, Дж/кг·К — средние теплоемкости теплоносителей, или

$$Q = C_1(t_1' - t_1'') = C_2(t_2'' - t_2'), \tag{9.3}$$

где C = Gc_p, Дж/с·К — расходная теплоемкость теплоносителя.

Из уравнения (9.3) следует, что отношение расходных теплоемкостей обратно пропорционально отношению их изменений температур:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1' - t_1''} = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}. \tag{9.4}$$

Уравнение теплового баланса с учетом тепловых потерь запишется в виде

$$G_1(h_1' - h_1'')\eta = G_2(h_2'' - h_2'),$$

где $\eta = \dfrac{G_2(h_2'' - h_2')}{G_1(h_1' - h_1'')}$ — **КПД теплообменника**, учитывающий потери тепла в окружающую среду.

Эксергетический КПД теплообменника

$$\eta_{экв} = \frac{G_2(ex_2'' - ex_2')}{G_1(ex_1' - ex_1'')}$$

учитывает потери эксергии в составе потерь тепла и потери эксергии от необратимого теплообмена между горячим и холодным теплоносителем при конечной разности средних температур ($\bar{t}_1 - \bar{t}_2$).

Уравнение теплопередачи имеет вид

$$Q = кF(\bar{t}_1 - \bar{t}_2), \tag{9.5}$$

где $\bar{t}_1, \bar{t}_2$ — средние температуры теплоносителей; к — коэффициент теплопередачи; F, м^2 — площадь поверхности, и используется для нахождения площади поверхности теплообмена F.

Если обозначить

$$\bar{t}_1 - \bar{t}_2 = \overline{\Delta t}, \tag{9.6}$$

где $\overline{\Delta t}$ — **средний температурный напор**, то уравнение теплопередачи запишется в виде

$$Q = кF\overline{\Delta t}. \tag{9.7}$$

В рекуперативных теплообменниках для уменьшения термического сопротивления стенка выполняется из материала с хорошей теплопроводностью (меди, латуни, сплавов алюминия, стали), и в этом случае для стенок любой формы (например, труб) коэффициент теплопередачи с достаточной точностью рассчитывается по формуле для плоской стенки

$$\kappa = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} + \dfrac{1}{\alpha_2}}, \tag{9.8}$$

где α_1, α_2, Вт/м·К — средние коэффициенты теплоотдачи между стенкой и теплоносителями; δ, м и λ, Вт/м·К — толщина и коэффициент теплопроводности стенки.

В рекуперативных теплообменниках в зависимости от направления потоков горячего и холодного теплоносителей различают три основные **схемы движения**:

1. Если оба теплоносителя движутся параллельно в одном направлении, то схема называется **прямотоком**.

2. Если теплоносители движутся параллельно, но в противоположных направлениях, то схема движения называется **противотоком**.

3. Если один теплоноситель движется в направлении, перпендикулярном к направлению движения другого теплоносителя, то схема движения называется **перекрестным током**.

Кроме указанных существуют более сложные схемы движения, являющиеся различными комбинациями рассмотренных основных схем.

На рисунке 9.1 представлены графики изменения температур теплоносителей вдоль поверхности теплообмена F **для прямотока** (а) и **противотока** (б).

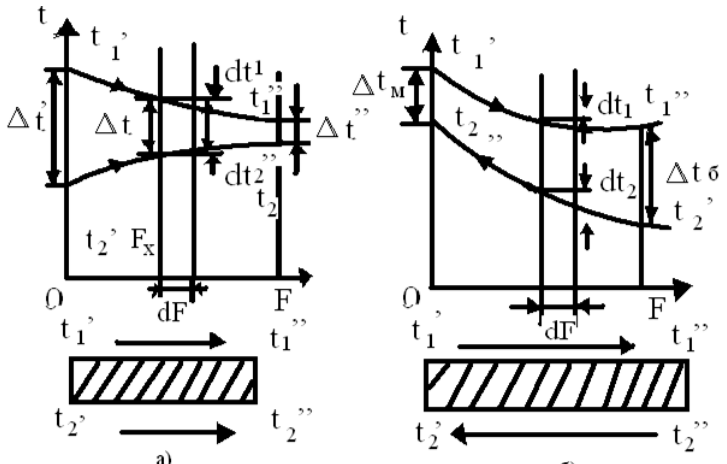


рис. 9.1

При **прямотоке** $\Delta t' = t_1' - t_2'$ — температурный напор на входе в теплообменник, $\Delta t'' = t_1'' - t_2''$ — температурный напор на выходе из теплообменника, Δt — текущий температурный напор при F_x.

Обратите внимание, что при прямотоке температура холодного теплоносителя на выходе теплообменника (t_2'') всегда меньше температуры горячего теплоносителя (t_1''):

$$t_2'' < t_1''.$$

При **противотоке** $\Delta t_б$, $\Delta t_м$ — больший и меньший температурные напоры. Холодный теплоноситель может нагреваться до более высокой температуры, чем t_1'':

$$t_2'' > t_1''.$$

Это дает основание заключить, что **противоточная схема предпочтительнее прямоточной**.

Получим формулу для расчета **среднего температурного напора при прямотоке.**

Запишем уравнение теплового баланса и уравнение теплопередачи для элемента поверхности dF (рис. 9.1 (а)):

$$dQ = -C_1 dt_1 = C_2 dt_2, \tag{9.9}$$

$$dQ = к(t_1 - t_2)dF. \tag{9.10}$$

Из (9.9) имеем

$$dt_1 = -\frac{dQ}{C_1}, dt_2 = \frac{dQ}{C_2}.$$

Получим разность

$$dt_1 - dt_2 = -\frac{dQ}{C_1} - \frac{dQ}{C_2}.$$

Обозначим

$$\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = m,$$

тогда

$$d(t_1 - t_2) = mdQ.$$

Подставим

$$dQ = -\frac{d(t_1 - t_2)}{m}$$

в (9.10) и получим

$$-\frac{d(t_1 - t_2)}{m} = \kappa(t_1 - t_2)dF,$$

откуда

$$\frac{d(\Delta t)}{\Delta t} = -m\kappa\kappa d. \tag{9.11}$$

Проинтегрируем (9.11) от Δt' до текущего температурного напора Δt и от 0 до F_x (рис. 9.1 (а)), получим

$$\ln\frac{\Delta t}{\Delta t'} = -m\kappa\kappa_x,$$

$$\frac{\Delta t}{\Delta t'} = e^{-m\kappa\kappa_x},$$

$$\Delta t = \Delta t' e^{-m\kappa F_x}. \tag{9.12}$$

Последняя формула описывает закон изменения текущего температурного напора вдоль поверхности теплообмена.

Проинтегрируем (9.11) от Δt' до Δt'' и от 0 до F, где F — площадь поверхности теплообменника.

Получим

$$\ln\frac{\Delta t''}{\Delta t'} = -m\kappa\kappa, \tag{9.13}$$

$$\frac{\Delta t''}{\Delta t'} = e^{-m\kappa\kappa}. \tag{9.14}$$

Зная закон изменения температурного напора вдоль поверхности теплообмена (9.12), можно найти средний температурный напор $\overline{\Delta t}$ по формуле осреднения

$$\overline{\Delta t} = \frac{1}{F}\int_0^F \Delta t dF_x. \tag{9.15}$$

Совместное решение (9.15), (9.12) — (9.14) дает расчетную формулу для среднего температурного напора при прямотоке

$$\overline{\Delta t}_{прям} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln\frac{\Delta t'}{\Delta t''}}. \tag{9.16}$$

При противотоке

$$m = \frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2}.$$

Аналогичные рассуждения и математические преобразования дают расчетную формулу для $\overline{\Delta t}$ в виде

$$\overline{\Delta t}_{прот} = \frac{\Delta t_б - \Delta t_м}{\ln\frac{\Delta t_б}{\Delta t_м}}. \tag{9.17}$$

Учитывая, что для прямотока Δt' является большим температурным напором, а Δt'' — меньшим, можно утверждать, что формула (9.17) справедлива и для прямотока.

Для других схем движения теплоносителей средний температурный напор рассчитывается по формуле

$$\overline{\Delta t} = \overline{\Delta t}_{прот} \cdot \varepsilon_{\Delta t}, \tag{9.18}$$

где $\varepsilon_{\Delta t} = f(R,P)$ — поправочный коэффициент, определяемый по номограммам, которые приведены в справочниках.

Здесь

$$R = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{t_1' - t_1''}{t_2'' - t_2'},\ P = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_{\max}} = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1' - t_2'}.$$

Расчет средних температур теплоносителей $\overline{t_1}$ и $\overline{t_2}$ производится так: сравнивают изменения температур $\Delta t_1 = t_1' - t_2''$ и $\Delta t_2 = t_2'' - t_2'$; среднюю температуру теплоносителя с меньшим изменением температуры (с большей расходной теплоемкостью) вычисляют как среднюю арифметическую. Среднюю температуру другого теплоносителя определяют по формуле (9.6).

Уравнение массового расхода теплоносителя имеет вид

$$G = wf\rho,\ кг/с, \tag{9.19}$$

где w, м/с — скорость движения теплоносителя; f, м^2 — площадь поперечного сечения потока теплоносителя; ρ, кг/м^3 — плотность теплоносителя.

При движении теплоносителя по трубам пучка площадь поперечного сечения всех труб

$$f = \frac{\pi d^2}{r} \cdot n,$$

где n — число труб.

9.3. Расчет теплообменников

Конструкторский расчет теплообменников производится по уравнениям теплопередачи, теплового баланса, массового расхода теплоносителей.

Получим уравнения для **поверочного** расчета, цель которого — определить передаваемую теплоту (Q) и конечные температуры теплоносителей (t_1'', t_2'').

Прямоток.

На основании (9.14)

$$\Delta t'' = \Delta t' e^{-m\kappa\kappa},$$

или

$$t_1'' - t_2'' = (t_1' - t_2')e^{-m\kappa\kappa}. \tag{9.20}$$

Если левую и правую части уравнения (9.20) вычесть из разности температур ($t_1' - t_2'$) и учесть соотношение (9.4), то получим формулу (9.21), из которой можно найти температуру горячего теплоносителя (t_1'') на выходе из теплообменника,

$$t_1' - t_1'' = (t_1' - t_2')\Pi, \tag{9.21}$$

где

$$\Pi = \frac{1 - e^{\frac{\kappa F}{C_1}(1 + \frac{C_1}{C_2})}}{1 + \frac{C_1}{C_2}}.$$

Тогда передаваемая теплота и температура холодного теплоносителя (t_2'') определяются из уравнения теплового баланса

$$Q_П = C_1(t_1' - t_1'') = C_1(t_1' - t_2')П, \tag{9.22}$$

$$Q_П = C_2(t_2'' - t_2'). \tag{9.23}$$

Противоток.

Аналогичные алгебраические преобразования для противотока дают расчетную формулу для тепла

$$Q_z = C_1(t_1' - t_2')Z, \tag{9.24}$$

где

$$Z = \frac{1 - e^{-\frac{\kappa F}{C_1}(1-\frac{C_1}{C_2})}}{1 - \frac{C_1}{C_2}e^{-\frac{\kappa F}{C_1}(1-\frac{C_1}{C_2})}}.$$

Конечные температуры теплоносителей (t_1'', t_2'') можно рассчитать по уравнению теплового баланса (9.3).

Получим уравнения для **поверочного расчета** теплообменников **с кипением** и конденсацией:

1. **Конденсатор**, охлаждаемый водой. График изменения температур теплоносителей приведен на рисунке 9.2.

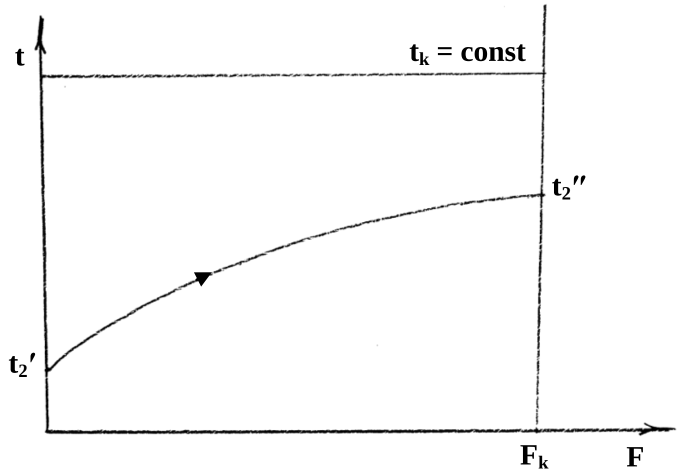


Рис. 9.2

При конденсации пара

$$t_1 = t_s = const, \Delta t_1 = 0, c_{p_1} = \infty, C_1 = c_{p_1}G_1 = \infty.$$

Тогда

$$m = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\Big|_{C_1 = \infty} = \frac{1}{C_2}.$$

На основании (9.20) получим формулу

$$t_1 - t_2'' = (t_1 - t_2')e^{-\frac{k \cdot F}{C_2}},$$

по которой можно рассчитать конечную температуру холодного теплоносителя

$$t_2'' = t_1 - (t_1 - t_2')e^{-\frac{k \cdot F}{C_2}}, \tag{9.25}$$

а затем определить передаваемую теплоту

$$Q = C_2(t_2'' - t_2'). \qquad (9.26)$$

2. **Испаритель воды**, нагреваемый продуктами сгорания топлива. График изменения температур теплоносителей приведен на рисунке 9.3.

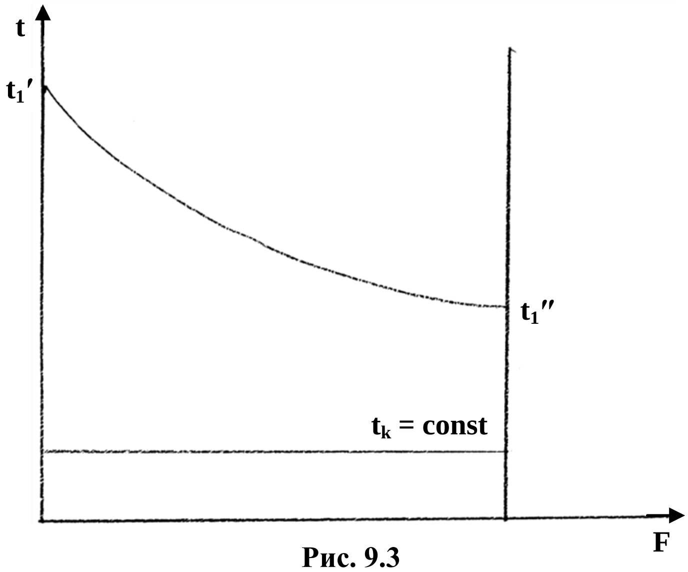


Рис. 9.3

При кипении воды

$$t_2 = t_s = \text{const},\ \Delta t_2 = 0;\ c_{p\,2} = \infty,\ C_2 = c_{p\,2},\ G_2 = \infty.$$

Тогда

$$m = \frac{1}{C_1}.$$

На основании (9.20)

$$t_1'' - t_2 = (t_1' - t_2)e^{-\frac{k \cdot F}{C_1}}.$$

Расчетные формулы для t_1'' и Q запишутся в виде

$$t_1'' = t_2 + (t_1' - t_2)e^{-\frac{k \cdot F}{C_1}}, \qquad (9.27)$$

$$Q = C_1 \cdot (t_1' - t_1''). \qquad (9.28)$$

Сравнение двух основных схем движения теплоносителей **прямотока** и **противотока** можно произвести на основании уравнений (9.22) и (9.24):

$$\frac{Q_П}{Q_z} = \frac{П}{Z} = f\left(\frac{C_1}{C_2}, \frac{kF}{C_1}\right). \qquad (9.29)$$

Анализ зависимости (9.29) показывает, что прямоток и противоток равнозначны при следующих условиях:

1. Если $\frac{C_1}{C_2} \to 0$ или $\frac{C_1}{C_2} \to \infty$, т.е. для теплообменников, в которых один из теплоносителей изменяет свое агрегатное состояние (испаряется или конденсируется).

2. Если $\frac{\mathrm{kF}}{\mathrm{C_1}} \to 0$, что справедливо при $(t_1' - t_1'') \to 0$ или $\overline{\Delta t} \to \infty$.

Во всех остальных случаях $\frac{Q_П}{Q_z} < 1$, т.е. **передаваемая теплота при противотоке больше, чем при прямотоке**.

Контрольные вопросы в задания

1. Назовите основные уравнения для расчета рекуперативных теплообменников. Какими коэффициентами оценивается эффективность работы теплообменников?
2. Можно ли утверждать, что КПД теплообменника (η) характеризует количественные потери тепла, а эксергетический КПД ($\eta_{экс}$) — качество потерь тепла?
3. Как вычисляется средний температурный напор для прямотока, противотока и других схем движения теплоносителей?
4. Как вычисляются средние температуры теплоносителей? Для расчета каких величин они нужны?
5. В каких случаях прямоток и противоток равнозначны?
6. Каковы задачи конструкторского и поверочного расчетов теплообменников?

Пример решения задачи

Определить поверхность нагрева и эксергетический КПД противоточного теплообменника типа «труба в трубе». По внутренней трубе движется греющая вода. Начальная температура воды $t_1' = 90$ °С, массовый расход $G_1 = 1{,}5$ кг/с. Диаметр трубы $d_2/d_1 = 40/37$ мм, коэффициент теплопроводности ее стенки λ = 50 Вт/м·К. Нагреваемая вода движется внутри кольцевого канала между трубами. Внутренний диаметр наружной трубы D = 60 мм. Расход нагреваемой воды $G_2 = 1{,}4$ кг/с, её температура на входе $t_2' = 20$ °С, на выходе $t_2'' = 70$ °С. КПД теплообменника, учитывающий потери тепла в окружающую среду, η = 0,95. Температура окружающей среды $t_{ос} = 20$ °С.

Решение

Приняв теплоемкость воды $c_{p_2} = 4\,185$ Дж/кг·К для интервала температур от $t_2' = 20$ °С до $t_2'' = 70$ °С (табл. 2 Приложения), определим количество теплоты, передаваемой нагреваемой воде:

$$Q = G_2 c_{p_2}(t_2'' - t_2') = 1{,}4 \cdot 4\,185\,(70 - 20) = 2{,}93 \cdot 10^5 \text{ Вт}.$$

Температура греющей воды на выходе из теплообменника определится из уравнения теплового баланса. Пусть $c_{p_1} = 4\,190$ Дж/кг·К, тогда

$$Q = G_1 c_{p_1}(t_1' - t_1'')\eta,$$

$$t_1'' = t_1' - \frac{Q}{G_1 c_{p_1}\eta} = 90 - \frac{2{,}93 \cdot 10^5}{1{,}5 \cdot 4190 \cdot 0{,}95} = 49{,}1^o C.$$

Определяем средний температурный напор для противоточной схемы движения теплоносителей (рис. 9.1 (б)):

$$t_1'' - t_2' = 49{,}1 - 20 = 29{,}1 \text{ °C} = \Delta t_б,$$

$$t_1' - t_2'' = 90 - 70 = 20 \text{ °C} = \Delta t_м,$$

$$\overline{\Delta t} = \frac{\Delta t_б - \Delta t_м}{\ln\frac{\Delta t_б}{\Delta t_м}} = \frac{29{,}1 - 20}{\ln\frac{29{,}1}{20}} = 24{,}3^o C$$

и средние температуры теплоносителей. Так как $\Delta t_1 = t_1' - t_1'' = 90 - 49{,}1 = 40{,}9$ °С меньше $\Delta t_2 = t_2'' - t_2' = 50$ °С, то средняя температура греющей воды

$$\overline{t_1} = \frac{t_1' + t_1''}{2} = \frac{90 + 49{,}1}{2} = 69{,}5\ ^oC,$$

а средняя температура нагреваемой воды

$$\overline{t_2} = \overline{t_1} - \overline{\Delta t} = 69{,}5 - 24{,}3 = 45{,}2 \text{ °C}.$$

Из таблицы 2 Приложения возьмем физические параметры греющей воды при $\overline{t_1} = 70^oC$:

$$\rho_1 = 977{,}8 кг/м^3; \lambda_1 = 66{,}8\cdot10^{-2} Вт/м\cdot К; \nu_1 = 0{,}415\cdot10^{-6} м^2/с; \mathrm{Pr}_{ж_1} = 2{,}55;$$

нагреваемой воды при $\overline{t_2}$ = 45 °C:

$$\rho_2 = 990{,}1 кг/м^3; \lambda_2 = 64{,}15\cdot10^{-2} Вт/м\cdot К; \nu_2 = 0{,}6075\cdot10^{-6} м^2/с; \mathrm{Pr}_{ж_2} = 3{,}925.$$

Определим скорости движения теплоносителей:

а) греющей воды, движущейся в трубе:

$$w_1 = \frac{4G_1}{p_1\pi d_1{}^2} = \frac{4\cdot1{,}5}{977{,}8\cdot3{,}14\cdot0{,}037^2} = 1{,}43 м/с;$$

b) нагреваемой воды, движущейся в кольцевом зазоре:

$$w_2 = \frac{4G_2}{p_2\pi(D^2 - d_2{}^2)} = \frac{4\cdot1{,}4}{990{,}1\cdot3{,}14(0{,}06^2 - 0{,}004^2)} = 0{,}9 м/с.$$

Рассчитаем коэффициенты теплоотдачи от греющей воды к поверхности трубы (α_1) и от поверхности трубы к нагреваемой воде (α_2).

Число Рейнольдса для греющей воды

$$\mathrm{Re}_1 = \frac{w_1 d_1}{\nu_1} = \frac{1{,}43\cdot0{,}037}{0{,}415\cdot10^{-6}} = 1{,}275\cdot10^5.$$

Так как $\mathrm{Re}_1 > 10^4$, то коэффициент теплоотдачи находим по уравнению (7.28). Поправочный коэффициент ε_1 принимаем равным 1, т.к. l/d > 50. Температуру внутренней и наружной поверхностей трубы принимаем одинаковой, равной $t_c = \frac{\overline{t_1} + \overline{t_2}}{2}$ = 57,3 °C.

При этой температуре $\mathrm{Pr}_c = 3{,}13$,

$$Nu_1 = 0{,}021(1{,}275\cdot10^5)^{0{,}8}\cdot2{,}55^{0{,}43}(2{,}55/3{,}13)^{0{,}25} = 362,$$

$$\alpha_1 = \frac{Nu\lambda_1}{d_1} = \frac{362\cdot66{,}8\cdot10^{-2}}{0{,}037} = 6536\frac{Вт}{м^2\cdot К}.$$

Коэффициент теплоотдачи α_2 рассчитывается по уравнению (7.30). Эквивалентный диаметр кольцевого канала $d_э = D - d_2 = 0{,}06 - 0{,}04 = 0{,}02$ м.

Число Рейнольдса

$$\mathrm{Re}_2 = \frac{w_2 d_э}{\nu_2} = \frac{0{,}9\cdot0{,}02}{0{,}6075\cdot10^{-6}} = 2{,}963\cdot10^4.$$

Число Нуссельта и коэффициент теплоотдачи:

$$Nu_2 = 0{,}017(2{,}963\cdot10^4)^{0{,}8}\cdot3{,}925^{0{,}4}(3{,}925/3{,}13)^{0{,}25}(0{,}06/0{,}04)^{0{,}18} = 126{,}4;$$

$$\alpha_2 = \frac{Nu_2\lambda_2}{d_э} = \frac{126{,}4\cdot64{,}15\cdot10^{-2}}{0{,}02} = 4054\frac{Вт}{м^2\cdot К}.$$

Рассчитываем коэффициент теплопередачи. Толщина стенки трубы

$$\delta = 0{,}5\,(d_2 - d_1) = 0{,}5\,(0{,}04 - 0{,}037) = 1{,}5\cdot10^{-3} м.$$

Коэффициент теплопередачи

$$\kappa = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{6536} + \frac{1{,}5\cdot10^{-3}}{50} + \frac{1}{4054}} = 2327\frac{Вт}{м^2\cdot К}.$$

Площадь поверхности нагрева теплообменника определим из уравнения теплопередачи

$$F = \frac{Q}{k\overline{\Delta t}} = \frac{2{,}93\cdot10^5}{2327\cdot24{,}3} = 5{,}18 м^2.$$

Определим температуры на поверхностях внутренней трубы из уравнений

$$Q = \alpha_1 F(\overline{t_1} - t_{c_1}),$$

$$Q = \alpha_2 F(t_{c_2} - \overline{t_2}),$$

$$t_{c_1} = \bar{t_1} - \frac{Q}{\alpha_1 F} = 69{,}5 - \frac{2{,}93 \cdot 10^5}{6536 \cdot 5{,}18} = 60{,}8^o C,$$

$$t_{c_2} = \bar{t_2} + \frac{Q}{\alpha_2 F} = 45{,}2 - \frac{2{,}93 \cdot 10^5}{4054 \cdot 5{,}18} == 59{,}2^o C.$$

Полученные температуры t_{c_1} и t_{c_2} примерно на 2 °С отличаются от принятой ранее $t_{c_1} = t_{c_2}$ = 57,3 °С, поэтому расчет можно не уточнять и оставить полученный результат: площадь поверхности теплообмена F = 5,18 м^2.

Эксергетический КПД теплообменника и разности эксергий теплоносителей рассчитываются по формулам

$$\eta_{экс} = \frac{G_2(ex_2'' - ex_2')}{G_1(ex_1' - ex_1'')},$$

$$ex_2'' - ex_2' = h_2'' - h_2' - T_{oc}(s_2'' - s_2'),$$

$$ex_1' - ex_1'' = h_1' - h_1'' - T_{oc}(s_1' - s_1'').$$

Принимая средние давления теплоносителей равными атмосферному p ≈ 1 бар, из таблиц воды и водяного пара [6] при p = 1 бар и температурах t_1', t_1'', t_2' и t_2'' найдем соответствующие значения энтальпий (h) и энтропии (s) теплоносителей и произведем необходимые расчеты:

$$ex_2'' - ex_2' = 293 - 84 - 293(0{,}9548 - 0{,}2963) = 16{,}06 \frac{кДж}{кг},$$

$$ex_1' - ex_1'' = 377 - 209{,}3 - 293(1{,}1925 - 0{,}7035) = 24{,}42 \frac{кДж}{кг}.$$

$$\eta_{экс} = \frac{1{,}4 \cdot 16{,}06}{1{,}5 \cdot 24{,}42} = 0{,}634.$$

Ответы: F = 5,18 м^2, $\eta_{экс}$ = 0,634.

ЛИТЕРАТУРА

1. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. — М.: Энергоиздат, 1981. — 416 с.

2. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. — М.: Энергия, 1977. — 344 с.

3. Теплотехника / Под ред. А.П. Баскакова. — М.: Энергоатомиздат, 1991. — 224 с.

4. Алабовский А.М., Недужий И.А. Техническая термодинамика и теплопередача. — К.: Высш. шк., 1990. — 255 с.

5. Краснощеков Е.А., Сукомел А.С. Задачник по теплопередаче. — М.: Энергия, 1980. — 288 с.

6. Вукалович М.П., Ривкин С.Л., Александров А.А. Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара. — М.: Изд. стандартов, 1969. — 408 с.

7. Теоретические основы теплотехники. Теплотехнический эксперимент. Справочник. Кн. 2 / Под общ. ред. В.А. Григорьева и В.И. Зорина. — М.: Энергоатомиздат, 1988. — 512 с.

8. Солодов А.П. Элементарные модели теплообмена при конденсации: Учеб. пособие по курсам «Тепломассообмен», «Тепломассообмен в энергетическом оборудовании АЭС» / А.П. Солодов, Е.В. Ежов. — М.: Издательство МЭИ, 2006. — 52 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Физические параметры сухого воздуха при давлении p = 760 мм рт. ст.

t, °С	ρ, кг/м^3	c_p, кДж/кг·К	$\lambda \cdot 10^2$, Вт/(м·К)	$\alpha \cdot 10^6$, м^2/с	$\mu \cdot 10^6$, Па·с	$\nu \cdot 10^6$, м^2/с	Pr
-50	1,584	1,013	2,04	12,7	14,6	9,23	0,728
-40	1,515	1,013	2,12	13,8	15,2	10,04	0,728
-30	1,453	1,013	2,20	14,9	15,7	10,80	0,723
-20	1,395	1,009	2,28	16,2	16,2	12,79	0,716
-10	1,342	1,009	2,36	17,4	16,7	12,43	0,712
0	1,293	1,005	2,44	18,8	17,2	13,28	0,707
10	1,247	1,005	2,51	20,0	17,6	14,16	0,705
20	1,205	1,005	2,59	21,4	18,1	15,06	0,703
30	1,165	1,005	2,67	22,9	18,6	16,0	0,701
40	1,128	1,005	2,76	24,3	19,1	16,96	0,699
50	1,093	1,005	2,83	25,7	19,6	17,95	0,698
60	1,060	1,005	2,90	26,2	20,1	18,97	0,696
70	1,029	1,009	2,96	28,6	20,6	20,02	0,694
80	1,000	1,009	3,05	30,2	21,1	21,09	0,692
90	0,972	1,009	3,13	31,9	21,5	22,10	0,690
100	0,946	1,009	3,21	33,6	21,9	23,13	0,688
120	0,898	1,009	3,34	36,8	22,8	25,45	0,686
140	0,854	1,013	3,49	40,3	23,7	27,80	0,684
160	0,815	1,017	3,64	43,9	24,5	30,09	0,682
180	0,779	1,022	3,78	47,5	25,3	32,49	0,681
200	0,746	1,026	3,93	51,4	26,0	34,85	0,680
250	0,674	1,038	4,27	61,0	27,4	40,61	0,677
300	0,615	1,047	4,60	71,6	29,7	48,33	0,674
350	0,566	1,059	4,91	81,9	31,4	55,46	0,676
400	0,524	1,068	5,31	93,1	33,0	63,09	0,678
500	0,456	1,093	5,74	115,3	36,2	79,38	0,687
600	0,404	1,114	6,22	138,3	39,1	96,89	0,699
700	0,362	1,135	6,71	163,4	41,8	115,4	0,706
800	0,329	1,156	7,18	188,8	44,3	134,8	0,713
900	0,301	1,172	7,63	216,2	46,7	155,1	0,717
1 000	0,277	1,185	8,07	245,9	49,0	177,1	0,719
1 100	0,257	1,197	8,50	276,2	51,2	199,3	0,722
1 200	0,239	1,210	9,15	316,5	53,5	233,7	0,724

Таблица 2

Физические свойства воды при давлении p = 760 мм рт. ст.

t, °C	ρ, кг/м^3	h, кДж/к г	c_p, кДж/кг·К	$\lambda \cdot 10^2$, Вт/(м·К)	$\alpha \cdot 10^8$, м^2/с	$\mu \cdot 10^6$, Па·с	$\nu \cdot 10^6$, м^2/с	$\beta \cdot 10^4$, 1/К	$\sigma \cdot 10^4$, Н/м	Pr
			4,212							13,67
10	999,7	42,04	4,191	57,4	13,7	1 306	1,306	0,70	741,6	9,52
20	998,2	83,91	4,183	59,9	14,3	1 004	1,006	1,82	726,9	7,02
30	995,7	125,7	4,174	61,8	14,9	801,5	0,805	3,21	712,2	5,42
40	992,2	167,5	4,174	63,5	153	653,3	0,659	3,87	696,5	4,31
50	988,1	209,3	4,174	64,8	15,7	549,4	0,556	4,49	676,9	3,54
60	983,2	251,1	4,179	65,9	16,0	469,9	0,478	5,11	662,2	2,98
70	977,8	293,0	4,187	66,8	16,3	406,1	0,415	5,70	643,5	2,55
80	971,8	335,0	4,195	67,4	16,6	355,1	0,365	6,32	625,9	2,21
90	965,3	377,0	4,208	68,0	16,8	314,9	0,326	6,95	607,2	1,95
100	958,4	419,1	4,220	68,3	16,9	282,5	0,295	7,52	588,6	1,75

Таблица 3

Физические свойства дымовых газов (p = 760 мм рт. ст., τ_{C_2O} = 0,13, τ_{H_2O} = 0,11)

t, °C	ρ, кг/м^3	c_p, кДж/кг·К	$\lambda \cdot 10^2$, Вт/(м·К)	$\alpha \cdot 10^6$, м^2/с	$\mu \cdot 10^6$, Па·с	$\nu \cdot 10^6$, м^2/с	Pr
0	1,295	1,042	2,28	16,9	15,8	12,3	0,72
100	0,950	1,068	3,13	30,8	20,4	21,54	0,69
200	0,748	1,097	4,01	48,9	24,5	32,80	0,67
300	0,617	1,122	4,84	69,9	28,2	45,81	0,65
400	0,525	1,151	5,7	94,3	31,7	60,38	0,54
500	0,457	1,185	6,56	121,1	34,8	76,30	0,63
600	0,406	1,214	7,42	150,9	37,9	93,61	0,62
700	0,363	1,239	8,27	183,8	40,7	112,1	0,61
800	0,330	1,264	9,15	219,7	43,4	131,8	0,60
900	0,301	1,290	10,0	258,0	45,9	152,5	0,59
1 000	0,275	1,306	10,90	303,4	48,4	174,3	0,58
1 100	0,257	1,323	11,75	345,5	50,7	197,1	0,57
1 200	0,240	1,340	12,62	392,4	53,0	221,0	0,56

Таблица 4

Физические свойства трансформаторного масла

t, °C	ρ, кг/м^3	c_p, кДж/кг·К	λ, Вт/(м·К)	$\mu\cdot10^4$, Па·с	$\nu\cdot10^6$, м^2/с	$\alpha\cdot10^8$, м^2/с	$\beta\cdot10^4$, 1/К	Pr
0	892,5	1,549	0,1123	629,8	70,5	8,14	6,80	866
10	886,4	1,620	0,1115	335,5	37,9	7,83	6,85	484
20	8803	1,666	0,1106	198,2	22,5	7,56	6,90	298
30	874,2	1,729	0,1008	128,5	14,7	7,28	6,95	202
40	868,2	1,788	0,1090	89,4	103	7,03	7,00	146
50	862,1	1,846	0,1082	65,3	7,58	6,80	7,05	111
60	856,0	1,905	0,1072	49,5	5,78	6,58	7,10	87,8
70	850,0	1,964	0,1064	38,6	4,54	6,36	7,15	71,3
80	843,9	2,026	0,1056	30,8	3,66	6,17	7,20	59,3
90	837,8	2,085	0,1047	25,4	3,03	6,00	7,25	50,5
100	831,8	2,144	0,1038	21,3	2,56	5,83	7,30	43,9
110	825,7	2,202	0,1030	18,1	2,20	5,67	735	38,8
120	819,6	2,261	0,1022	15,7	1,92	5,50	7,40	34,9

Таблица 5

Физические свойства масла МС-20

t, °C	ρ, кг/м^3	c_p, кДж/кг·К	λ, Вт/(м·К)	$\mu\cdot10^4$, Па·с	$\nu\cdot10^6$, м^2/с	$\alpha\cdot10^8$, м^2/с	$\beta\cdot10^4$, К$^{-1}$	Pr
-10	990,3	1,951	0,136			7,75	6,24	-
0	903,6	1,980	0,135			7,58	6,27	-
10	897,9	2,010	0,135			7,44	6,31	
20	892,3	2,043	0,134	10 026	1 125	7,30	6,35	15 400
30	886,6	2,072	0,132	4 670	526	7,19	6,38	7 310
40	881,0	2,106	0,131	2 433	276	7,08	6,42	3 890
50	875,3	2,135	0,130	1 334	153	7,00	6,46	2 180
60	869,6	2,165	0,129	798,5	91,9	6,86	6,51	1 340
70	864,0	2,198	0,128	498,3	58,4	6,75	6,55	865
80	858,3	2,227	0,127	336,5	39,2	6,67	6,60	588
90	852,7	2,261	0,126	234,4	27,5	6,56	6,64	420
110	841,3	2,320	0,124	132,4	15,7	6,36	6,73	247
120	835,7	2,353	0,123	101,0	12,1	6,25	6,77	193
130	830,0	2,382	0,122	79,76	9,61	6,17	6,82	156
140	824,4	2,420	0,121	61,80	7,50	6,08	6,87	123
150	818,7	2,445	0,120	53,17	6,50	6,00	6,92	108

Таблица 6

Физические свойства масла МК

t, °C	ρ, кг/м^3	c_p, кДж/кг·К	λ, Вт/(м·К)	$\mu \cdot 10^4$, Па·с	$\nu \cdot 10^6$, м^2/с	$\alpha \cdot 10^8$, м^2/с	$\beta \cdot 10^4$, К$^{-1}$	Pr
10	911,0	1,645	0,1510	35 414	3 883	9,94	8,56	39 000
20	903,0	1,712	0,1485	18 560	1 514	9,58	8,64	15 800
30	894,5	1,758	0,1461	6 180	691,2	9,28	8,71	7 450
40	887,5	1,804	0,1437	3 031	342,0	8,97	8,79	3 810
50	879,0	1,851	0,1413	1 638	186,2	8,69	8,86	2 140
60	871,5	1,897	0,1389	961,4	110,6	8,39	8,95	1 320
70	864,0	1,943	0,1363	603,3	69,3	8,14	9,03	858
80	856,0	1,989	0,1340	399,3	46,6	7,89	9,12	591
90	848,2	2,035	0,1314	273,7	32,3	7,61	9,20	424
100	840,7	2,081	0,1290	202,1	24,0	7,33	9,28	327
110	838,0	2,127	0,1264	145,2	17,4	7,11	9,37	245
120	825,0	2,173	0,1240	110,4	13,4	6,92	9,46	193,5
130	817,0	2,219	0,1214	87,31	10,7	6,69	9,54	160
140	809,2	2,265	0,1188	70,34	8,70	6,53	9,65	133,3
150	801,6	2,311	0,1168	56,90	7,10	6,25	9,73	113,5

Таблица 7

Температура кипения воды в зависимости от давления

p, бар	t_s, °C	**p, бар**	t_s, °C	**p, бар**	t_s, °C	**p, бар**	t_s, °C	**p, бар**	t_s, °C
1	99,6	**26**	226,0	**72**	287,7	**122**	325,9	**172**	353,1
2	120,2	**27**	228,1	**74**	289,6	**124**	327,2	**174**	354,2
3	133,5	**28**	230,1	**76**	291,4	**16**	328,4	**176**	355,1
4	143,6	**29**	232,0	**78**	293,2	**128**	329,6	**178**	356,0
5	151,8	**30**	233,8	**80.**	295,0	**130**	330,8	**180**	357,0
6	158,8	**32**	237,4	**82**	296,7	**132**	332,0	**182**	357,0
7	165,0	**34**	240,9	**84**	298,4	**134**	333,0	**184**	358,8
8	170,4	**36**	244,2	**86**	300,1	**136**	334,4	**186**	339,7
9	175,4	**38**	247,3	**88**	301,7	**138**	335,5	**188**	360,6
10	179,9	**40**	250,3	**90**	303,3	**140**	336,6	**190**	361,4
11	184,1	**42**	253,0	**92**	304,9	**142**	337,8	**192**	362,3
12	188,0	**44**	256,1	**94**	306,5	**144**	338,9	**194**	363,2
13	191,6	**46**	258,8	**96**	308,0	**146**	340,0	**196**	364,0
14	195,0	**48**	261,4	**98**	309,3	**148**	341,0	**198**	364,9
15	198,3	**50**	263,9	**100**	311,0	**150**	342,0	**200**	365,7
16	201,4	**52**	266,4	**102**	312,4	**152**	343,2	**202**	366,5
17	204,3	**54**	268,8	**104**	313,9	**154**	344,2	**204**	367,4
18	207,1	**56**	271,1	**106**	315,3	**155**	345,3	**206**	368,2
19	209,8	**58**	273,4	**108**	316,7	**158**	346,3	**208**	369,0
20	212,4	**60**	275,6	**110**	318,0	**160**	347,3	**210**	369,8
21	214,8	**62**	277,7	**112**	319,4	**162**	348,3	**212**	370,6
22	217,2	**64**	279,8	**114**	320,7	**164**	349,3	**214**	371,4
23	219,6	**66**	281,9	**116**	322,1	**166**	350,3	**216**	372,2
24	221,8	**68**	283,9	**118**	323,4	**168**	351,3	**218**	372,9
25	223,9	**70**	285,8	**120**	324,6	**170**	352,3	**220**	373,7

Критическое состояние: $p_{кр}$ = 221,29 бар, $t_{кр}$ = 374,15 °C.

Таблица 8

Физические свойства воды на линии насыщения

t, °C	p, бар	ρ, кг/м^3	h, кДж/кг	c_p, кДж/кг·К	λ, Вт/м·К	$\alpha\cdot10^8$, м^2/с	$\mu\cdot10^6$, Па·с	$\nu\cdot10^6$, м^2/с	$\beta\cdot10^4$, К$^{-1}$	$\sigma\cdot10^4$, Н/м	Pr
10	0,0123	999,7	41,99	4,193	0,486	14	1 299,2	1,300	0,70	744	7,93
20	0,0234	998,3	83,86	4,182	0,602	14,4	1 001,5	1,003	1,82	729	6,96
30	0,0424	995,8	125,66	4,179	0,617	14,8	797,0	0,800	3,21	712	5,40
40	0,0737	992,3	167,45	4,179	0,630	15,2	651,3	0,656	3,87	695	4,32
50	0,123	988,0	209,26	4,181	0,643	15,6	544,0	0,451	4,49	678	3,54
60	0,199	983,2	251,09	4,185	0,653	15,9	463,0	0,471	5,11	661	2,97
70	0,312	977,7	292,97	4,190	0,662	16,2	400,5	0,410	5,70	644	2,54
80	0,474	971,6	334,92	4,197	0,669	16,4	351,0	0,361	6,32	627	2,20
90	0,701	965,2	376,94	4,205	0,675	16,6	311,3	0,322	6,95	609	1,94
100	1,013	958,1	419,06	4,216	0,680	16,8	279,0	0,291	7,42	590	1,73
110	1,433	950,7	461,3	4,229	0,683	17,0	252,0	0,265	8,08	570	1,56
120	1,985	942,7	503,7	4,245	0,685	17,1	230,0	0,244	8,64	550	1,43
130	2,701	934,6	546,3	4,263	0,687	17,2	211,0	0,226	9,19	529	1,31
140	3,614	925,8	589,1	4,285	0,687	17,3	195,0	0,211	9,72	508	1,22
150	4,760	916,8	632,0	4,310	0,686	17,4	181,0	0,197	10,3	487	1,14
160	6,180	907,3	675,0	4,339	0,684	17,4	169,0	0,186	10,7	466	1,07
170	7,920	897,3	719,1	4,371	0,681	17,4	158,5	0,177	11,4	444	1,02
180	10,03	886,9	763,1	4,408	0,676	17,3	149,3	0,168	11,9	422	0,97
190	12,45	876,0	807,5	4,449	0,671	17,2	141,2	0,161	12,6	400	0,94
200	15,55	864,7	852,4	4,497	0,664	17,1	133,8	0,155	13,3	378	0,91

Таблица 9

Физические свойства водяного пара на линии насыщения

t, °C	p, бар	ρ, кг/м^3	h, кДж/кг	r, кДж/кг	c_p, кДж/кг·К	$\lambda \cdot 10^2$, Вт/м^2·К	$\alpha \cdot 10^8$, м^2/с	$\mu \cdot 10^6$, Па·с	$\nu \cdot 10^6$, м^2/с	Pr
10	0,0123	0,0093	2 519,4	2 477,4	1,868	1,32	1 043	8,45	904,7	0,87
20	0,0234	0,0173	2 534,7	2 453,8	1,874	1,88	579,9	8,85	511,6	0,88
30	0,0424	0,0304	2 555,9	2 430,3	1,883	1,94	338,9	9,26	304,6	0,90
40	0,0737	0,0512	2 574,0	2 406,5	1,894	2,01	207,3	9,66	188,7	0,91
50	0,123	0,0830	2 591,8	2 382,4	1,907	2,09	132,0	10,0	120,4	0,92
60	0,199	0,130	2 609,4	2 358,4	1,924	2,16	86,36	10,5	80,77	0,94
70	0,312	0,198	2 626,8	2 333,8	1,944	2,23	57,94	10,9	55,05	0,95
80	0,474	0,293	2 643,8	2 243,8	1,969	2,31	40,04	11,3	38,47	0,96
90	0,701	0,423	2 660,3	2 233,3	1,999	2,39	28,26	11,7	27,66	0,98
100	1,013	0,498	2 667,3	2 231,2	2,034	2,48	20,39	12,1	20,23	0,99
110	1,433	0,826	2 691,8	2 230,4	2,075	2,58	15,05	12,4	15,01	1,00
120	1,985	1,121	2 706,6	2 202,9	2,124	2,67	11,31	12,8	11,42	1,02
130	2,701	1,496	2 720,7	2 174,4	2,180	2,78	8,524	13,3	8,82	1,04
140	3,614	1,966	2 734,0	2 144,9	2,345	2,88	6,425	13,4	6,87	1,05
150	4,760	2,447	2 746,3	2 114,1	2,320	3,00	5,077	13,9	5,46	1,08
160	6,180	3,259	2 757,7	2 082,2	2,406	3,13	3,992	14,2	4,36	1,09
170	7,920	4,122	2 768,0	2 048,9	2,404	3,26	3,158	14,6	3,54	1,12
180	10,03	5,160	2 777,1	2 014,0	2,615	3,41	2,427	14,3	2,89	1,14
190	12,45	6,398	2 784,9	1 977,4	2,741	3,47	2,036	15,3	2,39	1,17
200	15,45	7,865	2 791,4	1 939,0	2,883	3,75	1,654	15,6	1,98	1,20

Научное издание

Белоглазов Владимир Петрович

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕПЛОТЕХНИКИ. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

Учебное пособие

Редактор *Е.В. Ломакина*
Технический редактор *Е.В. Ломакина*

Изд. лиц. ЛР № 020742. Подписано в печать 07.11.2016
Формат 60×84/16. Бумага для множительных аппаратов
Гарнитура Times New Roman . Усл. печ. листов 14,75
Тираж 300 экз. Заказ 1769

Отпечатано в Издательстве
Нижневартовского государственного университета
628615, Тюменская область, г.Нижневартовск, ул.Дзержинского, 11
Тел./факс: (3466) 43-75-73