

Ф.М. Дягилев

ФИЗИКА

Учебное пособие

В двух частях

Часть 1

Механика и молекулярная физика

Допущено Учебно-методическим объединением
по направлениям педагогического образования
Министерства образования и науки РФ
в качестве учебного пособия для студентов высших
учебных заведений, обучающихся по направлению
050200 «Физико-математическое образование»



Издательство
Нижевартовского государственного
гуманитарного университета
2008

ББК 22.3я73

Д 99

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой
физической электроники Российского государственного педагогического
университета им. А.И.Герцена *С.Д.Ханин*

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики
Тобольского государственного педагогического института
им. Д.И.Менделеева *В.И.Новоселов*;

Дягилев Ф.М.

Д 99 Физика: Учебное пособие: В 2 ч. / Под общ. ред. Ф.М.Дяги-
лева. — Нижневартовск: Изд-во Нижневарт. гуманитар. ун-та,
2008. Ч. 1: Механика и молекулярная физика. — 216 с.

ISBN 978–5–89988–542–4 (ч. 1)

Часть 1 пособия содержит теорию по курсу «Механика и молекулярная физика», более 180 задач с ответами, методические указания по их решению, свод основных формул по каждой теме, вопросы для подготовки к экзамену или зачёту.

Пособие предназначено для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 540200 «Физико-математическое образование», а также для начинающих преподавателей.

ББК 22.3я73

ISBN 978–5–89988–542–4 (ч. 1)

© Дягилев Ф.М., 2008

© Издательство НГТУ, 2008

ПРЕДИСЛОВИЕ

Данное пособие по физике предназначено для бакалавров высших учебных заведений по направлению 540200 «Физико-математическое образование». Оно является комплексным, так как содержит необходимую теорию по всем разделам примерной программы, рекомендованной Министерством образования Российской Федерации, вопросы для самоконтроля усвоения материала, перечень основных формул, методические указания по решению задач, более 370 задач с ответами, вопросы для зачетов и экзаменов. В приложении даются правила приближенных вычислений и необходимый справочный материал.

Автор надеется, что пособие будет полезным, удобным и достаточным по объему для направлений бакалавриата, где на изучение физики в течение двух семестров отводится около 100 аудиторных часов, при общем объеме 200 часов.

Пособие издано в двух частях: часть 1 — Механика и молекулярная физика; часть 2 — Электромагнетизм, оптика, волновые и квантовые свойства излучения, основы атомной и ядерной физики.

Для понимания и усвоения курса необходимо знание физики и математики в объеме средней школы, знание основ дифференциального и интегрального исчислений.

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Физика и ее предмет. Связь физики с другими науками, техникой и производством. Методы физического исследования

Физика относится к числу естественных наук, целью которых является изучение окружающего нас мира. Все данные современного естествознания убедительно доказывают, что окружающий нас мир материален, что в мире нет ничего, кроме движущейся материи. В мире имеется множество самых разнообразных объектов. Понятие материи позволяет объединить все это многообразие на основе наиболее общих свойств. К таким свойствам относится прежде всего свойство быть объективной реальностью (то есть существовать вне и независимо от нашего сознания) и свойство изменяться и сохраняться. Так как всякое изменение есть движение (в широком смысле слова), то речь идет о сохранении материи в процессе ее движения. Это находит свое отражение в законах сохранения. Поскольку изменение — постоянное свойство материи, то в этом смысле материя и движение неотделимы друг от друга. Движение есть способ существования материи.

Наряду с сохранением материи сохраняется и движение. Источником движения материи являются единство и борьба противоположностей. Движение материи может происходить только в пространстве и времени. Пространство и время — общие формы координации материальных объектов и их состояний. Многообразны не только виды материи, но и формы ее движения: механическая, тепловая, атомная, ядерная, электромагнитная, химическая, биологическая и т.д.

Физика есть наука о наиболее общих свойствах материи и формах ее движения. К числу наиболее общих свойств материи относятся, например, масса, плотность, теплоемкость, структурность, способность нести электрический заряд или быть нейтральной, существовать в форме поля и вещества, способность взаимодействовать и др. Это и отличает физику от других естественных наук — химии, биологии, астрономии, геологии и др.,

хотя четкую грань между ними провести нельзя. Так как виды материи и формы ее движения, составляющие предмет физики, встречаются в любых материальных системах, *физика является основой естествознания и органически связана с другими естественными науками.* Эта связь, в частности, проявляется в том, что физические методы исследования, физическая аппаратура используются в самых различных науках. Этими глубокими связями и обусловлено появление на стыке физики и других наук смежных дисциплин: биофизики, астрофизики, геофизики, химической физики и физической химии, физико-химической биологии и т.д. *Физика теснейшим образом связана с математикой, которая является ее языком и методом исследования. Физика является основой техники и ее различных отраслей:* электротехники, радиотехники и радиоэлектроники, автоматики и кибернетики, теплотехники и т.д. В свою очередь, развитие технических наук способствует появлению новых методов физического исследования, новых физических приборов, стимулируя тем самым развитие физики.

Физика — наука экспериментальная. Это означает, что чаще всего физическое исследование начинается с наблюдения, т.е. с изучения того или иного явления в естественной обстановке. После этого на основе логического анализа результатов наблюдения высказывается гипотеза о сути явления, которая затем проверяется экспериментально или теоретически. Если гипотеза подтверждается, то на ее основе разрабатывается теория для целого круга однородных явлений, которая затем тщательно проверяется новыми экспериментами и практикой. В этом суть гипотетико-дедуктивного метода создания новых теорий.

Заметим, что в физических исследованиях, как в экспериментальных, так и в теоретических, имеют место различные методы научного познания: индукция и дедукция, анализ и синтез, различные виды моделирования, метод мысленного эксперимента, системный анализ и др.

§ 2. Измерение физических величин. Построение системы единиц

Наука, по словам Д.И.Менделеева, начинается с тех пор, как начинают измерять. Изучение окружающего мира обязательно связано с измерениями. Ведь большинство физических законов представляются в виде формул, связывающих физические величины. Физические величины — это характеристики процессов или свойств тел, которые могут быть измерены тем или иным методом. Измерить физическую величину — это значит сравнить ее с другой однородной величиной, принятой за единицу измерения. К выбору единиц измерения физических величин можно подойти двумя способами:

- 1) для каждой физической величины выбирать единицу измерения произвольно, независимо от других величин;
- 2) произвольно выбрать единицы измерения лишь для некоторых (основных) величин; для всех остальных (производных) величин установить их через основные с помощью физических законов (формул).

Именно второй путь оказался приемлем как для науки, так и для практики. Совокупность всех основных и производных единиц измерения физических величин образует систему единиц. В России принята Международная система единиц — СИ (система интернациональная). Основными в этой системе являются семь следующих физических величин и единиц их измерения (табл. 1).

Таблица 1

Наименование физических величин	Условное обозначение	Наименование единиц измерения	Сокращенное обозначение
длина	l	метр	м
масса	m	килограмм	кг
время	t	секунда	с
термодинамическая температура	T	кельвин	К
сила электрического тока	I	ампер	А
сила света	J	кандела	кд
количество вещества	ν (n)	моль	моль

В качестве дополнительных в СИ взяты две единицы: радиан (рад) — единица измерения плоского угла (φ); стерadian (ср) — единица измерения телесного угла (Ω). В Международной системе единиц используются множители и приставки для образования кратных и дольных единиц (табл. 2).

Таблица 2

Множитель	Обозначение	Наименование	Множитель	Обозначение	Наименование
10^{-1}	д	деци	10^1	да	дека
10^{-2}	с	санти	10^2	г	гекто
10^{-3}	м	милли	10^3	к	кило
10^{-6}	мк	микро	10^6	М	мега
10^{-9}	н	нано	10^9	Г	гига
10^{-12}	п	пико	10^{12}	Т	тера
10^{-15}	ф	фемто	10^{15}	П	пета
10^{-18}	а	атто	10^{18}	Э	экса

Пользуясь формулами, можно любую производную физическую величину выразить через основные величины, а единицу ее измерения — через основные единицы измерения.

Выражение, устанавливающее связь единицы измерения данной физической величины с основными единицами системы, называется размерностью этой величины. Например: $F = m \cdot a$. Установим размерность силы, пользуясь основными единицами: $[m] = \text{кг}$; $[a] = \text{м/с}^2$. Следовательно, $[F] = [m] \cdot [a] = \text{кг} \cdot \text{м/с}^2$. Это выражение представляет размерность силы¹, а единица измерения силы получила название «ньютон», т.е. $[F] = 1 \text{ Н}$. Или: $A = F s$. Тогда $[A] = [F] \cdot [s] = 1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м} = \text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2$ — размерность работы. Единица измерения работы получила название «джоуль», т.е. $[A] = 1 \text{ Дж}$.

При написании любых физических равенств необходимо, чтобы размерности их частей были одинаковыми. Это дает возможность устанавливать правильность написания различных соотношений методом размерностей и даже выводиться формулы с точностью до безразмерного коэффициента.

¹ Равносильным является выражение $[F] = \frac{ml}{t^2} = ml t^{-2}$.

Раздел I

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Глава 1

КИНЕМАТИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

§ 1.1. Механическое движение.

Пространство и время в механике Ньютона

Простейшей формой (видом) движения материи является *механическое движение*, под которым понимается изменение взаимного расположения тел или их частей в пространстве с течением времени. *Раздел физики, изучающий законы механического движения, называется механикой.* Основы механики были заложены Ньютоном в его труде «*Математические начала натуральной философии*» (1687). Развитие физики XX века показало, что механика, основанная на законах Ньютона, справедлива для макроскопических тел, движущихся со скоростями, во много раз меньшими скорости света. В связи с этим механика Ньютона стала называться *классической механикой*. Движение тел со скоростями, близкими к скорости света, изучается в *специальной теории относительности*; закономерности движения микрочастиц (атомов, электронов, протонов, фотонов и т.д.) рассматриваются *квантовой механикой*.

Любое движение, в том числе и механическое, может происходить только в пространстве и во времени. В классической механике понятия пространства и времени были сформированы Ньютоном. По Ньютону, *пространство — это пустоеместилище тел, абсолютно неподвижное, непрерывное, бесконечное, однородное и изотропное.* Однородность пространства заключается в том, что все его точки обладают одинаковыми свойствами. Это приводит к тому, что тело, переместившееся из одной области пространства в другую его область, не изменяет своих свойств (ни формы, ни размеров). Изотропность пространства проявляется

в том, что все направления в нем физически равноправны. Пространство Ньютона является трехмерным (имеет три независимых направления — ось X , ось Y , ось Z) и описывается геометрией Евклида. Свойства пространства, по Ньютону, не зависят от находящихся в нем материальных объектов.

Время, по Ньютону, — это вместилище событий, равномерно текущее только в одном направлении — от прошлого к будущему. И течет время везде одинаково. Пространство и время классической физики не связаны между собой и с движущейся материей.

Теория относительности показала ограниченность этих представлений. Понятия «пустое пространство» и «чистое время», не связанные между собой и с движущейся материей, оказались ненаучными. Что же касается их свойств, отмеченных Ньютоном, то в классической механике они оправдываются.

Механика состоит из трех разделов: статики, кинематики и динамики. *Статика* рассматривает законы сложения сил и условия равновесия тел. *Кинематика* изучает закономерности различных видов механического движения без учета сил, приводящих к данному виду движения. *Динамика* устанавливает законы механического движения тел с учетом действующих на них сил.

§ 1.2. Основные понятия кинематики

Материальная точка — это тело, размерами и формой которого в условиях данной задачи можно пренебречь. Всякое тело в одних условиях можно принять за материальную точку, в других — нельзя. Например, полет снаряда или движение Земли вокруг Солнца можно рассматривать как движение материальной точки. Но если исследуются устойчивость полета снаряда, обеспечиваемая вращением его вокруг продольной оси, или силы инерции на Земле, обусловленные ее вращением вокруг собственной оси, то ни снаряд, ни Землю в этом случае уже нельзя принимать за материальную точку, а нужно рассматривать как протяженные материальные тела, обладающие определенными размерами и формой.

Движение тела в пространстве можно рассматривать только по отношению к какому-либо телу, называемому телом отсчета, или по отношению к совокупности тел отсчета. В этом состоит одно из важных свойств движения — его относительность. Как совокупность тел отсчета, так и отдельное тело отсчета выбираются при этом совершенно произвольно. С телом или телами отсчета связываются та или иная система координат и часы, служащие для измерения промежутков времени между событиями.

Тело (тела) отсчета, система координат и часы образуют систему отсчета. Наиболее простой и поэтому чаще применяемой является прямоугольная декартова система координат. В каждом конкретном случае выбор системы отсчета производится так, чтобы решение задачи было как можно более простым.

Линия, которую описывает материальная точка при своем движении, называется траекторией. Если траектория — прямая линия, то движение прямолинейное; если траектория — кривая линия, то движение криволинейное. Если траектория целиком лежит в плоскости, то движение называется плоским. Характер одного и того же движения, его закономерности, вид траектории и т.д. зависят от выбора системы отсчета. Например, траекторией мяча, брошенного вертикально вверх с равномерно и прямолинейно движущейся тележки, в системе отсчета, связанной с тележкой, будет вертикальная прямая. В системе же отсчета, связанной с Землей, это будет парабола. Для человека, находящегося в автомобиле, точка на ободе колеса описывает окружность. Для неподвижного наблюдателя это будет более сложная кривая — циклоида (рис. 1.2.1).

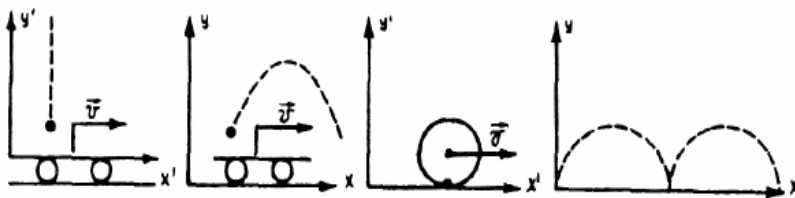


Рис. 1.2.1

Расстояние, отсчитываемое по траектории, есть пройденный путь. Будем его обозначать Δs : $\overline{AB} = \Delta s$.

Вектор $\overrightarrow{AB}$, соединяющий начальное и конечное положения материальной точки и направленный от A к B , называется перемещением. Будем его обозначать $\overrightarrow{\Delta r} : \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Delta r}$ (рис. 1.3.1а).

§ 1.3. Способы задания движения.

Скорость и ускорение. Закон пути и скорости

Задать движение материальной точки — это значит указать способ, с помощью которого можно найти ее положение в любой момент времени. Если известна траектория движения, то для нахождения положения материальной точки на ней в любой момент времени достаточно знать начальное положение материальной точки, зависимость пройденного пути от времени ($s = s(t)$ — дуговая координата) и направление движения материальной точки по траектории. Такой способ задания движения называют естественным или графическим (рис. 1.3.1а).

Положение материальной точки в пространстве будет полностью определено, если известны ее координаты x, y, z . При движении материальной точки они изменяются. И если будут заданы законы, по которым изменяется с течением времени каждая координата, то это значит, что движение материальной точки будет полностью определено. Законы эти должны выражаться однозначными непрерывными функциями от времени:

$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t).$$

Эти уравнения называются кинематическими уравнениями движения, а такой способ задания движения называется координатным (рис. 1.3.1б).

Определить положение произвольной материальной точки M можно и с помощью ее радиуса-вектора, т.е. вектора, проведенного в данную точку из начала координат. Движение материальной точки в этом случае можно задать одним векторным уравнением $\vec{r} = \vec{f}(t)$. Это векторный способ задания движения (рис. 1.3.1в).

Быстрота движения характеризуется скоростью. Пусть радиус-вектор материальной точки в момент времени t_1 равен $\vec{r}_1$, а в момент времени t_2 — $\vec{r}_2$.

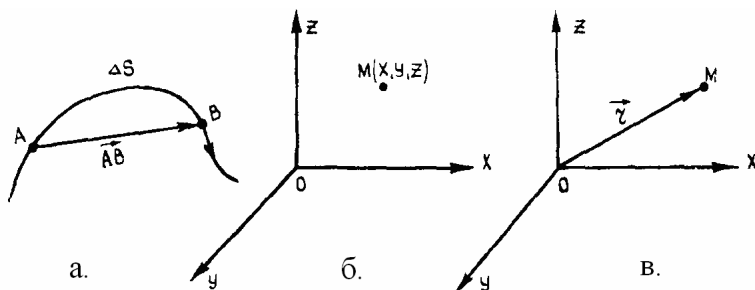


Рис. 1.3.1

За промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ он изменился на $\overrightarrow{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$. Как видно, $\overrightarrow{\Delta r}^2$ есть перемещение материальной точки за время Δt (рис. 1.3.2).

Векторная величина $\vec{g}_{cp} = \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}$ называется средней скоростью материальной точки за время Δt . Направление вектора $\vec{g}_{cp}$ совпадает с направлением $\overrightarrow{\Delta r}$. Однако эта величина лишь приближенно характеризует движение, т.к. в действительности материальная точка движется не по прямой, а по дуге, и в разные моменты времени она могла двигаться по-разному. Истинное положение дел характеризуется скоростью в данный момент времени — мгновенной скоростью. Мы ее будем называть просто скоростью.

Скорость равна пределу средней скорости при неограниченном уменьшении промежутка времени:

$$\vec{g} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{g}_{cp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{dr}}{dt}.$$

Таким образом, *скорость точки есть векторная величина, равная первой производной от радиуса-вектора материальной точки по времени.*

² Нередко перемещение обозначают вектором $\overrightarrow{\Delta S}$ для более привычной записи ряда формул.

При $\Delta t \rightarrow 0$ хорда Δr бесконечно уменьшается ($\Delta r \rightarrow dr$) и стремится в пределе занять положение касательной к траектории в точке 1. Это значит, что вектор $\vec{dr}$, а следовательно, и вектор $\vec{g}$ направлены по касательной к траектории в сторону движения.

Поскольку $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta r} = 1$, т.е. $ds = dr$ то $g = \frac{dr}{dt} = \frac{ds}{dt}$, т.е. величина скорости равна первой производной от пути по времени. Если значение скорости с течением времени не изменяется, то движение называется равномерным. При $\vec{g} = const$ движение будет равномерным и прямолинейным.

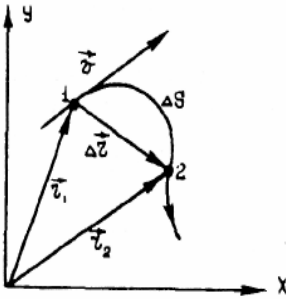


Рис. 1.3.2

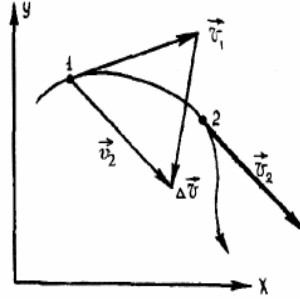


Рис. 1.3.3

При неравномерном движении скорость с течением времени изменяется и быстрота ее изменения характеризуется ускорением. Пусть в момент времени t_1 скорость материальной точки $\vec{g}_1$, в момент времени t_2 ее скорость $\vec{g}_2$ (рис. 1.3.3).

Тогда $\vec{a}_{cp} = \frac{\vec{g}_2 - \vec{g}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{g}}{\Delta t}$ называется средним ускорением материальной точки за время Δt .

Векторная величина $\vec{a}$, равная пределу среднего ускорения при неограниченном уменьшении промежутка времени Δt , называется ускорением, т.е.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_{cp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{g}}{\Delta t} = \frac{d\vec{g}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}.$$

Таким образом, ускорение точки есть первая производная от скорости по времени или вторая производная от радиуса-вектора по времени. Если при прямолинейном движении $a = \text{const}$, то движение называется равнопеременным: при $a > 0$ — равноускоренным, при $a < 0$ — равнозамедленным. В системе СИ пройденный путь измеряется в м, скорость — в м/с, ускорение — в м/с²: $[s] = \text{м}$; $[v] = \text{м/с}$; $[a] = \text{м/с}^2$.

Одним из важных положений механики является принцип независимости движений: *если точка участвует в нескольких движениях одновременно, то в каждом из них она участвует так, как если бы других движений не было*. Это означает, что результирующее перемещение равно сумме перемещений, обусловленных каждым движением: $\Delta r = \sum \Delta r_i$. Результирующая скорость будет равна векторной сумме скоростей отдельных движений: $\vec{v} = \sum \vec{v}_i$. Аналогично и для ускорений: $\vec{a} = \sum \vec{a}_i$.

Найдем законы скорости и перемещения на основе введенных понятий этих величин.

$$1. \quad \vec{a} = d\vec{v} / dt \rightarrow d\vec{v} = \vec{a} dt. \quad (1)$$

Пусть скорость изменяется от $\vec{v}_0$ (при $t = 0$) до $\vec{v}$ (в момент времени t). Чтобы найти закон изменения скорости, надо уравнение (1) проинтегрировать: $\int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_0^t \vec{a} dt$. В случае равнопеременного движения ($\vec{a} = \text{const}$) получим

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t. \quad (2)$$

Это и есть закон скорости, записанный в векторной форме. Спроецировав уравнение (2) на оси координат, получим формулы для нахождения численного значения скорости по различным направлениям:

$$v_x = v_{0x} + a_x t; \quad v_y = v_{0y} + a_y t, \quad (3)$$

тогда $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$.

2. Аналогично выводится закон перемещения:

$$\vec{g} = d\vec{r} / dt \rightarrow d\vec{r} = \vec{g}dt = (\vec{g}_0 + \vec{a}t)dt;$$

$$\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_0^t (\vec{g}_0 + \vec{a}t)dt \rightarrow \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{g}_0t + \vec{a}t^2 / 2. \quad (4)$$

Это и есть закон перемещения. Спроецировав уравнение (4) на оси координат, получим соответствующие изменения координат (пройденный путь) по каждому направлению:

$$x - x_0 = \Delta x = g_{0x}t + a_x t^2 / 2. \quad (5)$$

Аналогично — по осям Y и Z . Таким образом, получена известная из физики средней школы формула пути

$$s = s_0 + g_0t + \frac{at^2}{2}. \quad (6)$$

Следует помнить, что в формулах (3), (5), (6) значения скоростей и ускорений — величины алгебраические, т.е. могут иметь знаки «плюс» и «минус». Кроме того,

$$\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}.$$

§ 1.4. Ускорение при криволинейном движении

При криволинейном неравномерном движении скорость изменяется как по направлению, так и по величине. Рассмотрим случай плоского криволинейного движения (траектория лежит в плоскости чертежа, рис 1.4.1). Пусть в момент времени t_1 скорость материальной точки — $\vec{g}_1$ (точка A): в момент времени t_2 скорость ее равна $\vec{g}_2$ (точка A'). Найдём изменение скорости $\overrightarrow{\Delta g}$ за промежуток времени Δt . Для этого вектор $\vec{g}_2$ перенесём в точку A параллельно самому себе. По определению,

$$\text{ускорение } \vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{\Delta g}}{\Delta t}.$$

то вектор $\vec{a}_\tau$ совпадает по направлению с вектором скорости; если $a_\tau < 0$ (замедленное движение), то вектор $\vec{a}_\tau$ направлен против вектора $\vec{g}$.

Ускорение $\vec{a}_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{g}_n}{\Delta t}$ называется нормальным, т.к. при $\Delta t \rightarrow 0$ угол $\Delta \alpha \rightarrow 0$, а значит, вектор $\vec{a}_n$ перпендикулярен к касательной в точке A , т.е. направлен по нормали к центру кривизны траектории (поэтому его часто называют еще и центростремительным).

Так как угол $\Delta \alpha$ мал, то Δg_n из треугольника ABC можно выразить как длину дуги BC , т.е. $\Delta g_n = g \cdot \Delta \alpha$. Тогда

$$a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{g \cdot \Delta \alpha}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \alpha}{\Delta s} \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где Δs — длина дуги AA' . Величина, равная $\lim_{\Delta \alpha \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta \alpha}$, называется радиусом кривизны R траектории в данной точке. Таким образом,

$$a_n = \frac{g}{R} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{g^2}{R}.$$

Нормальное ускорение характеризует быстроту изменения скорости по направлению. Его можно записать следующим образом:

$$\vec{a}_n = \frac{g^2}{R} \cdot \vec{n}$$

где $\vec{n}$ — единичный вектор нормали, направленный к центру кривизны.

Таким образом, *полное ускорение при криволинейном движении равно сумме тангенциального и нормального ускорений*:

$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ (рис. 1.4.2). Величина полного ускорения определится по теореме Пифагора: $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$.

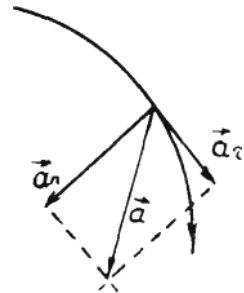


Рис. 1.4.2

§ 1.5. Движение материальной точки по окружности. Угловые характеристики движения и их связь с линейными

Пусть материальная точка движется по окружности и в момент времени t_1 занимает положение 1, в момент времени t_2 — положение 2. За время $\Delta t = t_2 - t_1$ радиус-вектор точки повернулся на угол $\Delta\varphi$ (рис. 1.5.1).

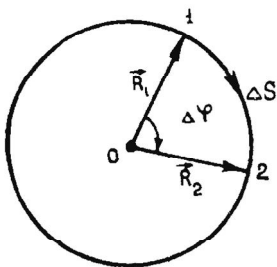


Рис. 1.5.1

Угол поворота $\Delta\varphi$ радиуса-вектора точки называется *угловым перемещением*. В системе СИ угловое перемещение измеряется в радианах. Чтобы углом поворота задать и направление движения точки по окружности, бесконечно малое угловое перемещение рассматривают как вектор. Вектор поворота $d\vec{\varphi}$ лежит на оси вращения и направлен в ту сторону, откуда вращение видно происходящим против часовой стрелки (правило буравчика).

Векторы, направление которых связывается с направлением вращения, называются *аксиальными* (псевдовекторами). Угловое перемещение является именно таким вектором. Если направление вектора определяется природой самой величины (например, $\vec{r}, \vec{\theta}, \vec{a}$), то вектор называется *полярным* (истинным). Полярные векторы имеют вполне определенную точку приложения, аксиальные такой точки не имеют: они могут откладываться от любой точки прямой, вдоль которой они направлены.

Быстрота обращения (вращения) материальной точки вокруг центра окружности O характеризуется угловой скоростью: $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$.

Направление вектора $\vec{\omega}$ совпадает с направлением вектора $d\vec{\varphi}$, численное значение угловой скорости равно первой производной от угла поворота по времени. Единицей измерения угловой скорости в СИ является рад/с ($[\omega] = \text{рад/с}$), размерность — с^{-1} . Если $\omega = \text{const}$, то движение точки по окружности равномерное

(равномерное вращение). В этом случае $\omega = \Delta\varphi / \Delta t$. Время одного оборота называется *периодом вращения* T . Следовательно,

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Число оборотов в единицу времени (частота вращения):

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \rightarrow \omega = 2\pi n.$$

Если $\omega \neq const$, то быстрота ее изменения характеризуется угловым ускорением

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

Численное значение углового ускорения равно первой производной от угловой скорости по времени. Если $\frac{d\omega}{dt} > 0$ (ускоренное вращение), то вектор $\vec{\varepsilon}$ направлен в ту же сторону, что и вектор $\vec{\omega}$.

При $\frac{d\omega}{dt} < 0$ (замедленное вращение) вектор $\vec{\varepsilon}$ направлен противоположно вектору $\vec{\omega}$ (рис. 1.5.2). Если $\varepsilon = 0$, то вращение равномерное, т.е. $\omega = const$. Если $\varepsilon = const$, то вращение равнопеременное (при $\varepsilon > 0$ равноускоренное, при $\varepsilon < 0$ равнозамедленное). В этом случае

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}.$$

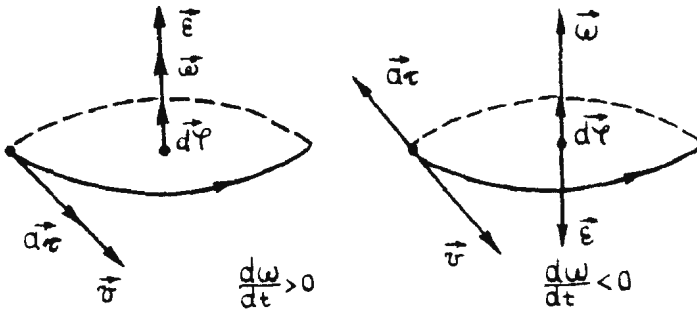


Рис. 1.5.2

Единица измерения углового ускорения в СИ — рад/с² ($[\varepsilon] = \text{рад/с}^2$), размерность — с⁻².

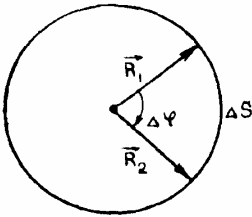


Рис. 1.5.3

Пусть материальная точка движется по окружности и пусть за время Δt ее радиус-вектор $\vec{R}$ повернулся на угол $\Delta\varphi$. Выразим дугу Δs через угол $\Delta\varphi$ и радиус окружности R : $\Delta s = \Delta\varphi \cdot R$.

Перейдя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, получим:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(\Delta\varphi \cdot R)}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R \cdot \omega.$$

Следовательно, $\mathcal{G} = \omega R$.

Так связаны между собой линейная и угловая скорость. Продифференцировав последнее равенство по времени, найдем связь между линейным (тангенциальным) и угловым ускорением:

$$a_\tau = \frac{d\mathcal{G}}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = \frac{d\omega}{dt} \cdot R = \varepsilon R.$$

Для нормального ускорения имеем:

$$a_n = \frac{\mathcal{G}^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R.$$

Формулы угла поворота и угловой скорости при равнопеременном вращении имеют следующий вид:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t; \quad \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

где $\varepsilon > 0$ для равноускоренного вращения, $\varepsilon < 0$ для равнозамедленного вращения. Они выводятся аналогично законам скорости и пути (см. § 1.3.).

контрольные вопросы

1. Что изучает физика?
2. Как строится система единиц? Назовите основные и дополнительные физические величины СИ и единицы их измерения.
3. Назовите дольные и кратные приставки в СИ от 10^{-12} до 10^{12} .
4. Какими свойствами обладают пространство и время в механике Ньютона?
5. Перечислите основные понятия кинематики и поясните их.
6. Что значит «задать движение»? Какие способы задания движения Вы знаете? Поясните их суть.
7. Что такое скорость и ускорение? Как найти величину скорости и ускорения?
8. Какие движения означают равенства $v = \text{const}$ и $\vec{v} = \text{const}$?
9. Что Вы можете сказать о движениях, при которых $a = \text{const}$ и $\vec{a} = \text{const}$?
10. Охарактеризуйте ускорение при криволинейном движении. Начертите треугольник ускорений для $a_t < 0$.
11. Вспомните определения угловых характеристик движения и направления векторов $d\vec{\varphi}$, $\vec{\omega}$, $\vec{\varepsilon}$.
12. Установите связи между линейными и угловыми характеристиками движения.
13. Запишите законы перемещения и скорости в векторной форме и в проекциях на оси координат.
14. Установите связь между формулами пути и скорости, с одной стороны, и углового перемещения и угловой скорости — с другой.

Глава 2

ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

§ 2.1. Первый закон Ньютона. Инерция. Инерциальные системы отсчета

В 1687 г. вышла в свет работа профессора Кембриджского университета И.Ньютона (1642—1727) «*Математические начала натуральной философии*». В этом труде были сформулированы три закона динамики и закон всемирного тяготения, составившие основу классической механики. Эти законы стали результатом гениального обобщения исследований как самого И.Ньютона, так и многих его предшественников и дали общий подход к решению механических задач.

В качестве первого закона механики И.Ньютон взял закон инерции, открытый еще Галилеем: *всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, пока воздействие со стороны других тел не выведет его из этого состояния*. Это свойство тел называется инерцией.

Всякое тело противится попыткам изменить его покой или движение. В этом проявляется одно из важных свойств материи, называемое инертностью. Мерой инертности является масса.

Поскольку движение является относительным, то его характер зависит от выбора системы отсчета. Следовательно, покой или равномерное и прямолинейное движение тела в одной системе отсчета может не являться таковым в другой. Это означает, что закон инерции выполняется не во всех системах отсчета. *Системы отсчета, в которых закон инерции выполняется, называются инерциальными.*

Из первого закона следует: 1) *все тела обладают свойством инерции в равной степени, инертность же у разных тел разная* и 2) *существует хотя бы одна инерциальная система отсчета (в противном случае закон инерции не имел бы смысла).*

Ответ на вопрос об инерциальности системы дает эксперимент. Установлено, что система, центр которой находится на Солнце, а оси направлены на звезды, с большой степенью точности является инерциальной. Это гелиоцентрическая система отсчета. В дальнейшем будет показано, что всякая другая система, покоящаяся или движущаяся равномерно и прямолинейно относительно инерциальной, тоже является инерциальной.

Что касается системы отсчета, связанной с Землей, то, строго говоря, она неинерциальна. Земля участвует в криволинейном движении по орбите и одновременно во вращении вокруг собственной оси. В каждом из этих движений имеется центростремительное ускорение. Однако величина ускорения, обусловленная вращением Земли вокруг своей оси, не превосходит $0,034 \text{ м/с}^2$, а для движения по орбите оно еще меньше. Поэтому в большинстве практических задач систему отсчета, связанную с Землей, можно считать инерциальной из-за малости сил инерции, обусловленных вышеназванными движениями.

§ 2.2. Сила, масса, импульс. Второй и третий законы Ньютона

Движение тела изменяется при взаимодействии его с другими телами. Именно при взаимодействии тел происходит передача механического движения или его переход в другие виды.

Результатом механического взаимодействия может быть и изменение формы и объема тела, т.е. деформация.

Количественной мерой механического взаимодействия является сила $\vec{F}$. Существует два способа измерения сил: статический и динамический. При первом неизвестная сила сравнивается с весом какого-то определенного тела или измеряется на проградуированном динамометре. Динамический подход измерения сил основан на втором законе Ньютона.

Сила — величина векторная ($\vec{F}$); она определена, если заданы ее модуль, направление и точка приложения. Прямая, вдоль которой сила действует, называется линией действия силы. Действие силы (на материальную точку или на абсолютно твердое тело) не изменится, если точку ее приложения переносить вдоль линии действия.

Если на материальную точку действует несколько сил, то каждая из сил действует независимо от других (принцип независимого действия сил). Сила, действие которой на материальную точку эквивалентно действию ряда сил, называется их результирующей. Она равна их геометрической сумме (правило треугольника, параллелограмма или многоугольника): $\vec{F}_p = \sum \vec{F}_i$.

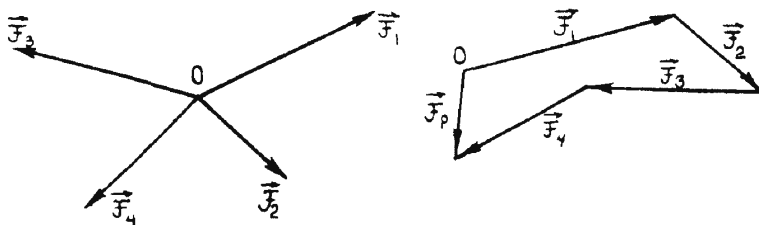


Рис. 2.2.1

В классической физике под массой понимают положительную скалярную величину, являющуюся мерой инертности и гравитации. Чтобы изменить состояние движения тела (в частности, его покой), на него надо подействовать силой. При этом тело не мгновенно, а постепенно изменяет свою скорость. В этом проявляется его инертность. И чем больше масса тела, тем оно более инертно, т.е. медленнее под действием данной силы изменяет свое состояние движения или покоя.

Гравитация — это свойство материальных тел взаимодействовать друг с другом по закону всемирного тяготения.

В классической физике масса тела не зависит от состояния его движения. И масса системы тел, равная сумме масс входящих в нее тел, остается постоянной, если система изолирована. В этом состоит закон сохранения массы в классической физике.

Векторная величина $\vec{p} = m\vec{v}$ называется импульсом (раньше она называлась количеством движения).

Второй закон Ньютона является основным законом динамики. Он связывает силу, массу и ускорение: **изменение импульса материальной точки в единицу времени равно действующей на нее силе и происходит в направлении действия этой силы**, т.е.

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}$$

или в пределе

$$\frac{\vec{dp}}{dt} = \vec{F}. \quad (1)$$

Значит, скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на нее силе. Если $\vec{F} = 0$, то $\frac{\vec{dp}}{dt} = 0$, т.е.

$\vec{p} = m\vec{v} = \text{const}$ — закон сохранения импульса материальной точки. Если на материальную точку действует несколько сил, то

$$\frac{\vec{dp}}{dt} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_p.$$

Поскольку в механике Ньютона масса не зависит от скорости движения, то уравнение (1) можно записать иначе:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a},$$

т.е. сила равна произведению массы на ускорение. Это означает,

что $\vec{F}_\tau = m\vec{a}_\tau$; $\vec{F}_n = m\vec{a}_n = m \frac{v^2}{R} \vec{n}$.

Так как $\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$, то $m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \sum \vec{F}_i = \vec{F}_p$ — дифференциальное уравнение движения материальной точки.

Единица измерения силы может быть установлена на основе второго закона Ньютона:

$$[F] = [m] \cdot [a] = 1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м/с}^2 = 1 \text{ Н}.$$

Она получила название «ньютон».

Если сила, действующая на материальную точку, равна нулю, то ее ускорение $\vec{a} = 0$, т.е. точка движется равномерно и прямолинейно (или покоится). Этот вывод согласуется с утверждением первого закона Ньютона. Это означает, что в этой части первый закон входит во второй как частный его случай. Однако в первом законе есть еще одно утверждение: о существовании инерциальной системы отсчета. Поэтому он и выделяется в самостоятельный закон.

Действие тел друг на друга носит всегда характер взаимодействия. Об этом и говорится в третьем законе Ньютона: **силы**,

с которыми действуют тела друг на друга, равны по величине и противоположны по направлению: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ (рис. 2.2.2).



Рис. 2.2.2

Завершая этот параграф, сделаем некоторые пояснения по массе, силе тяжести и весу. Как мера инертности, масса определяется из второго закона Ньютона. Опыт показывает, что при действии на тела одной и той же силы (или при взаимодействии тел) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$. Это и лежит в основе динамического метода срав-

нения масс. Обычно же массу определяют путем взвешивания тела на рычажных весах, сравнивая ее с каким-то эталоном. Этот метод основан на том, что масса является мерой гравитации.

Массу, как меру гравитации, можно определить и из закона всемирного тяготения. Масса, являющаяся мерой инертности, исторически была названа инертной массой и обозначалась $m_{ин}$. Масса же, являющаяся мерой гравитации, была названа гравитационной и обозначалась $m_{гр}$. Естественно, возник вопрос: как соотносятся эти массы? Он был поставлен еще Ньютоном. В его тщательно проведенных опытах с маятниками было установлено, что масса инертная и масса гравитационная совпадают с точностью до 10^{-3} . Равенство инертной и гравитационной масс А.Эйнштейн считал фундаментальным законом природы и положил его в основу общей теории относительности. Заметим, что в период создания общей теории относительности равенство этих масс было доказано с точностью до $5 \cdot 10^{-9}$ (венгерский физик Р.Этвеш); в настоящее время эта точность доведена до 10^{-12} (советские физики В.Б.Брагинский и В.И.Панов, 1971 г.). Таким образом, масса есть мера инертности и гравитации. То, что масса инертная и масса гравитационная должны быть равны, позволят понять следующие соображения. Пусть у поверхности Земли покоится тело. На него действует сила тяжести. Масса тела при этом проявляется как гравитационная: $\vec{F}_T = m_{гр} \vec{g}$. Если телу дать возможность

падать, то сила тяжести проявится динамически и сообщит телу ускорение свободного падения. Масса же тела проявится как инертная, т.е. $\vec{F}_T = m_{ин} \vec{g}$. Отсюда следует, что $m_{ин} = m_{гр}$.

Сила, с которой тело притягивается к Земле, называется силой тяжести: $\vec{F}_T = m \vec{g}$.

Если есть подвес или опора и тело относительно Земли покоится, то сила тяжести $\vec{F}_T$ уравнивается силой реакции опоры или подвеса $\vec{N}$, т.е. $\vec{F}_T = -\vec{N}$. Эти силы прило-

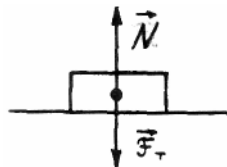


Рис. 2.2.3

жены к телу. Сила, с которой тело действует на подвес или опору, называется весом тела. Эта сила приложена к подвесу или опоре. Согласно третьему закону Ньютона, $\vec{G} = -\vec{N}$. И если тело покоится, то

$$\vec{G} = m \vec{g}.$$

Вот почему нередко и путают силу тяжести и вес. Если тело движется с ускорением $\vec{a}$, то

$$\vec{F}_T + \vec{N} = m \vec{a}; \text{ т.к. } \vec{N} = -\vec{G}, \text{ то}$$

$$\vec{F}_T - \vec{G} = m \vec{a} \rightarrow \vec{G} = \vec{F}_T - m \vec{a} = m \cdot (\vec{g} - \vec{a}). \quad (2)$$

Полученная формула справедлива для подвеса и опоры любой формы. Пусть тело и подвес движутся вертикально. Тогда, спроектировав уравнение (2) на вертикальную ось, получим $G = m \cdot (g \pm a)$. Знак «плюс» соответствует ускорению $\vec{a}$, направленному вверх, знак «минус» ставится, если ускорение $\vec{a}$ направлено вниз. Таким образом, если система падает вниз с ускорением свободного падения, то все тела находятся в ней в состоянии невесомости. Именно этим объясняется невесомость в космических кораблях и на орбитальных станциях, движущихся вокруг Земли с выключенными двигателями.

§ 2.3. Взаимодействие тел. Закон всемирного тяготения

Все многообразие взаимодействий современная физика подразделяет на четыре типа: гравитационное, электромагнитное, сильное или ядерное, слабое или распадное.

Классическая физика рассматривает гравитационные, электромагнитные, упругие силы и силы трения. Но так как упругие силы и силы трения, определяемые взаимодействием между молекулами (и атомами) вещества, являются, по существу, электромагнитными, то, следовательно, в классической физике рассматриваются лишь два фундаментальных взаимодействия — гравитационное и электромагнитное. Эти фундаментальные взаимодействия выражаются точными законами:

$$F_{zp} = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \text{ — закон всемирного тяготения;}$$

$$F_{\kappa} = k \frac{q_1 \cdot q_2}{\varepsilon r^2} \text{ — закон Кулона,}$$

где k — коэффициент, зависящий от выбора системы единиц.

Если заряды движутся, то, кроме силы Кулона, на них действуют и силы магнитного поля, определяемые по формуле Лоренца $\vec{F}_\lambda = k'q[\vec{g} \cdot \vec{B}]$, где k' — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц, $\vec{g}$ — скорость движения заряда, $\vec{B}$ — индукция магнитного поля.

Формулы для сил трения и упругости являются эмпирическими и имеют приближенный характер.

Закон всемирного тяготения был открыт И.Ньютоном и в 1687 г. опубликован в его труде «Математические начала натуральной философии». Величина γ получила название гравитационной постоянной или постоянной тяготения. Экспериментально она впервые была определена в 1798 г. Г.Кавендишем с помощью изобретенных им крутильных весов. В дальнейшем эта величина определялась другими учеными и разными способами. Наиболее точным считается значение $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$.

Если в закон всемирного тяготения подставить $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 1$ кг, $r = 1$ м, то сила тяготения будет равна γ ньютонов. Значит, гравитационная постоянная численно равна силе, с которой притягиваются два тела массой по 1 кг, расположенные на расстоянии 1 м. Строго говоря, в законе Ньютона речь шла о силе взаимодействия между двумя материальными точками, т.е. материальными телами, размерами которых в данных условиях можно было пренебречь. Чтобы найти силу взаимодействия между протяженными телами, их надо разбить на элементарные массы Δm , каждую из которых можно было бы принять за материальную точку. Силу притяжения таких тел можно найти как сумму сил взаимодействия всех попарно взятых элементарных масс. Ньютон полагал, что силы всемирного тяготения (гравитационные силы) являются дальнодействующими, т.е. передаются мгновенно. Что касается участия промежуточной среды в передаче взаимодействия, то оно для Ньютона было не совсем ясным. Современная физика показала, что взаимодействие между частицами (телами) передается с помощью поля со скоростью, не превышающей c — скорости света в вакууме (теория близкогодействия). Поле, наряду с веществом, является одной из форм существования материи.

По современным представлениям, всякое тело изменяет свойства окружающего его пространства, создавая в нем гравитационное поле (или поле тяготения). Неподвижный электрический заряд, изменяя свойства окружающего пространства, приводит к возникновению в нем электростатического поля, а движущийся — еще и поля магнитного. Электрическое и магнитное поля являются частными проявлениями единого электромагнитного поля.

Современная теория тяготения — это общая теория относительности А.Эйнштейна. Она представляет собой единую теорию пространства, времени и тяготения. Если в специальной теории относительности была вскрыта связь между пространством и временем, то общая теория относительности установила, что геометрические свойства пространства (его метрика) зависят от движущейся в этом пространстве материи.

§ 2.4. Силы трения.

Трение покоя, скольжения и качения

Силы трения — это касательные силы, возникающие в точках соприкосновения тел,двигающихся или стремящихся двигаться друг относительно друга.

Трение между твердыми телами называется внешним. При отсутствии смазки это сухое трение. Трение между твердым телом и жидкостью или газом, а также между слоями жидкостей и газов называется внутренним (вязким или жидким).

Различают три вида сухого трения: трение покоя, скольжения и качения.

Сила трения покоя возникает, когда делают попытки вызывать перемещение одного тела, соприкасающегося с другим. Пусть тело 1 находится на поверхности тела 2 (рис. 2.4.1) и давит на тело 2 с силой $\vec{F}_n$ (сила нормального давления). Тогда тело 2 действует на тело 1 с силой $\vec{N}$ (сила реакции опоры). Согласно третьему закону Ньютона, $\vec{N} = -\vec{F}_n$.

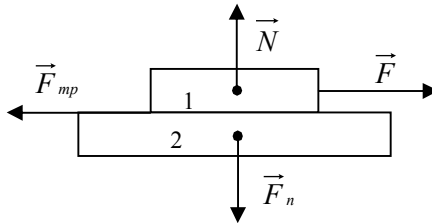


Рис. 2.4.1

Приложим к телу 1 изменяющуюся силу $\vec{F}$, пытаясь его переместить. При этом обнаружится, что (в зависимости от силы нормального давления, качества обработки поверхностей соприкасающихся тел и их природы) имеется определенное минимальное значение этой силы, при котором тело 1 начнет скользить по поверхности тела 2. Обозначим его F_0 .

Если величина внешней силы заключена в пределах $0 < F < F_0$, то тело 1 остается в покое. А это означает, что сила $\vec{F}$ уравнивается силой, равной по величине и противоположной по направлению. Это и есть сила трения покоя. Она автоматически

принимает значения, равные по величине внешней силе. При $F = F_0$ сила трения покоя переходит в силу трения скольжения F_{mp} , величина которой в общем случае зависит от скорости движения. Зависимость эта определяется природой и состоянием трущихся поверхностей.

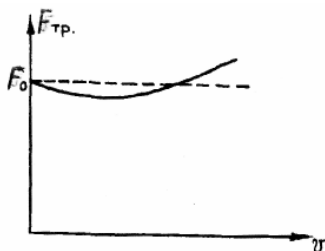


Рис. 2.4.2

На рисунке 2.4.2 показан случай, чаще всего совершающийся на практике: сначала с увеличением скорости сила трения уменьшается, а затем растет. Величина силы трения скольжения определяется эмпирической формулой

$$F_{mp} = kF_n = kN,$$

где k — коэффициент трения скольжения, зависящий от природы и состояния трущихся поверхностей (для стали по стали $k = 0,12—0,17$; для дерева по дереву $k = 0,4—0,65$).

Силы трения при качении вычисляются по формуле

$$F_{mp} = k' \frac{F_n}{R} = k' \frac{N}{R},$$



Рис. 2.4.3

где k' — коэффициент трения качения; R — радиус катящегося тела; F_n — сила нормального давления; N — сила реакции опоры (рис. 2.4.3).

Коэффициент трения качения значительно меньше коэффициента трения скольжения. Например, для дерева по дереву $k' = 0,05—0,06$; для стали по стали (закаленной) $k' = 0,01$, для мягкой стали $k' = 0,03—0,04$.

Что касается вязкого трения, то оно обращается в нуль, если относительная скорость тела и среды равна нулю, т.е. вязкого трения покоя нет. С ростом скорости силы вязкого трения растут сначала по линейному закону, при больших скоростях (до звуковых) — по квадратичному, при сверхзвуковых — по кубическому (рис. 2.4.4, участки 1, 2, 3):

$$F_{\text{тр}} = b v^n; (n_1 = 1, n_2 = 2, n_3 = 3).$$

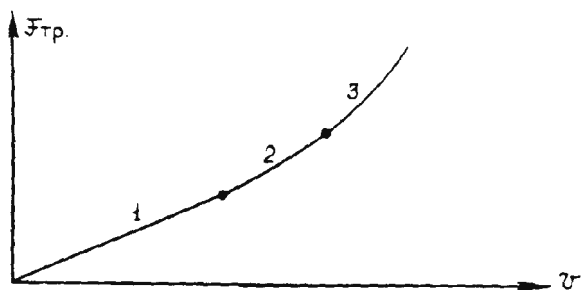


Рис. 2.4.4

Коэффициент b зависит от формы и размеров тела, от состояния его поверхности и от свойств среды.

§ 2.5. Упругие силы. Закон Гука

Если к телу приложены силы, то оно под их действием деформируется, т.е. изменяет форму и размеры. Если после прекращения действия сил форма и размеры тела восстанавливаются, то деформация называется упругой. Это оказывается возможным, если деформирующая сила не превысила некоторый предел — предел упругости.

К простейшим типам деформаций относятся однородное растяжение (сжатие) и сдвиг. На рисунке 2.5.1 показан стержень, один конец которого закреплен. При действии силы F его длина увеличится на Δl :

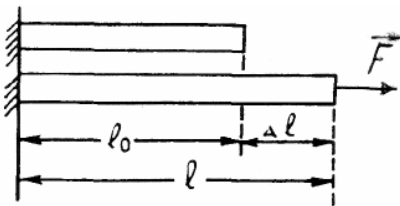


Рис. 2.5.1

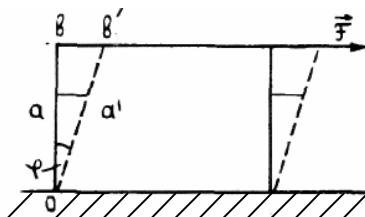


Рис. 2.5.2

$\Delta l = l - l_0$ — абсолютная деформация растяжения ($\Delta l > 0$); при сжатии $\Delta l < 0$.

Истинная деформированность тела характеризуется величиной относительной деформации $\varepsilon_l = \pm \frac{\Delta l}{l_0}$. На рисунке 2.5.2 показано

тело в форме параллелепипеда, нижнее основание которого закреплено. Под действием силы F , приложенной к верхнему основанию, слои тела сдвигаются: aa' , bb' — абсолютные деформации сдвига; они разные для различных слоев (рис. 2.5.2).

$\varepsilon_\varphi = \frac{aa'}{a_0} = \frac{bb'}{b_0} = \operatorname{tg} \varphi$ — относительная деформация сдвига, φ — угол сдвига. Так как φ мал, $\operatorname{tg} \varphi \approx \varphi$. Относительная деформация одинакова для всего тела.

В состоянии равновесия внешние деформирующие силы уравновешиваются внутренними силами — силами упругости.

Внутренняя сила, действующая на единицу площади сечения, проведенного в теле, называется напряжением:

$$\sigma = \frac{F}{S}; \quad \sigma_n = \frac{F_n}{S}; \quad \sigma_\tau = \frac{F_\tau}{S} \quad (\text{рис. 2.5.3}).$$

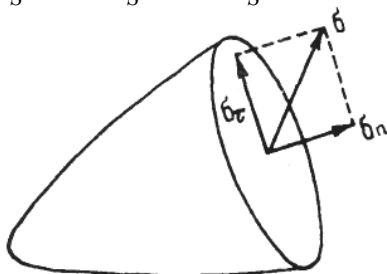


Рис. 2.5.3

В 1675 г. Р.Гук опытным путем установил закон, согласно которому *при малых деформациях (т.е. при деформациях, имеющих упругий характер) $\sigma = k\varepsilon$ — напряжение в теле прямо пропорционально величине относительной деформации (k — модуль упругости).* Для деформации растяжения,

$$\sigma_n = E\varepsilon_l = E\Delta l / l_0,$$

где E — модуль Юнга ($E = \sigma_n$, если $\frac{\Delta l}{l_0} = 1$, т.е. $\Delta l = l_0$). Для де-

формации сдвига $\sigma_\tau = G\varepsilon_\varphi = Gtg\varphi$, где G — модуль сдвига.

$$G \approx \frac{E}{2,5 \div 3}; [E] = \frac{H}{м^2} = Па; [G] = Па.$$

§ 2.6. Система материальных точек. Закон сохранения импульса

Совокупность материальных точек или тел называется механической системой. Тела, не входящие в систему, называются внешними. Силы, с которыми они действуют на систему,— внешние. Силы взаимодействия тел, входящих в систему, являются внутренними силами.

Механическая система тел называется замкнутой или изолированной, если она не взаимодействует с внешними телами.

Масса системы равна сумме масс всех тел, входящих в систему. Масса замкнутой системы остается неизменной при всех происходящих в системе процессах. Это утверждение является справедливым только в рамках классической физики.

Импульсом системы называется векторная величина, равная сумме импульсов всех тел, входящих в систему, т.е.:

$$\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i \vec{v}_i.$$

Рассмотрим систему из n материальных точек. На первую материальную точку действуют все остальные точки. Обозначим эти силы $\vec{F}_{12}, \vec{F}_{13}, \dots, \vec{F}_{1n}$ — это внутренние силы. Пусть результирующая внешних сил, действующих на эту материальную точку, равна $\vec{F}_1$. Тогда второй закон Ньютона для нее запишется так:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots + \vec{F}_{1n}) + \vec{F}_1.$$

Аналогично запишем второй закон Ньютона для 2-й, 3-й и т.д. n -й материальных точек:

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = (\vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \dots + \vec{F}_{2n}) + \vec{F}_2,$$

.....

$$\frac{d\vec{p}_n}{dt} = (\vec{F}_{n1} + \vec{F}_{n2} + \dots + \vec{F}_{n,n-1}) + \vec{F}_n.$$

Сложим данные равенства. Так как внутренние силы есть силы действия и противодействия, то все они попарно $(\vec{F}_{12}, \vec{F}_{21})$ дадут в сумме ноль. Таким образом,

$$\frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n) = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n, \text{ т.е.}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_p,$$

где $\vec{p}$ — импульс системы, $\vec{F}_p$ — результирующая всех внешних

сил. И если система замкнутая, то $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \rightarrow \vec{p} = \text{const.}$

Это равенство выражает закон сохранения импульса: ***импульс замкнутой системы материальных точек есть величина постоянная.***

Если система не замкнута, но результирующая внешних сил равна нулю, то импульс такой системы тоже будет постоянным. Кроме того, иногда не являясь постоянным в целом, импульс системы может оказаться неизменным вдоль какой-то одной оси. Например, если проекция результирующей внешних сил на ось X равна нулю, то импульс системы по оси X будет постоянным, т.е. при $F_{pX} = 0$, $p_X = \text{const.}$

Хотя закон сохранения импульса и получен нами на основе законов Ньютона, он является одним из фундаментальных законов всей современной физики. Фундаментальность его объясняется тем, что он связан со свойствами пространства, а именно, с его однородностью, т.е. одинаковостью свойств всех точек пространства.

На основе этого закона объясняются многие физические явления, и он находит широчайшее применение в жизни и технике (например, явление отдачи при стрельбе, реактивное движение как явление непрерывной отдачи потока жидкости или газа, реактивные двигатели, ракеты и т.д.).

Принцип реактивного движения используют для своего перемещения некоторые живые организмы. Например, кальмары, спруты, медузы и ряд двусторчатых моллюсков передвигаются посредством отдачи воды, выбрасываемой ими из особой полости тела. При этом кальмар, например, может развивать скорость до 70 км/ч.

§ 2.7. Движение тел переменной массы

Движение тел с переменной массой встречается довольно часто и имеет большое практическое значение. Например, масса ракеты уменьшается вследствие истечения газов, образующихся в результате сгорания топлива. Общие законы динамики тел переменной массы были получены русским механиком И.В.Мещерским (1859—1935).

Пусть в момент времени t масса ракеты m , ее скорость $\vec{V}$. По истечении времени dt ее масса уменьшилась на dm , а скорость увеличилась на $d\vec{V}$. Если скорость истечения газов из ракеты обозначить $\vec{V}_1$, то изменение импульса системы за время dt можно записать следующим образом:

$$d\vec{P} = (m - dm)(\vec{V} + d\vec{V}) + dm\vec{V}_1 - m\vec{V}.$$

Пренебрегая произведением $dmdV$ как величиной высшего порядка малости, получим

$$d\vec{P} = m d\vec{V} + \vec{U} dm,$$

где $\vec{U} = \vec{V}_1 - \vec{V}$ — скорость истечения газов относительно ракеты (относительная скорость).

Если на систему действуют внешние силы, то $\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}$.

Следовательно,

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F} - \vec{U} \frac{dm}{dt} \text{ — уравнение Мещерского (1897 г.).}$$

Сила $\vec{F}_p = \vec{U} \frac{dm}{dt}$ называется реактивной. Если скорость $\vec{U}$ направлена противоположно скорости $\vec{V}$, то $\frac{d\vec{V}}{dt} > 0$ — ракета ускоряется; а если $\vec{U}$ совпадает по направлению с $\vec{V}$, то ракета тормозится.

Если $\vec{U} = 0$, то $\vec{F}_p = 0$ и $m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}$ (второй закон Ньютона).

Основоположником отечественной космонавтики является К.Э.Циолковский (1857—1935). В 1903 г. он опубликовал статью, где были изложены теория движения ракеты и основы теории жидкостного реактивного движения.

Применим уравнение Мещерского к движению ракеты, полагая, что $\vec{F} = 0$ и $\vec{U} = \text{const}$. Следовательно,

$$m \frac{dV}{dt} = -\vec{U} \frac{dm}{dt}.$$

Если в начальный момент времени $t = 0$ скорость ракеты была равна нулю, а масса m_0 , то, интегрируя данное уравнение, получим:

$$V = -U \ln \frac{m}{m_0} = U \ln \frac{m_0}{m}.$$

Это формула Циолковского. Из формулы следует, что: 1) чем больше конечная масса ракеты (полезная нагрузка), тем больше должна быть стартовая масса ракеты m_0 ; 2) чем больше скорость истечения газов, тем больше может быть полезная нагрузка при данной стартовой массе ракеты.

§ 2.8. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности

Пусть имеются инерциальная система отсчета $K — (XYZ)$ и система $K' — (X'Y'Z')$, которая движется относительно системы K равномерно и прямолинейно (рис. 2.8.1) со скоростью $\vec{v}_0$.

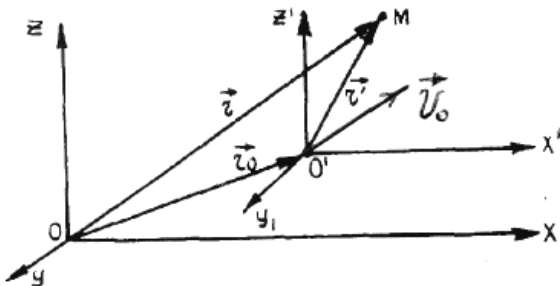


Рис. 2.8.1

Рассмотрим движение материальной точки M в той и другой системах. Положение точки M относительно системы K определим радиусом-вектором $\vec{r}$, относительно системы K' — радиусом-вектором $\vec{r}'$; положение подвижной системы (точки O') относительно системы K зададим радиусом-вектором $\vec{r}_0$. Из рисунка видно, что

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}'. \quad (1)$$

Спроектировав данное равенство на оси координат, получим:

$$x = x_0 + x'; \quad y = y_0 + y'; \quad z = z_0 + z'. \quad (2)$$

Уравнения (2) называются преобразованиями Галилея для координат.

Заметим, что в классической механике $t = t'$ — время течет везде одинаково.

Продифференцировав равенство (1) по времени, получим соотношение между скоростями точки M в системе K и K' :

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'. \quad (3)$$

Взяв еще производную по времени, найдем соотношение между ускорениями:

$$\vec{a} = \vec{a}'; \quad \left(\frac{d\vec{g}_0}{dt} = 0, \text{ т.к. } \vec{g}_0 = \text{const} \right). \quad (4)$$

Если результирующая всех сил, действующих на точку M в системе K , равна 0, то $\vec{a} = 0$ и $\vec{g} = \text{const}$ (т.к. эта система является инерциальной). Но тогда $\vec{a}' = 0$, и, следовательно, система K' тоже является инерциальной.

Таким образом, система, которая движется равномерно и прямолинейно относительно инерциальной, тоже является инерциальной, т.е. зная одну инерциальную систему, мы можем указать множество инерциальных систем.

Векторные равенства (3) и (4) можно спроектировать на оси координат и получить преобразования для составляющих скоростей и ускорений по осям:

$$\begin{aligned} g_x &= g_{0x} + g'_x; & a_x &= a'_x; \\ g_y &= g_{0y} + g'_y; & a_y &= a'_y; \\ g_z &= g_{0z} + g'_z; & a_z &= a'_z. \end{aligned}$$

Так как ускорения в инерциальных системах K и K' одинаковы и одинакова масса материальной точки M ($m = m'$ — по положению классической механики), то $m\vec{a} = m\vec{a}'$, значит, $\vec{F} = \vec{F}'$.

Таким образом, можно сделать следующие выводы:

1. Уравнения динамики одинаковы (не меняют свой вид) во всех инерциальных системах или, как говорят, инвариантны относительно преобразований Галилея.

2. Так как силы, действующие на материальную точку в различных инерциальных системах, одинаковы, то все механические процессы в инерциальных системах протекают одинаково.

Это значит, что никакими механическими опытами, проведенными внутри замкнутой инерциальной системы, нельзя установить, покоится она или движется равномерно и прямолинейно.

Эти положения и составляют содержание механического принципа относительности Галилея. Таким образом, с точки зрения механики все инерциальные системы совершенно равноправны (эквивалентны).

§ 2.9. Постулаты специальной теории относительности.

Границы применимости классической механики

Из преобразований Галилея следует, что при переходе от одной инерциальной системы к другой, такие величины, как координата, скорость, импульс, кинетическая энергия изменяются, т.е. являются вариантными. Время, масса, ускорение, сила и, следовательно, законы Ньютона при преобразованиях Галилея остаются неизменными, т.е. инвариантными. Это последнее и отражено в механическом принципе относительности Галилея.

Но возникают вопросы, например: будут ли инерциальные системы отсчета равноправны не только с точки зрения механики, но и с точки зрения физики в целом? Всегда ли верны представления механики Ньютона и, в частности, преобразования Галилея?

Большой вклад в решение этих вопросов внесли исследования природы света и законов его распространения. Сначала свет представляли как механические волны, распространяющиеся в упругой гипотетической среде — эфире. После установления в 1860—1865 гг. Максвеллом электромагнитной природы света от механического эфира перешли к электромагнитному. Возник вопрос: нельзя ли электромагнитный эфир взять в качестве «лучшей», «абсолютной» системы отсчета?

Было выдвинуто и проверено несколько гипотез: полное увлечение эфира движущимися телами; абсолютная неподвижность эфира, его изотропность и однородность; частичное увлечение эфира. Однако во всех случаях результаты экспериментов оказывались отрицательными, т.е. не подтверждающими ожидания.

Анализируя этот клубок противоречий и в целом драматическую ситуацию, сложившуюся в начале XX в. в физике, А.Эйнштейн (1879—1955) в 1905 г. предложил принципиально новый подход к решению указанной проблемы. Это была новая теория пространства и времени — специальная теория относительности. Она часто называется частной теорией относительности, в отличие от общей теории относительности — теории тяготения, созданной тоже А.Эйнштейном в 1916 г.

Основу специальной теории относительности составляют два постулата (принципа):

1. Принцип относительности Эйнштейна. Он является обобщением принципа относительности Галилея на любые физические явления. Этот принцип гласит: *все физические процессы (при одних и тех же условиях) в инерциальных системах отсчета протекают одинаково.*

Это означает, что *никакими физическими опытами, проведенными внутри замкнутой инерциальной системы, нельзя установить, покоится она или движется равномерно и прямолинейно.* Таким образом, в физике все инерциальные системы совершенно равноправны, а физические законы инвариантны по отношению к выбору инерциальной системы отсчета (уравнения, выражающие эти законы, имеют одинаковую форму во всех инерциальных системах).

2. Принцип постоянства скорости света: *скорость света в вакууме постоянна и не зависит от движения источника. Она одинакова во всех направлениях и во всех инерциальных системах отсчета.*

Как показывает опыт, являясь одной из важнейших физических постоянных, скорость света в вакууме c — предельная скорость в природе. Но это находится в противоречии с законом сложения скоростей по Галилею. Более глубокий анализ указанных постулатов показывает, что они противоречат представлениям о пространстве и времени, принятым в механике Ньютона и отраженным в преобразованиях Галилея. Оказывается, время в разных системах отсчета течет по-разному, а это значит, что промежуток времени между двумя какими-либо событиями относителен: он будет зависеть от выбора системы отсчета.

События, одновременные в одной инерциальной системе отсчета, будут неодновременными в других системах отсчета. Однако сразу заметим, что причинно-следственные явления не могут быть одновременными (следствие не может предшествовать причине) ни в одной системе отсчета, т.е. относительность не противоречит причинности.

Оказывается, линейные размеры тела, не зависящие от скорости в механике Ньютона, зависят от скорости движения. Масса — важнейший инвариант классической механики — оказалась тоже величиной вариантной, т.е. разной в разных системах отсчета. Как и в механике Ньютона, в специальной теории относительности

полагается, что пространство однородно и изотропно, время однородно. Но если у Ньютона пространство и время не были связаны между собой, то в специальной теории относительности они оказываются взаимосвязанными, образуя единое четырехмерное пространство — время.

Все это говорит о том, что переход от одной инерциальной системы отсчета к другой при больших скоростях (сравнимых со скоростью света) должен осуществляться не по преобразованиям Галилея, а по другим. Ими являются преобразования Лоренца.

Пусть имеется неподвижная система отсчета K — (XYZ) и подвижная K' — $(X'Y'Z')$, движущаяся относительно неподвижной вдоль оси X со скоростью $\mathcal{G}$. Пусть сходственные оси систем параллельны и пусть в начальный момент времени их начала координат (точки O и O') совпадают. Эти допущения нужны для того, чтобы преобразования Лоренца записать в наиболее простом виде.

Тогда

$$x = \frac{x' + \mathcal{G}t'}{\sqrt{1 - \frac{\mathcal{G}^2}{c^2}}}; \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t = \frac{t' + \frac{\mathcal{G}}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{\mathcal{G}^2}{c^2}}}.$$

Из преобразований Лоренца вытекает ряд следствий. Рассмотрим некоторые из них.

1. *Относительность длины.*

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{\mathcal{G}^2}{c^2}},$$

где l_0 — длина стержня в системе, относительно которой он покоится (собственная длина), l — длина того же стержня в системе, относительно которой он движется со скоростью $\mathcal{G}$ (стержень расположен и движется вдоль оси X).

Таким образом, линейные размеры тел относительны. Они максимальны в той системе, относительно которой тела покоятся. Лоренцово сокращение является кинематическим, т.е. оно не связано с действием каких-либо сил, и становится заметным только при скоростях, близких к скорости света.

При $\mathcal{G} \ll c$, $l = l_0$. Следует заметить, что $\mathcal{G}$ не может быть равна или больше c . В этом случае продольный размер тел должен стать равным 0 или числом мнимым.

2. Относительность промежутка времени.

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{\mathcal{G}^2}{c^2}}},$$

где τ_0 — собственное время, т.е. промежуток времени, измеренный по часам, движущимся вместе с объектом со скоростью $\mathcal{G}$, τ — время между этими же событиями, измеренное по часам в неподвижной системе K .

Таким образом, собственное время является минимальным. Это значит, что все физические процессы в движущейся системе идут медленнее, чем в неподвижной. Эффект замедления хода часов становится заметным только при больших скоростях. Следует заметить, что этот эффект подтверждается экспериментально в опытах с мюонами. Мюоны — это нестабильные элементарные частицы. Рождаются они в верхних слоях атмосферы, но обнаруживаются на Земле, хотя собственное время жизни их не превышает $2,2 \cdot 10^{-6}$ с. Скорость движения мюонов близка к c . Значит, мюон может пройти за время своей жизни расстояние $s_0 = \mathcal{G} \cdot \tau_0 \approx 660$ м. Если бы не было замедления хода времени, то мюон не достиг бы поверхности Земли. В действительности время жизни мюона τ для земного наблюдателя значительно больше его собственного времени жизни τ_0 , а расстояние s , проходимое им в земной атмосфере, будет во много раз превышать s_0 .

Эффект замедления хода времени, например, в космическом корабле, открывает большие возможности для осуществления дальних космических полетов. Допустим, что корабль движется со скоростью $\mathcal{G} = 0,8 c$. Тогда

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - 0,64}} = \frac{\tau_0}{0,6} \approx 1,6\tau_0.$$

Это означает, что если космонавт находился в полете 10 лет (по часам на корабле), то на Земле это будет соответствовать

16 годам. Ясно, что эффект будет особенно значимым при скоростях корабля, близких к c .

Заметим, что специальную теорию относительности называют релятивистской теорией, а специфические явления, описываемые ею, — релятивистскими эффектами. Изменение длины движущегося тела и замедление хода движущихся часов — это релятивистские эффекты.

3. Закон сложения скоростей.

$$\vartheta_x = \frac{\vartheta'_x + \vartheta}{1 + \frac{\vartheta'_x \cdot \vartheta}{c^2}},$$

где ϑ — скорость подвижной системы координат K' относительно неподвижной системы K ; ϑ'_x — скорость материальной точки в системе K' ; ϑ_x — скорость материальной точки относительно системы K . Если ϑ'_x и ϑ намного меньше c , то релятивистский закон сложения скоростей переходит в классические преобразования Галилея для скоростей.

Из приведенного соотношения видно, что если $\vartheta'_x = c$, то и

$$\vartheta_x = \frac{c + \vartheta}{1 + \frac{\vartheta}{c}} = c,$$

т.е. если скорость частицы относительно какой-либо инерциальной системы отсчета равна скорости света в вакууме, то она будет такой же относительно любой другой инерциальной системы. Это означает, что если одна из скоростей равна c , то сумма скоростей будет равна тоже c .

Пусть $\vartheta'_x = c$ и $\vartheta = c$, тогда

$$\vartheta_x = \frac{c + c}{1 + 1} = c.$$

Таким образом, при сложении скоростей никогда не может получиться скорость больше скорости света. Все это находится в согласии со вторым постулатом специальной теории относительности.

4. Следствием специальной теории относительности стала и зависимость массы тела от скорости его движения. Зависимость

массы от скорости была обнаружена в конце XIX — начале XX вв. в опытах с быстрыми электронами. Тогда же и была предложена эмпирическая формула для этой зависимости:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

где m_0 — масса покоя электрона,

m — его масса при скорости v (масса движения).

Если $m_0 \neq 0$, то частица не может двигаться со скоростью $v \geq c$, т.к. это соответствовало бы бесконечно большой или мнимой массе, что абсурдно.

Если же масса покоя частицы $m_0 = 0$ (например, фотон), то скорость такой частицы может быть равна только c (при $v \neq c$, $m = 0$, что отрицает существование частицы). Таким образом, масса тела есть тоже величина относительная.

Важнейшим следствием специальной теории относительности стала знаменитая формула Эйнштейна взаимосвязи массы и энергии $E = mc^2$, нашедшая свое подтверждение в ядерной физике.

В связи с появлением теории относительности, конечно, возник вопрос: а как же быть с механикой Ньютона, которая прекрасно оправдывается в человеческой практике? Для ответа на этот вопрос заметим, что все формулы теории относительности переходят в формулы механики Ньютона, если $v \ll c$, что всегда и реализуется в обыденной жизни. Это значит, что теория относительности не отбросила механику Ньютона, а установила границы ее применимости. Механика Ньютона является предельным случаем релятивистской механики при $v \ll c$ (принцип соответствия).

§ 2.10. Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции при поступательном и вращательном движении

Неинерциальные системы отсчета — это системы, которые движутся с ускорением относительно какой-то инерциальной системы. Например, поезд, набирающий скорость, вагон, движущийся равномерно по закруглению, Земля и др.

Пусть к потолку вагона на нити подвешен шарик. Если вагон покоится или движется равномерно и прямолинейно, то нить направлена вертикально вниз, а шарик сохраняет состояние покоя относительно вагона. На него в горизонтальном направлении никакие силы не действуют. Если вагон начнет ускоряться, то шарик отклонится назад, если вагон будет тормозиться, то шарик отклонится вперед. При движении вагона по закруглению шарик отклонится к наружной стенке. Если шарик изменяет состояние движения, значит, на него действуют силы. Поскольку окружающие тела не изменились, возникшие силы не являются результатом их взаимодействия с шариком. Эти силы стали результатом ускоренного движения системы отсчета, т.е. результатом ее неинерциальности.

Силы, обусловленные неинерциальностью системы, и называются силами инерции. Таким образом, силы инерции — это те дополнительные силы, которые действуют на тело в неинерциальной системе отсчета по сравнению с силами, действующими на это же тело в инерциальной системе.

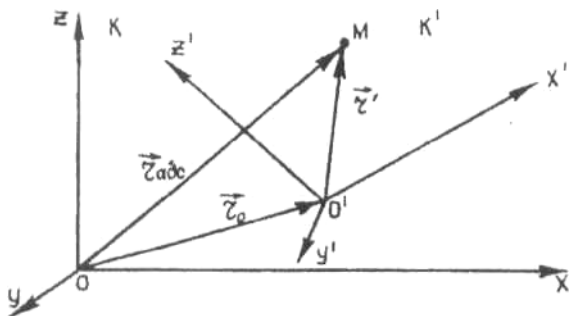


Рис. 2.10.1

На основе этих положений можно дать общий подход для нахождения сил инерции. Пусть имеется неподвижная (инерциальная) система отсчета K и подвижная (неинерциальная) система отсчета K' . Рассмотрим относительно этих систем движение точки M . Движение этой точки относительно неподвижной системы отсчета K называется абсолютным движением. Движение точки M относительно подвижной системы K' называется относительным. Движение материальной точки M , обусловленное движением подвижной системы координат относительно неподвижной, назы-

вается переносным (в общем случае переносное движение может быть суммой двух движений — поступательного со скоростью точки O' и вращательного вокруг этой точки с какой-то угловой скоростью ω).

Пусть сила, действующая на материальную точку M в неподвижной (инерциальной) системе, равна $\vec{F}$, тогда $\vec{F} = m\vec{a}_{abc}$, где a_{abc} — ускорение точки M относительно неподвижной (инерциальной) системы отсчета, m — масса точки. Для подвижной системы $\vec{F}' = m\vec{a}' = m\vec{a}_{отн}$, где a' — относительное ускорение точки M (ускорение относительно неинерциальной системы); $\vec{F}'$ — сила, действующая на точку M в неинерциальной системе; m — масса точки. Тогда

$$\vec{F}_{ei} = m\vec{a}_{i\partial i} - m\vec{a}_{\partial\partial i}$$

Следовательно, для нахождения сил инерции надо уметь находить разность между $a_{отн}$ и a_{abc} .

Из рисунка 2.10.1 видно, что

$$\vec{r}_{abc} = \vec{r}_0 + \vec{r}'.$$

Так как

$$\frac{d\vec{r}_{abc}}{dt} = \vec{g}_{abc}; \quad \frac{d\vec{r}_0}{dt} = \vec{g}_{nep}; \quad \frac{d\vec{r}'}{dt} = \vec{g}_{отн}, \quad \text{то}$$

$$\vec{g}_{abc} = \vec{g}_{nep} + \vec{g}_{отн},$$

где $\vec{g}_{nep}$ — переносная скорость точки M . Если переносная скорость представлена или только поступательным, или только вращательным движением, то, продифференцировав равенство (1) по времени, получим:

$$\vec{a}_{abc} = \vec{a}_{nep} + \vec{a}_{отн}.$$

Следовательно,

$$\vec{F}_{ин} = m\vec{a}_{отн} - m\vec{a}_{abc} = -m\vec{a}_{nep}.$$

Рассмотрим частные случаи.

1. Пусть подвижная система движется поступательно с ускорением $\vec{a}_{nep}, \vec{g}' = \vec{g}_{отн} = 0$, т.е. тело в этой системе покоится (например, прямолинейно с ускорением движется вагон, к потолку которого на нити подвешен шарик (рис. 2.10.2)).

Тогда $\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}'_{пер}$. Вот почему шарик отклоняется назад.

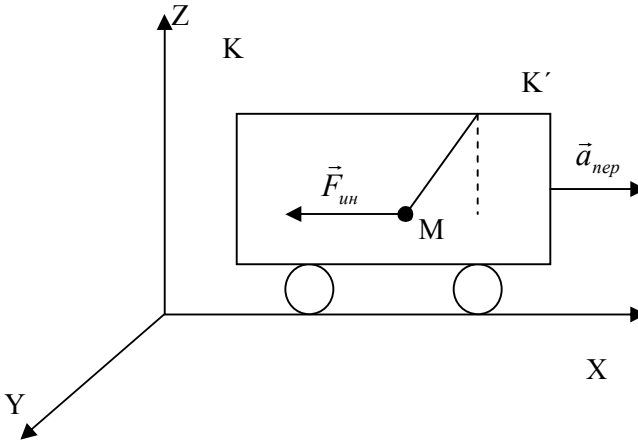


Рис. 2.10.2

С точки зрения неподвижного наблюдателя, т.е. в инерциальной системе K , в момент начала движения вагона на шарик никакие силы не действуют, и он по закону инерции, стремясь сохранить состояние покоя, «отстает» от движущегося вагона, пока натяжение нити не заставит его двигаться вместе с вагоном.

2. Пусть подвижная система равномерно вращается и тело M в ней покоится (например, равномерно вращающийся диск и лежащее на нем тело (рис. 2.10.3)).

Так как $\vec{\mathcal{G}}' = \vec{\mathcal{G}}_{отн} = 0$, то $\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}_{пер}$. Переносное ускорение в данном случае будет равно только нормальному (центростремительному) ускорению, т.е.

$$\vec{a}_{пер} = -\omega^2 \vec{r}',$$

где $\vec{r}'$ — радиус-вектор тела M относительно центра диска,
 ω — угловая скорость.

Следовательно, $\vec{F}_{ин} = m\omega^2 \vec{r}'$ — это центробежная сила инерции.

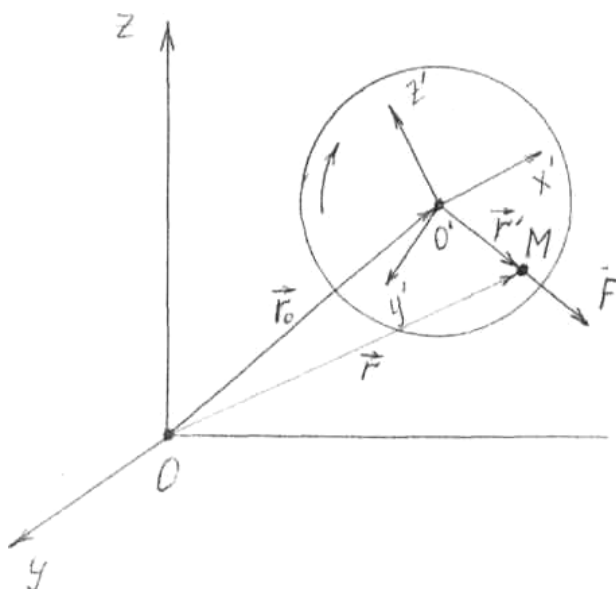


Рис. 2.10.3

контрольные вопросы

1. Как называется главная научная работа И.Ньютона по механике? Когда она была опубликована?
2. Сформулируйте закон инерции.
3. Какая система отсчета называется инерциальной? Как установить ее инерциальность?
4. Что такое сила? Как найти результирующую системы сил?
5. Сформулируйте и запишите в векторной форме второй закон Ньютона.
6. Что такое сила тяжести и вес? Как они связаны между собой?
7. Сформулируйте и запишите закон всемирного тяготения.
8. Какие четыре типа взаимодействий знает физика? Какие взаимодействия изучаются в механике?
9. Что Вы знаете о силе трения?
10. Запишите закон Гука для упругих деформаций растяжения и сдвига.
11. Что такое система материальных точек? Как найти ее импульс? Сформулируйте закон сохранения импульса. Приведите примеры его проявления.
12. Запишите и поясните движение тел переменной Сформулируйте законы движения центра масс.
13. Сформулируйте принцип относительности Галилея.
14. Сформулируйте постулаты специальной теории относительности. Назовите главные следствия из них.
15. Какая система отсчета называется неинерциальной? Что такое силы инерции и как их найти?
16. Чему равна сила инерции при поступательном движении? Чему равна центробежная сила инерции?

Глава 3

ЭНЕРГИЯ И РАБОТА

§ 3.1. Энергия и работа. Работа силы. Мощность

Энергия — это универсальная мера движения.

Для измерения различных видов движения в физике вводят различные виды энергии: механическую, внутреннюю, электромагнитную, атомную, ядерную и т.д. Обмен механическим движением между телами или переход его в другие формы движения всегда происходит в результате силового взаимодействия.

Мерой изменения энергии в процессах силового взаимодействия является работа.

Если тело под действием постоянной силы $\vec{F}$ совершило перемещение $\vec{s}$ (рис. 3.1.1), то, как известно, работа силы $A = F \cdot s \cdot \cos \alpha = F_s \cdot s = (\vec{F} \cdot \vec{s})$, где α — угол между направлением силы и перемещением, F_s — проекция вектора силы на перемещение.

Если $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$, то $A > 0$ — сила совершает положительную работу (движущая сила).

Если $\frac{\pi}{2} < \alpha \leq \pi$, то $A < 0$ — сила совершает отрицательную работу (силы трения, торможения). При $\alpha = \frac{\pi}{2}$ сила на данном перемещении работы не совершает.

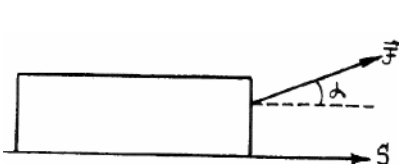


Рис. 3.1.1

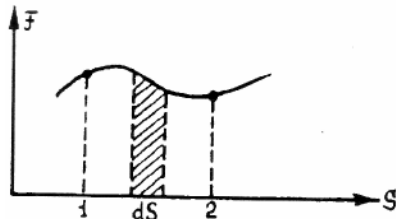


Рис. 3.1.2

Если сила изменяется с течением времени (рис. 3.1.2), то надо брать элементарное перемещение $d\vec{s}$, на котором силу можно было бы считать постоянной, и вычислять элементарную работу:

$$dA = F_S \cdot ds.$$

Для нахождения всей работы при перемещении тела из положения 1 в положение 2 надо просуммировать все элементарные работы, т.е. взять интеграл по всему пути s :

$$A = \int_s F_S ds.$$

Если на тело действует несколько сил, то общая работа равна сумме работ всех сил или равна работе результирующей силы (рис. 3.1.3).

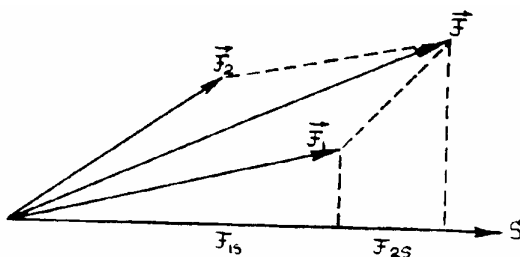


Рис. 3.1.3

Действительно,

$$A = A_1 + A_2 = F_{1s} \cdot s + F_{2s} \cdot s = (F_{1s} + F_{2s}) \cdot s = F_S \cdot s,$$

где $F_S = F_{1s} + F_{2s}$ — проекция результирующей силы $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ на направление перемещения.

Единицей измерения работы в СИ является джоуль (Дж):

$$[A] = [F] \cdot [s] = 1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м} = 1 \text{ Дж}.$$

Быстрота совершения работы характеризуется мощностью. В общем случае

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{d(F_S \cdot s)}{dt}.$$

Если сила не зависит от времени, то ее можно вынести за знак дифференциала. Тогда

$$N = F_S \cdot \frac{ds}{dt} = F_S \cdot v = (\vec{F} \cdot \vec{v}).$$

Таким образом, при действии постоянной силы мощность равна скалярному произведению силы на скорость.

Единицей измерения мощности в СИ является ватт (Вт):

$$[N] = \frac{[A]}{[t]} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ с}} = 1 \text{ Вт}.$$

§ 3.2. Кинетическая энергия

В механике рассматривают два вида энергии: кинетическую и потенциальную. *Кинетическая энергия тела — это энергия его механического движения. Кинетическая энергия зависит от массы тела и скорости его движения.*

Потенциальная энергия тела — это энергия, зависящая от его положения по отношению к другим телам и от его взаимодействия с ними.

Пусть материальная точка массой m движется под действием силы $\vec{F}$ и пусть при этом ее скорость изменяется от $\mathcal{V}_1$ до $\mathcal{V}_2$. Тогда работа силы (по определению) будет равна изменению кинетической энергии:

$$A = \Delta E_{\kappa} = E_{\kappa 2} - E_{\kappa 1}.$$

Используя это, найдем выражение для кинетической энергии. Запишем для материальной точки второй закон Ньютона:

$$F = m \frac{d\mathcal{V}}{dt}.$$

Умножив это равенство на $ds = \mathcal{V} \cdot dt$, получим:

$$F \cdot ds = m d\mathcal{V} \cdot \mathcal{V} = m d\left(\frac{\mathcal{V}^2}{2}\right).$$

Так как в классической механике масса не зависит от скорости, то $md\left(\frac{\mathcal{V}^2}{2}\right) = d\left(\frac{m\mathcal{V}^2}{2}\right)$.

Следовательно, $dA = d\left(\frac{m\mathcal{V}^2}{2}\right)$.

$$\text{Тогда } A = \int dA = \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} d\left(\frac{m\vartheta^2}{2}\right) = \frac{m\vartheta_2^2}{2} - \frac{m\vartheta_1^2}{2} = E_{\kappa 2} - E_{\kappa 1}.$$

Таким образом, $E_{\kappa} = \frac{m\vartheta^2}{2}$ (в специальной теории относительности $E_{\kappa} = mc^2 - m_0c^2$).

При действии на материальную точку нескольких сил $\Delta E_{\kappa} = \sum A_i$ (или работе результирующей силы). Для системы, состоящей из n материальных точек, кинетическая энергия равна сумме кинетических энергий всех материальных точек, т.е.:

$$E_{\kappa} = \sum_{i=1}^n E_{\kappa i} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \vartheta_i^2}{2}.$$

Изменение кинетической энергии системы материальных точек равно сумме работ всех внешних и внутренних сил, действующих на эту систему:

$$\Delta E_{\kappa} = \sum A_{\text{вн}i} + \sum A_{\text{вн}n}.$$

Если система не деформируется, т.е. взаимное расположение точек не изменяется (например, твердое тело), то $\sum A_{\text{вн}n} = 0$. Тогда

$$\Delta E_{\kappa} = \sum A_{\text{вн}i}.$$

Так как скорость материальной точки зависит от выбора системы отсчета, то E_{κ} — это тоже величина относительная.

§ 3.3. Силовое поле. Потенциальная энергия материальной точки в силовом поле

Если на частицу в каждой точке пространства действует сила, то говорят, что частица находится в силовом поле. Например, на частицу со стороны Земли действует сила гравитации. Это означает, что частица находится в гравитационном поле Земли.

Если во всех точках поля силы, действующие на частицу, одинаковы по величине и направлению, то поле называется однородным. Гравитационное поле вблизи поверхности Земли (поле тяжести) можно считать однородным ($\vec{F}_T = m\vec{g} = \text{const}$, т.к. $\vec{g}$ в первом приближении можно считать величиной постоянной).

Энергия, которой обладает покоящаяся материальная точка, находясь в потенциальном силовом поле³, есть ее потенциальная энергия.

Пусть материальная точка m перемещается равномерно ($F = F_T$) в поле тяжести Земли из положения 1 в положение 2 (рис. 3.3.1).

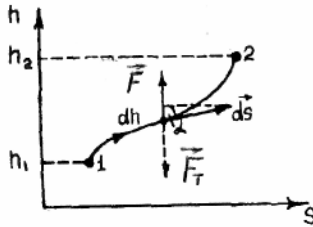


Рис. 3.3.1

Вычислим работу. Так как $\vartheta = \text{const}$, то $\Delta E_k = 0$. Следовательно, величина работы должна равняться изменению потенциальной энергии.

$$dA = F \cdot ds \cos \alpha = mgh, \quad dh = ds \cos \alpha$$

где $dh = ds \cos \alpha$ — перепад высот. Значит, работа внешней силы будет равна:

$$A_{1-2} = \int_{h_1}^{h_2} mgh dh = mg(h_2 - h_1), \quad (1)$$

так как $A_{\text{вн}} = \Delta E_{\text{П}} = E_{\text{П}2} - E_{\text{П}1}$, то, следовательно,

$$E_{\text{П}} = mgh. \quad (1')$$

Этой формулой и определяется потенциальная энергия материальной точки в поле тяжести Земли.

Если найти работу силы тяжести на этом же самом участке, то

$$A_T = -mgh_2 + mgh_1 = -\Delta E_{\text{П}}. \quad (2)$$

т.е. работа силы поля (внутренней силы) равна изменению потенциальной энергии материальной точки в этом поле, взятому с обратным знаком, или равна разности потенциальной энергии в начальном и конечном состояниях.

Таким образом, $A_{\text{вн}} = E_{\text{П}2} - E_{\text{П}1}$; $A_{\text{вн}} = -\Delta E_{\text{П}} = E_{\text{П}1} - E_{\text{П}2}$.

³ О понятии «потенциальное поле» см. ниже.

Из формул (1, 2) видно, что работа силы тяжести (или работа в поле силы тяжести) не зависит от формы траектории, а определяется только перепадом высот.

Силы, работа которых не зависит от формы траектории, называются консервативными.

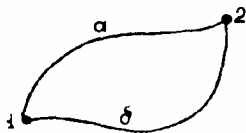


Рис. 3.3.2

Поле консервативных сил называется потенциальным. В таком поле (рис. 3.3.2)

$$A_{1a2} = A_{1б2} \text{ и } A_{1a2} = -A_{2a1}; \quad A_{1a2б1} = 0,$$

т.е. работа консервативной силы по замкнутому контуру равна нулю.

Этот вывод тоже может служить определением консервативных сил.

Примерами консервативных сил являются сила тяжести, сила тяготения, упругая сила, сила Кулона и др.

Для любой консервативной силы будет справедливо равенство

$$F_s \cdot ds = -dE_{\Pi}, \text{ т.е. } F_s = -\frac{dE_{\Pi}}{ds}.$$

Рассмотрим материальную точку, находящуюся в гравитационном поле Земли. Сила гравитационного взаимодействия материальной точки и Земли может быть записана на основе закона всемирного тяготения

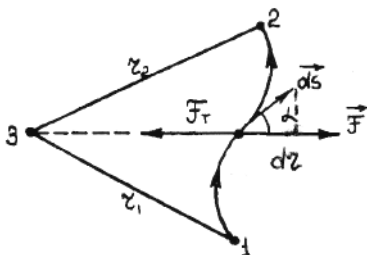


Рис. 3.3.3

$$F = \gamma \frac{mM}{r^2},$$

где m — масса точки,

M — масса Земли,

r — расстояние между материальной точкой и центром Земли.

Гравитационная сила, действующая на материальную точку со стороны Земли, всегда направлена к центру Земли, поэтому гравитационное поле называется центральным.

Найдем выражение для потенциальной энергии материальной точки в гравитационном поле. Пусть материальная точка равномерно перемещается из точки 1 в точку 2. Для элементарной работы можно записать:

$$dA = Fds \cos \alpha = F \cdot dr = -F_T dr = -\gamma m M \frac{dr}{r^2},$$

где $dr = ds \cdot \cos \alpha$.

Тогда работа силы тяготения на участке 1—2 будет равна:

$$A_{T1-2} = -\gamma m M \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = -\gamma m M \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Поскольку она равна разности потенциальной энергии ($E_{П1} - E_{П2}$), значит, материальная точка в гравитационном поле Земли обладает потенциальной энергией:

$$E_{П} = -\gamma \frac{mM}{r}.$$

Эта формула имеет более общий характер, нежели формула (1'), которая может быть получена из последней как частный случай.

Действительно,

$$E_{П} = -\gamma \frac{mM}{r} = -\gamma \frac{mM}{R+h} = -\gamma \frac{mM}{R} \left(\frac{1}{1+h/R} \right).$$

где R — радиус Земли,

h — высота над поверхностью Земли.

$$\text{Если } h \ll R, \text{ то } \frac{1}{1+h/R} = 1 - h/R.$$

$$\text{Следовательно, } E_{П} = -\gamma \frac{mM}{R} + \gamma \frac{mM}{R^2} h = -\gamma \frac{mM}{R} + mgh.$$

И если за начало отсчета потенциальной энергии брать поверхность Земли, как и предполагалось при выводе формулы (1'), то $E_{П} = mgh$.

Величина φ , равная отношению потенциальной энергии материальной точки к ее массе, называется потенциалом поля.

$$\varphi = \frac{E_{П}}{m} = -\gamma \frac{M}{r}.$$

Как видно, φ не зависит от массы материальной точки m и служит энергетической характеристикой гравитационного поля, создаваемого телом M .

Потенциальная энергия точки m в гравитационном поле может быть записана через потенциал поля: $E_{II} = m\varphi$. И если материальная точка m в гравитационном поле перемещается из положения 1 с потенциалом φ_1 в положение 2 с потенциалом φ_2 , то работа сил поля $A_{1-2} = m(\varphi_1 - \varphi_2)$.

§ 3.4. Энергия упругой деформированной пружины

Пусть упругая недеформированная пружина имеет длину l_0 и пусть под действием внешних сил она изменяет свою длину на Δl (деформация растяжения или сжатия). В состоянии равновесия внешние силы будут уравновешены упругими силами.

По закону Гука $F_{упр} = k\Delta l$, где k — коэффициент жесткости пружины.

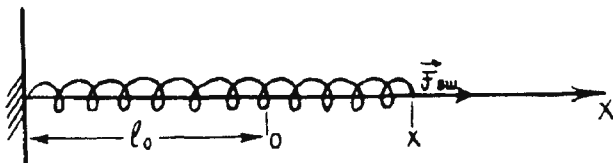


Рис. 3.4.1

Обобщим последнюю формулу следующим образом. Закрепим один конец этой пружины, а на другой подействуем силой $\vec{F}_{вн}$ и будем растягивать пружину вдоль оси X (рис. 3.4.1). Если координату конца недеформированной пружины принять за нуль, а координату ее конца после деформации — за x (при удлинении) или $(-x)$ — (при сжатии), то на основании закона Гука можно записать, что $F_{упр} = -kx$. Знак «минус» означает, что упругая сила направлена к положению равновесия, а координата x отсчитывается от положения равновесия.

Поскольку упругая деформированная пружина может совершать работу, то она обладает энергией. И так как эта энергия определяется только взаимным расположением витков пружины, то это потенциальная энергия. Найдем ее из условия, что работа внутренней упругой силы равна изменению потенциальной энергии, взятому с обратным знаком:

$$dA = F_x dx = -kx dx = -dE_{II}.$$

Пусть пружина изменяет свою длину от x_1 до x_2 . Тогда вся работа

$$A_{1-2} = - \int_{x_1}^{x_2} kx dx = - \left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2} \right) = -(E_{II2} - E_{II1}).$$

Следовательно,

$$E_{II} = \frac{kx^2}{2}.$$

Если деформация равна 0, то и $E_{II} = 0$.

Пусть имеется упруго деформированный стержень. По закону Гука

$$\sigma_n = \frac{F_n}{S} = E \frac{\Delta l}{l_0} = E \varepsilon_l,$$

где F_n — сила упругости, равная по величине внешней действующей силе,

S — площадь поперечного сечения стержня,

E — модуль упругости (модуль Юнга),

ε_l — относительное удлинение.

Следовательно,

$$F_n = \frac{ES \Delta l}{l_0} = k \Delta l,$$

где $k = \frac{ES}{l_0}$ — коэффициент пропорциональности.

Тогда

$$E_{II} = \frac{k \Delta l^2}{2} = \frac{E \cdot S \Delta l^2}{2 l_0} = \frac{E \cdot S \cdot l_0}{2} \frac{\Delta l^2}{l_0^2} = \frac{E V \varepsilon_l^2}{2},$$

где V — объем стержня.

Если стержень однородный и деформация является равномерной, то можно ввести понятие объемной плотности энергии упругой деформации:

$$W' = \frac{E_{II}}{V} = \frac{E \varepsilon_l^2}{2}.$$

§ 3.5. Закон сохранения механической энергии

Рассмотрим замкнутую консервативную систему материальных точек, т.е. в системе действуют только внутренние силы и они являются консервативными (рис. 3.5.1.).



Рис. 3.5.1

$E = E_K + E_\Pi = \sum E_{K_i} + \sum E_{\Pi_i}$ — механическая энергия системы, E_{K_i} — кинетическая энергия i точки, E_{Π_i} — ее потенциальная энергия.

Пусть система из состояния 1 переходит в состояние 2. Найдем изменение энергии (ΔE) системы. Оно будет складываться из изменений энергии каждой материальной точки. Изменение кинетической энергии первой точки равно работе всех сил, действующих на нее, т.е.

$$\Delta E_{K_1} = \sum A_{вн_i}.$$

Так как внутренние силы консервативны, то

$$\sum A_{вн_i} = -\Delta E_{\Pi_1}, \text{ т.е.}$$

$$\Delta E_{K_1} = -\Delta E_{\Pi_1}.$$

Следовательно,

$$\Delta E_1 = \Delta E_{K_1} + \Delta E_{\Pi_1} = 0;$$

$$\Delta E_2 = \Delta E_{K_2} + \Delta E_{\Pi_2} = 0;$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\Delta E_n = \Delta E_{K_n} + \Delta E_{\Pi_n} = 0.$$

Сложив эти равенства, получим: $\Delta E = \Delta E_K + \Delta E_\Pi = 0$, т.е.

$$E = E_K + E_\Pi = \text{const.}$$

Таким образом, *механическая энергия замкнутой консервативной системы есть величина постоянная*. Этот вывод ока-

зывается справедливым, если консервативная система будет незамкнутой, но внешние силы будут тоже консервативными, т.е. $E = E_K + E_{П_{вн}} + E_{П_{вн}} = const$. Если система является замкнутой, но не консервативной, то в ней неизменной остается сумма всех видов энергии, т.е. полная энергия, хотя каждая из энергий, в том числе и механическая, может изменяться, переходя в другие виды.

Чтобы механическая энергия системы была неизменной, надо исключить возможность перехода ее в другие виды. Это достигается консервативным характером сил.

контрольные вопросы

1. Что такое энергия?
2. Что такое работа? Как найти работу постоянной и переменной силы? Как найти работу системы сил?
3. Что такое мощность? На что расходуется мощность двигателя автомобиля при его равномерном движении?
4. Какая энергия называется кинетической? Чему она равна?
5. Какая энергия называется потенциальной? Когда о ней можно говорить? Чему она равна в поле тяжести Земли, в гравитационном поле, в поле упругих сил?
6. Дайте определения первой, второй и третьей космических скоростей. Чему равны их значения для Земли?
7. Сформулируйте закон сохранения механической энергии. Объясните необходимость условия консервативности сил.
8. При каком условии механическая энергия свободно падающего тела в поле тяжести Земли остается величиной постоянной?

Глава 4

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

§ 4.1. Вращение твердого тела около неподвижной оси. Момент инерции

Под твердым телом в физике понимается тело, которое не деформируется, т.е. в твердом теле материальные точки не изменяют своего положения относительно друг друга.

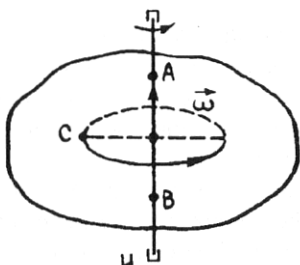


Рис. 4.1.1

Поступательным движением твердого тела называется такое движение, при котором все точки тела движутся одинаково (описывают одинаковые траектории, имеют одинаковые перемещения, скорости и ускорения).

Поэтому для характеристики поступательного движения твердого тела достаточно знать движение одной его точки (любой). Обычно в качестве

такой точки берут центр масс твердого тела. При поступательном движении твердого тела любая прямая, жестко связанная с ним, перемещается параллельно самой себе. Следует заметить, что поступательное движение может быть как прямолинейным, так и криволинейным. Например, кабины колеса обозрения совершают криволинейное поступательное движение.

Движение твердого тела, при котором две его точки A и B остаются неподвижными, а остальные описывают окружности, центры которых лежат на прямой AB , называется вращением вокруг неподвижной прямой. Прямая AB называется осью вращения (ось u). При этом плоскости всех окружностей перпендикулярны оси вращения (рис. 4.1.1). Для описания вращательного движения твердого тела вокруг оси надо задать положение в пространстве оси вращения и угловую скорость тела в каждый момент времени (или закон ее изменения). Напомним, что вектор угловой скорости $\vec{\omega}$ лежит на оси вращения (это аксиальный вектор). Направление его определяется правилом буравчика (правого винта).

Мерой инертности при поступательном движении является масса. Именно от нее зависит быстрота изменения скорости (ускорение) при действии заданной силы. При вращательном движении инертность тела зависит не только от его массы, но и от распределения массы тела относительно оси вращения.

Мерой инертности при вращательном движении является момент инерции. Именно от момента инерции зависит быстрота изменения угловой скорости (угловое ускорение) при действии на тело заданного момента силы.

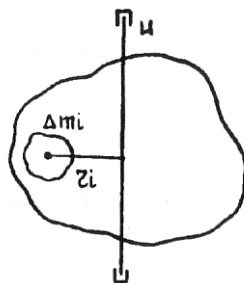


Рис. 4.1.2

Моментом инерции материальной точки m относительно оси u называется физическая величина, равная произведению массы этой точки на квадрат расстояния ее до оси вращения, т.е.

$$J = mr^2.$$

Чтобы вычислить момент инерции тела относительно оси, надо разбить его на элементарные массы Δm_i , вычислить момент инерции каждой из них и сложить, т.е.

$$J_u = \sum \Delta m_i r_i^2.$$

Чтобы вычисление было более точным, необходимо иметь вполне определенные значения r_i для каждой элементарной массы.

А это будет тогда, когда элементарная масса будет бесконечно малой, т.е. будет равна dm . Тогда операция сложения для вычисления J_u заменится интегрированием по всей массе тела. Таким образом,

$$J_u = \int_m dm \cdot r^2.$$

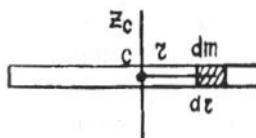


Рис. 4.1.3

Примеры.

1. Вычислим момент инерции тонкого однородного стержня длиной l относительно оси z_c (ось перпендикулярна стержню и проходит через его центр масс C).

$$J_{z_c} = \int_m dm \cdot r^2;$$

$$dm = \rho \cdot s dr \rightarrow J_{z_c} = 2 \int_0^{l/2} \rho s dr \cdot r^2 = 2 \rho s \frac{r^3}{3} \Big|_0^{l/2} = 2 \rho s \frac{l^3}{24} = \frac{1}{12} ml^2.$$

2. Тонкое однородное кольцо. Ось проходит через центр масс C перпендикулярно плоскости кольца.

$$J_{z_c} = \int_m dm r^2 = r^2 \int_m dm = m r^2,$$

где m — масса кольца, r — его радиус.

Аналогичной будет формула и для тонкостенного цилиндра. В случае сплошного цилиндра (диска) $J_{z_c} = \frac{1}{2} m r^2$,

$$\text{для шара: } J_c = \frac{2}{5} m r^2,$$

$$\text{для тонкостенной сферы: } J_c = \frac{2}{3} m r^2.$$

Момент инерции данного тела зависит от положения оси, относительно которой он вычисляется.

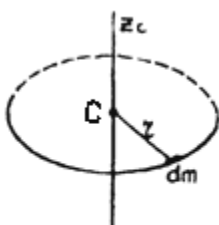


Рис. 4.1.4.

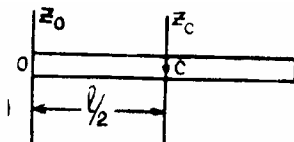


Рис. 4.1.5

Рассмотрим это на примере тонкого однородного стержня (рис. 4.1.5).

Вычислим момент инерции стержня относительно оси z_0 , проходящей через конец стержня, причем $z_0 \perp l$ и $z_0 \parallel z_c$:

$$J_{z_0} = \int_m dm r^2 = \int_0^l \rho \cdot s dr \cdot r^2 = \frac{1}{3} ml^2.$$

Найдем соотношение между J_{z_0} и J_{z_c} .

$$J_{z_0} = \frac{1}{3} ml^2 = \frac{1}{12} ml^2 + \frac{3}{12} ml^2 = J_{z_c} + m d^2,$$

где $d = l/2$ — расстояние между параллельными осями.

Это соотношение имеет общий характер и носит название теоремы Штейнера: *момент инерции тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции этого тела относительно оси, проходящей через центр масс параллельно рассматриваемой, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями.*

§ 4.2. Момент силы. Закон динамики вращательного движения

Пусть имеется твердое тело, способное вращаться вокруг оси O под действием силы $\vec{F}$ (рис. 4.2.1). Вращательная способность силы зависит как от величины и направления силы, так и от точки ее приложения. Например, $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$, но вращательная способность силы $\vec{F}_2$ больше вращательной способности силы $\vec{F}_1$. Вращательная способность силы характеризуется моментом силы.

Момент силы $\vec{F}$ относительно точки O равен векторному произведению радиуса-вектора $\vec{r}$, проведенного из точки O в точку приложения силы, на вектор силы, т.е. $\vec{M}_0 = [\vec{r} \cdot \vec{F}]$ (рис. 4.2.2).

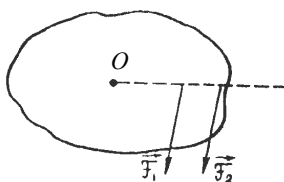


Рис. 4.2.1

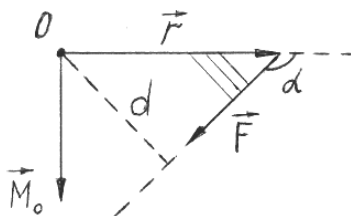


Рис. 4.2.2

Вектор $\vec{M}_0$ перпендикулярен плоскости, задаваемой векторами $\vec{r}$ и $\vec{F}$. Направление $\vec{M}$ совпадает с поступательным движением буравчика, если вращать его по направлению действующей силы (или от первого вектора ко второму). Абсолютная величина $M = F \cdot r \cdot \sin \alpha = F \cdot d$,

где α — угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{F}$,

d — длина перпендикуляра, опущенного из точки O на линию

действия силы. Ее называют плечом силы относительно точки O . Значит, момент силы равен произведению силы на плечо. Нетрудно видеть, что момент силы не изменится при переносе точки приложения силы вдоль линии ее действия. Если на тело действует несколько сил, то главный (резльтирующий) момент системы сил относительно точки O равен геометрической сумме моментов всех сил.

Пусть материальная точка m под действием силы $\vec{F}$ может вращаться около оси u (рис. 4.2.3). Сила $\vec{F}$ лежит в плоскости окружности. Разложим силу $\vec{F}$ на две составляющие: $\vec{F}_r$ (направленную вдоль радиуса) и $\vec{F}_\tau$ (перпендикулярную радиусу). Вращательная способность силы $\vec{F}$ определится только составляющей $\vec{F}_\tau$, т.к. момент силы $\vec{F}_r$ равен нулю и сила $\vec{F}_r$ будет только деформировать связь.

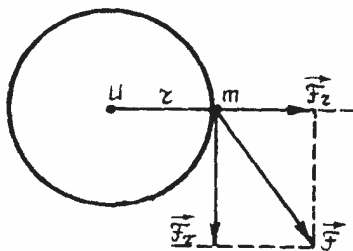


Рис. 4.2.3

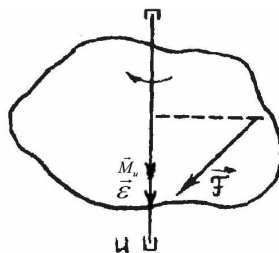


Рис. 4.2.4

По второму закону Ньютона

$$F_\tau = ma_\tau = m\varepsilon r,$$

где a_τ — тангенциальное ускорение,

ε — угловое ускорение. Умножив обе части последнего равенства на r , получим

$$F_\tau \cdot r = M = \varepsilon m r^2,$$

т.е. $M = \varepsilon J$ — момент силы равен произведению момента инерции на угловое ускорение. Это и есть закон динамики (второй закон Ньютона) для вращательного движения материальной точки.

Распространим его на тело (рис. 4.2.4). В результате действия силы $\vec{F}$ все тело получит какое-то угловое ускорение ε (если $M_u \neq 0$). Оно будет одинаковым для всех точек. Тогда

$$M_u = \sum \varepsilon J_k = \varepsilon \sum J_k = \varepsilon J_u,$$

где J_k — момент инерции k -й точки относительно оси u ,

J_u — момент инерции всего тела относительно оси u . Таким образом,

$$M_u = \varepsilon J_u.$$

Это равенство выражает закон динамики вращательного движения твердого тела. Так как момент силы и угловое ускорение — величины векторные, то равенство можно записать в векторной форме:

$$\vec{M}_u = \vec{\varepsilon} J_u.$$

Эта запись показывает, что векторы $\vec{M}_u$ и $\vec{\varepsilon}$ всегда сонаправлены. Если на тело действует несколько сил, то

$$\vec{\varepsilon} J_u = \sum_k \vec{M}_{u_k}.$$

§ 4.3. Момент импульса.

Закон сохранения момента импульса

Под моментом импульса (моментом количества движения) материальной точки m относительно центра O понимается векторная величина, равная векторному произведению радиус-вектора этой точки относительно центра O на вектор ее импульса (рис. 4.3.1). $\vec{L}_0 = [\vec{r} \cdot m\vec{v}]$.

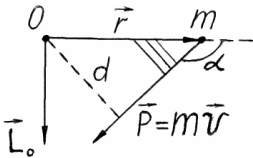


Рис. 4.3.1

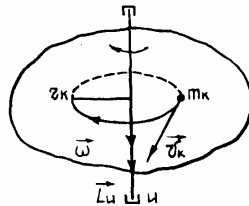


Рис. 4.3.2

Направление вектора $\vec{L}_0$ определится по правилу векторного произведения (см. § 4.2 — правило для вектора момента силы).

Модуль $L_0 = m\vartheta r \cdot \sin \alpha = m\vartheta d$, где d — плечо импульса.

Пусть имеется тело, которое вращается около оси u и с угловой скоростью ω . Тогда каждая материальная точка k будет вращаться около оси u , обладая моментом импульса $\vec{L}_k$:

$$L_k = m_k r_k \vartheta_k = m_k r_k \omega r_k = \omega J_k; \quad \vec{L}_k = \vec{\omega} J_k.$$

Чтобы найти момент импульса тела относительно оси u , надо просуммировать моменты импульсов всех точек, т.е.

$$\vec{L}_u = \sum_k \vec{\omega} J_k = \vec{\omega} \sum_k J_k = \vec{\omega} J_u.$$

Таким образом, *момент импульса тела относительно оси u равен произведению угловой скорости на момент инерции тела относительно этой оси. Направление $\vec{L}_u$ совпадает с направлением $\vec{\omega}$.*

Продифференцировав последнее равенство по времени и учитывая постоянство J_u , получим:

$$\frac{d\vec{L}_u}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{\omega} J_u) = J_u \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\varepsilon} J_u = \vec{M}_u —$$

уравнение моментов, т.е. производная по времени от момента импульса тела относительно оси равна моменту внешних сил, действующих на тело, относительно этой оси.

Если механическая система замкнута, то $\vec{M}_u = 0$. Тогда

$$\frac{d\vec{L}_u}{dt} = 0 \quad \text{и} \quad \vec{L}_u = \text{const.}$$

Момент импульса замкнутой системы есть величина постоянная. Это и есть закон сохранения момента импульса.

Этот закон относится к числу фундаментальных физических законов наряду с законами сохранения энергии и импульса.

Он связан с изотропностью пространства, т.е. с одинаковостью свойств пространства по всем направлениям. Это и приводит к тому, что законы движения замкнутой системы не изменяются при повороте в пространстве этой системы как целого на любой

угол. Закон справедлив и в микромире. $\vec{L}_u = \text{const}$ в незамкнутой системе, если результирующий момент всех сил относительно оси и равен нулю. В этом случае $J_u \omega = \text{const}$. И если, например, у вращающейся системы изменить J_u , то будет изменяться ее угловая скорость.

Закон сохранения момента импульса находит широкое применение в технике: например, задний винт вертолета препятствует вращению корпуса вертолета вокруг оси несущего винта; устойчивость положения вращающегося тела находит свое применение в артиллерии и космонавтике (вращение летящих снарядов и ракет), в авиации и навигации — гироскопас, гирорули, гиропилот, гирогоризонт. Устойчивость вагонов на монорельсовых железных дорогах также обеспечивается за счет гироскопов.

Гироскоп — это массивное однородное тело вращения, способное быстро вращаться относительно одной из осей симметрии (оси инерции). Устойчивость оси вращающегося гироскопа можно показать на гироскопе в кардановом подвесе.

Используют закон сохранения импульса и спортсмены (например, гимнаст, делающий сальто, фигуристы на льду, стремящиеся изменить скорость вращения, и т.п.).

§ 4.4. Кинетическая энергия вращающегося тела. Работа силы при вращательном движении

Пусть твердое тело вращается вокруг неподвижной оси u с угловой скоростью ω . Каждая материальная точка m_i , вращающаяся вокруг оси u , обладает кинетической энергией

$$E_{\kappa_i} = \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{m_i (\omega r_i)^2}{2} = \frac{\omega^2 J_i}{2},$$

где $J_i = m_i r_i^2$ — момент инерции i -й точки относительно оси u .

Кинетическая энергия всего тела (системы) найдется суммированием кинетических энергий всех материальных точек, т.е.

$$E_K = \sum E_{\kappa_i} = \sum \frac{\omega^2 J_i}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum J_i = \frac{J_u \omega^2}{2},$$

где J_u — момент инерции всего тела относительно оси u .

Так как твердое тело недеформируемо, то $\Delta E_{II} = 0$. Постоянной (равной нулю) остается и E_k поступательного движения, поскольку тело вращается вокруг неподвижной оси. Тогда работа сил, приводящих тело во вращение и изменяющих его угловую скорость, полностью будет расходоваться на изменение кинетической энергии вращательного движения, т.е.

$$dA = dE_{\kappa_{\text{вр}}} = d\left(\frac{J_u \omega^2}{2}\right) = J_u \omega \cdot d\omega.$$

Поскольку $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$, запишем последнее равенство так:

$$dA = J_u \omega dt \cdot \varepsilon = M_u \cdot d\varphi, \quad (1)$$

где M_u — момент внешних сил относительно оси u ,

$d\varphi$ — угол поворота тела под действием момента сил.

Чтобы найти полную работу, нужно равенство (1) проинтегрировать от φ_1 до φ_2 . Таким образом,

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_u d\varphi;$$

если $M_u = \text{const}$, то

$$A = M_u \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = M_u (\varphi_2 - \varphi_1) = M_u \Delta\varphi.$$

Для более легкого усвоения основных соотношений кинематики и динамики поступательного и вращательного движения есть смысл их сопоставить и свести в единую таблицу (см. табл. 4.4.1).

Таблица 4.4.1

Поступательное движение	Вращательное движение
линейное перемещение $\vec{dr}$	угловое перемещение $\vec{d\varphi}$
линейная скорость $\vec{v} = \frac{\vec{dr}}{dt}$	угловая скорость $\vec{\omega} = \frac{\vec{d\varphi}}{dt}$
линейное ускорение $\vec{a} = \frac{\vec{dv}}{dt}$	угловое ускорение $\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{d\omega}}{dt}$
масса m	момент инерции J

Поступательное движение	Вращательное движение
сила $\vec{F}$	момент силы $\vec{M}$
импульс (кол-во движения) $\vec{P} = m\vec{v}$	момент импульса $\vec{L} = J\vec{\omega}$
второй закон Ньютона $\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = m\vec{a}$	$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = J\vec{\epsilon}$
кинетическая энергия $E_k = \frac{mv^2}{2}$	$E_k = \frac{J\omega^2}{2}$
работа $dA = F_s ds$	$dA = M_u \cdot d\varphi$

контрольные вопросы

1. Что такое вращательное движение твердого тела?
2. Что характеризует момент инерции тела? Как его вычислить? Вспомните формулы для вычисления моментов инерции стержня, диска, цилиндра, обруча, шара, сферы относительно оси вращения, проходящей через центр масс.
3. Что характеризует момент силы? Как направлен вектор момента силы? Чему равен его модуль?
4. Запишите формулу закона динамики вращательного движения твердого тела.
5. Что такое момент импульса? Чему равен момент импульса вращающегося тела относительно оси вращения? Как направлен вектор момента импульса?
6. Сформулируйте закон сохранения момента импульса. Приведите примеры его проявления.
7. Как вычислить кинетическую энергию вращающегося тела?
8. Чему равна работа силы при вращательном движении?

Глава 5

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

§ 5.1. Колебательное движение.

Гармонические колебания и их характеристики

Колебательным движением или колебаниями называется такое движение, которое обладает той или иной степенью повторяемости. Качания маятника, колебания струны или ножек камертона, биение сердца, дыхание, волнение водной поверхности, звук, свет — все это примеры колебательных движений.

Если состояние движения повторяется через равные промежутки времени, то колебания называются периодическими.

Интервал времени между двумя смежными одинаковыми состояниями называется периодом (T), т.е. $f(t) = f(t + T)$. Другими словами, *период — это время одного полного колебания.*

Колебания широко распространены в природе и технике. Они могут играть как положительную, так и отрицательную роль (колебательные процессы в радиотехнике — электромагнитные колебания, переменный ток; в акустике — звук, вибрация корпуса самолета, вибрация мостов).

Свободные колебания — это такие колебания, которые происходят в системе, предоставленной самой себе, после того, как она приведена в колебательное движение.

Вынужденные колебания — это колебания под влиянием переменных внешних воздействий (например, колебания силы тока в цепи при действии переменной ЭДС, колебания маятника часов и т.д.).

Простейшими из периодических колебаний являются гармонические. Это колебания, которые происходят по закону синуса или косинуса (например, колебания математического и пружинного маятников).

Изучение гармонических колебаний представляет большой интерес по следующим причинам:

1. Очень многие колебания в природе и технике близки к гармоническим.

2. Различные периодические процессы могут быть представлены как наложение нескольких гармонических колебаний.

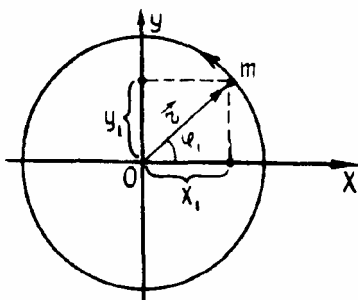


Рис. 5.1.1

Для написания уравнения гармонического колебания рассмотрим равномерное движение материальной точки по окружности. При этом проекции материальной точки на осях X и Y будут совершать периодические колебания около положения равновесия O .

Найдем закон этих колебаний. Пусть при $t = 0$, $x = |\vec{r}| = A$, $y = 0$; при $t = t_1$ радиус-вектор $\vec{r}$ повернется на угол $\varphi_1 = \omega t_1$. Тогда

$$x_1 = A \cos \omega t_1; \quad y_1 = A \sin \omega t_1.$$

При $t = t_2$ $x_2 = A \cos \omega t_2$; $y_2 = A \sin \omega t_2$ и т.д. X и y называются смещениями материальной точки от положения равновесия и, как видно, будут изменяться по закону гармонических колебаний. Наибольшее смещение от положения равновесия называется амплитудой колебания A . Угловая скорость материальной точки ω в случае колебаний называется циклической (круговой) частотой, $\varphi = \omega t$ — фаза колебаний: она определяет положение колеблющейся системы в любой момент времени. В общем случае $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$, где φ_0 — начальная фаза, т.е. фаза при $t = 0$.

На основании определения периода колебания можно записать, что $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Величина $\nu = \frac{1}{T}$, дающая число колебаний в единицу времени, называется линейной частотой. Как видно, $\omega = 2\pi\nu$. Можно показать, что малые колебания, которые будет

совершать шарик на нити, если его вывести из положения равновесия (математический маятник), или грузик на пружине (пружинный маятник), подчиняются законам синуса или косинуса, т.е.

$$x = A \cos \omega t \text{ или } x = A \sin \omega t.$$

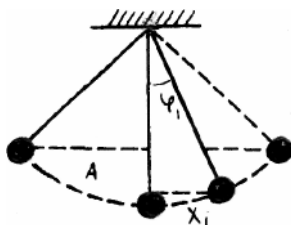


Рис. 5.1.2

Выбор функции синуса или косинуса зависит от начальных условий.

Пусть $\varphi_0 = 0$. Если при $t = 0$ и $x = 0$, то это закон синуса. Действительно,

$$x = A \sin \omega t = A \sin 0 = 0.$$

Если же при $t = 0$ $x = A$, то это закон косинуса:

$$x = A \cos \omega t = A \cos 0 = A.$$

Нетрудно видеть, что в первом случае за колеблющейся точкой начинают следить, когда она проходит положение равновесия, во втором — когда она находится в крайнем положении.

Переход от одного закона к другому производится по формулам приведения.

§ 5.2. Кинематика и динамика гармонических колебаний

Пусть материальная точка совершает гармонические колебания по закону

$$x = A \sin \omega t. \quad (1)$$

Найдем скорость колеблющейся точки в любой момент времени. Для этого надо взять первую производную от смещения по времени, т.е.

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d(A \sin \omega t)}{dt} = A \omega \cos \omega t. \quad (2)$$

Взяв первую производную от скорости, найдем ускорение:

$$a = \frac{d\dot{y}}{dt} = \frac{d(A\omega \cos \omega t)}{dt} = -A\omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 x. \quad (3)$$

Уравнения (1), (2), (3) являются кинематическими уравнениями гармонических колебаний. Из них видно, что наибольшее (амплитудное) значение скорости $\dot{y}_{\max} = A\omega$, когда $\omega t = 0 \pm n\pi$, т.е. когда точка проходит положение равновесия. $\dot{y} = 0$, когда $\omega t = \frac{\pi}{2} \pm n\pi$, т.е. когда точка находится в крайних положениях (n — целое число).

Ускорение максимально ($a_{\max} = \omega^2 A$) когда $x = A$, т.е. в крайних положениях, и $a = 0$ при $x = 0$, т.е. когда точка проходит положение равновесия.

Знак «минус» в выражении для ускорения означает, что оно направлено всегда к положению равновесия, т.к. смещение всегда отсчитывается от положения равновесия.

Найдем по второму закону Ньютона силу, под действием которой материальная точка совершает гармонические колебания:

$$F = ma = -m\omega^2 x = -kx$$

— это динамическое уравнение гармонических колебаний.

Обратим внимание в последнем уравнении на следующие моменты:

1. Сила при гармонических колебаниях всегда направлена к положению равновесия, поэтому она и называется возвращающей силой.

2. Гармонические колебания происходят под действием силы, пропорциональной смещению. Этому условию удовлетворяют, например, упругие силы. Силы, не являющиеся по своей природе упругими, но удовлетворяющие этому условию, называются квазиупругими (похожими на упругие).

Коэффициент $k = m\omega^2$ называется коэффициентом возвращающей силы. Следовательно,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{и} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Заметим, что динамическое уравнение гармонических колебаний — это дифференциальное уравнение второго порядка:

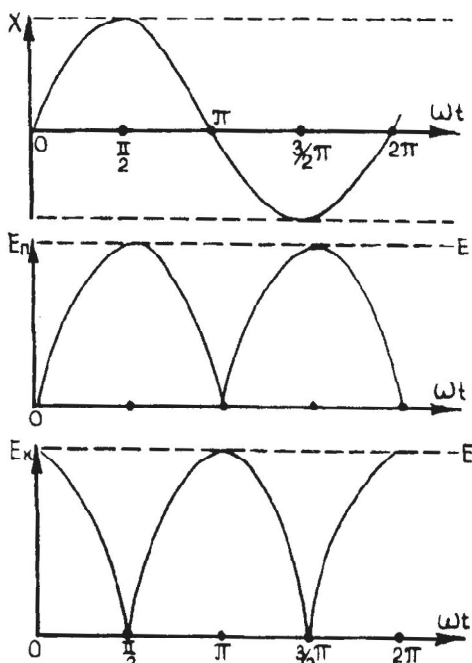
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0.$$

Его решение и есть уравнение гармонического колебания.

§ 5.3. Энергия гармонических колебаний

Пусть материальная точка совершает свободные гармонические колебания и пусть в системе отсутствуют силы трения и рассеяние энергии. $E = E_k + E_n$ — полная механическая энергия колеблющейся материальной точки. Найдем выражение для E_k и E_n . При $x = A \sin \omega t$, $\dot{x} = A \omega \cos \omega t$. Тогда

$$E_k = \frac{m \dot{x}^2}{2} = \frac{mA^2 \omega^2 \cos^2 \omega t}{2} = \frac{kA^2 \cos^2 \omega t}{2}.$$



Так как возвращающаяся сила, как и упругая, прямо пропорциональна смещению, то

$$E_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2 \sin^2 \omega t}{2}.$$

$$\text{Тогда } E = E_k + E_n = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2}.$$

Из последнего равенства видно, что полная механическая энергия системы, совершающей гармонические колебания, при отсутствии сил трения и рассеяния энергии не зависит от времени и остается величиной постоянной.

Рис. 5.3.1.

При $x=0$ ($\varphi=0$, точка проходит положение равновесия) скорость максимальна и равна $A\omega$. Тогда $E_k = \frac{kA^2}{2} = E$, т.е. вся механическая энергия представлена в виде кинетической энергии.

При $x=A$ ($\varphi=\pi/2$, точка находится в крайних положениях) $\dot{x}=0$, $E_k=0$, $E_n = \frac{kA^2}{2} = E$, т.е. вся механическая энергия представлена в виде потенциальной.

Таким образом, при гармонических колебаниях происходит переход кинетической энергии в потенциальную и обратно.

Но если период смещения, скорости и ускорения $T = \frac{2\pi}{\omega}$ (период синуса и косинуса — 2π), то период изменения энергии будет $T' = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega}$ (период $\sin^2 \varphi$ и $\cos^2 \varphi$ равен π). То есть за одно колебание энергия дважды перейдет из кинетической в потенциальную и обратно (рис. 5.3.1).

Частота изменения энергии будет 2ω (2ν). На рисунке 5.3.1 представлены графики колебания $x = A \sin \omega t$, изменения потенциальной энергии $E_n = \frac{kA^2}{2} \sin^2 \omega t$ и изменения кинетической энергии $E_k = \frac{kA^2}{2} \cos^2 \omega t$.

Из рисунка видно, что сдвиг фаз в изменении кинетической и потенциальной энергии равен $\pi/2$.

§ 5.4. Простейшие колебательные системы и периоды их колебаний

1. *Математический маятник — это идеализированная система, состоящая из невесомой и нерастяжимой нити, на которой подвешена материальная точка.* Практически математический маятник представляет собой тело, подвешенное на легкой нити, длина которой $l \gg r$ — размеров тела, а $m_T \gg m_H$. Рассмотрим

свободные колебания математического маятника, отклоненного от положения равновесия на небольшой угол. Результирующая силы тяжести $\vec{F}_T$ и силы натяжения $\vec{F}_H$ является возвращающей силой $F = -mg \sin \varphi$. Так как $\sin \varphi = \frac{x}{l}$, то возвращающая сила

$$F = -mg \frac{x}{l} = -kx, \text{ и ее можно считать квазиупругой, где } k = \frac{mg}{l}.$$

Следовательно, малые колебания математического маятника можно считать гармоническими с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{mg}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Как видно, период таких колебаний не зависит от их амплитуды, а определяется длиной математического маятника и ускорением свободного падения.

2. Пружинный маятник. В этом случае на тело действует результирующая упругая сила $F = -kx$, где x — удлинение (сжатие) пружины, k — коэффициент ее жесткости, т.е. сила, удлиняющая пружину на единицу длины (например, $k = \frac{F_T}{\Delta l}$). Тогда

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

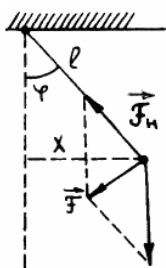


Рис. 5.4.1

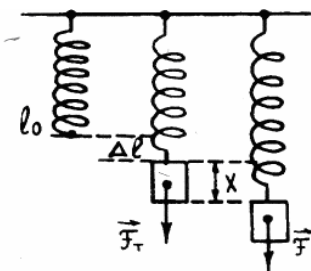


Рис. 5.4.2

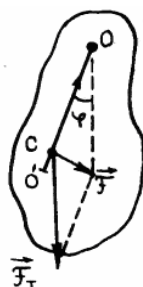


Рис. 5.4.3

3. Физический маятник — это твердое тело, способное совершать под действием силы тяжести свободные колебания вокруг неподвижной оси, не проходящей через центр масс тела.

Составляющая силы тяжести, возвращающая маятник в положение равновесия, будет равна:

$$F = -mg \sin \varphi .$$

Так как $\sin \varphi = \frac{x}{l_c}$, то $F = -mg \frac{x}{l_c}$.

Таким образом, возвращающая сила пропорциональна смещению, значит, колебания маятника будут гармоническими. Момент возвращающей силы

$$M = Fl_c = -mgx . \quad (1)$$

С другой стороны, согласно основному закону динамики вращательного движения,

$$M = J_0 \varepsilon ,$$

где J_0 — момент инерции тела относительно оси O ,
 ε — угловое ускорение.

Учитывая, что $\varepsilon = \frac{a}{l_c}$ и $a = -\omega^2 x$, получим:

$$M = -J_0 \frac{\omega^2 x}{l_c} . \quad (2)$$

Приравнявая выражения (1) и (2), находим:

$$\omega^2 = \frac{mgl_c}{J_0} .$$

Следовательно,

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl_c}{J_0}} .$$

Тогда период колебаний физического маятника определится выражением:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{J_0}{mgl_c}} . \quad (3)$$

Из этой формулы легко получить формулу для периода колебаний математического маятника. Для математического маятника

$$J_0 = ml_c^2 = ml^2 \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} .$$

§ 5.5. Сложение одинаково направленных гармонических колебаний

Пусть имеются два гармонических колебания, происходящие вдоль одной прямой, с одинаковой частотой. Их уравнения:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{01}); \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{02}),$$

где φ_{01} и φ_{02} — начальные фазы соответственно первого и второго колебаний. Найдём результирующее движение.

Сложение таких колебаний удобно выполнить методом векторных диаграмм. Суть этого метода состоит в том, что любое гармоническое колебание можно представить как результат равномерного вращения вектора амплитуды около некоторой точки O , являющейся началом опорной линии — оси X (рис. 5.5.1).

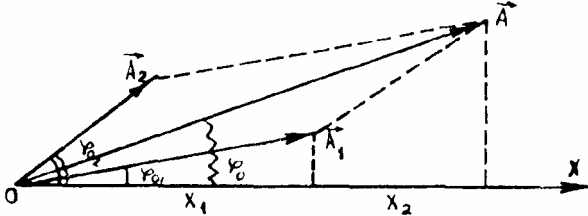


Рис. 5.5.1

Чтобы найти результирующее смещение, надо сложить x_1 и x_2 .

Из рисунка 5.5.1 видно, что величина $x = x_1 + x_2$ может быть найдена как проекция на ось вектора $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$. Следовательно, результирующее колебание может быть представлено как результат равномерного вращения вектора $\vec{A}$ около той же точки O .

Поскольку оба вектора $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$ вращаются вокруг точки O с одной и той же угловой скоростью ω (ω — циклическая частота гармонических колебаний), то вектор $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$ будет вращаться с той же самой угловой скоростью ω . *Значит, результирующее колебание будет гармоническим с той же самой циклической частотой и будет происходить вдоль той же прямой.* Таким образом,

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где A — амплитуда результирующего колебания,

φ_0 — его начальная фаза. Из рисунка 5.5.1 видно, что

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}),$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}.$$

Из выражения для амплитуды следует, что она зависит от величин A_1 и A_2 и разности фаз $\Delta\varphi = \varphi_{02} - \varphi_{01}$. Если $\Delta\varphi = 0$ (или равно целому числу 2π), то $A = A_1 + A_2$; при $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ (или нечетному числу $\frac{\pi}{2}$) $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$; при $\Delta\varphi = \pi$ (или нечетному числу π) $A = |A_1 - A_2|$.

§ 5.6. Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний

Пусть материальная точка одновременно участвует в двух одинаковых по частоте гармонических колебаниях, одно из которых происходит по оси X , другое — по оси Y . И пусть эти колебания описываются уравнениями

$$x = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{01}); \quad y = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{02}).$$

Для нахождения уравнения траектории результирующего колебания из данных уравнений надо исключить время.

После ряда алгебраических преобразований уравнение траектории результирующего колебания может быть записано в таком виде:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2} \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = \sin^2(\varphi_{02} - \varphi_{01}).$$

Это уравнение эллипса, оси которого повернуты относительно координатных осей X и Y . Ориентация эллипса и величина его полуосей довольно сложным образом зависят от амплитуд A_1 и A_2 и от разности начальных фаз складываемых колебаний. Но во всех случаях эллипс будет вписан в прямоугольник со сторонами $2A_1$ и $2A_2$. Рассмотрим частные случаи.

$$1) \quad \Delta\varphi = \varphi_{02} - \varphi_{01} = (2m+1)\frac{\pi}{2}, \quad \text{где } m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

(т.е. $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi; \frac{5}{2}\pi$). В этом случае уравнение результирующего колебания примет такой вид:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1.$$

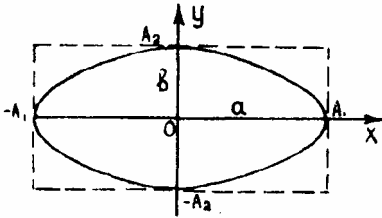


Рис. 5.6.1

Это уравнение эллипса, полуоси которого совпадают с осями координат, размеры его полуосей равны амплитудам A_1 и A_2 , центр эллипса совпадает с началом координат.

Такое колебание называется эллиптически поляризованным.

Если $A_1 = A_2 = A$, то эллипс вырождается в окружность и колебание оказывается поляризованным по кругу. За время, равное периоду $T = \frac{2\pi}{\omega}$, материальная точка описывает этот эллипс. Направление ее движения по эллипсу зависит от разности фаз. Пусть

$$x = A_1 \cos \omega t; \quad y = A_2 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Тогда

$$y = A_2 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -A_2 \sin \omega t.$$

При $t = 0$ $x = A_1$, $y = 0$. С ростом t x будет уменьшаться, а y становится отрицательной величиной, т.е. материальная точка движется по эллипсу по часовой стрелке.

$$\text{Если } \Delta\varphi = \frac{3}{2}\pi, \text{ то } y = A_2 \cos\left(\omega t + \frac{3}{2}\pi\right) = A_2 \sin \omega t.$$

При $t = 0$ $x = A_1$, $y = 0$. С ростом t x будет уменьшаться, а y увеличиваться, т.е. материальная точка движется по эллипсу против часовой стрелки.

2) $\Delta\varphi = m\pi$, где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

В этом случае уравнение результирующего колебания будет таким:

$$\frac{x}{A_1} \pm \frac{y}{A_2} = 0 \text{ или } y = \pm \frac{A_2}{A_1} x.$$

Это уравнение прямой, проходящей через начало координат. Прямая будет расположена в первом и третьем квадрантах, если в уравнении будет знак «+» (это соответствует разности фаз $0, 2\pi, 4\pi$, т.е. четному числу m). При нечетном m прямая будет расположена во второй и четвертой четвертях. Такие колебания называются линейно поляризованными. Их амплитуда определится выражением $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$, результирующее смещение

$$s = \sqrt{x^2 + y^2} = A \cos \omega t.$$

Если складываются гармонические взаимно перпендикулярные колебания с циклическими частотами $p\omega$ и $q\omega$, где p и q — целые числа, то траекторией результирующего колебания будут сложные замкнутые кривые, называемые фигурами Лиссажу. Форма их зависит от амплитуд, частот и начальных фаз складываемых колебаний. Фигуры Лиссажу очень удобно наблюдать на осциллографе.

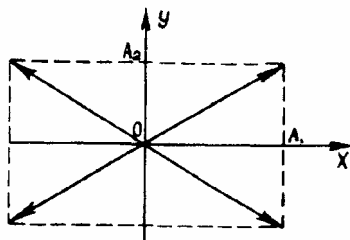


Рис. 5.6.2

§ 5.7. Затухающие колебания

Если в среде, где происходят колебания, отсутствуют силы сопротивления (трения) и колеблющаяся система не возбуждает в ней волн, то механическая энергия системы остается постоянной, а колебания происходят с неизменной амплитудой и собственной частотой ω_0 . Такие колебания называются свободными незатухающими или собственными. Они подчиняются закону

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \text{ и описываются уравнением } x = A \sin \omega_0 t,$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.$

Однако свободные колебания реальных систем всегда затухают. Это обусловлено главным образом наличием сил трения и возбуждением в окружающей среде волн. При этом энергия системы, совершающей свободные колебания, уменьшается, а значит, уменьшается и амплитуда колебаний. *Ослабление колебаний с течением времени называется затуханием, а сами колебания называются затухающими.*

Закон затухания колебаний зависит от свойств колебательной системы и свойств среды.

Мы будем рассматривать только линейные колебательные системы. Это такие системы, свойства которых не изменяются в процессе колебаний. Например, пружинный маятник, колеблющийся в вязкой среде, будет линейной системой, если коэффициент вязкости среды и упругость пружины не зависят от скорости и смещения маятника.

Будем полагать, что скорость колеблющейся системы невелика и сила сопротивления пропорциональна скорости, т.е.

$$F_c = -r\dot{x} = -r \frac{dx}{dt},$$

где r — коэффициент сопротивления среды.

Тогда динамическое уравнение этих колебаний можно записать так:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt}.$$

Это линейное дифференциальное уравнение второго порядка. Решение этого уравнения (уравнение свободных затухающих колебаний) будет иметь такой вид:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cdot \sin \omega t,$$

где $A_0 e^{-\beta t}$ — амплитуда колебаний в данный момент времени,

A_0 — их амплитуда в начальный момент времени,

$\beta = \frac{r}{2m}$ — коэффициент (показатель) затухания,

e — основание натуральных логарифмов ,

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ — циклическая частота затухающих колебаний.

Как видно, амплитуда затухающих колебаний уменьшается с течением времени по закону экспоненты: $A_t = A_0 e^{-\beta t}$.

Период свободных затухающих колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$

будет больше периода собственных колебаний $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$.

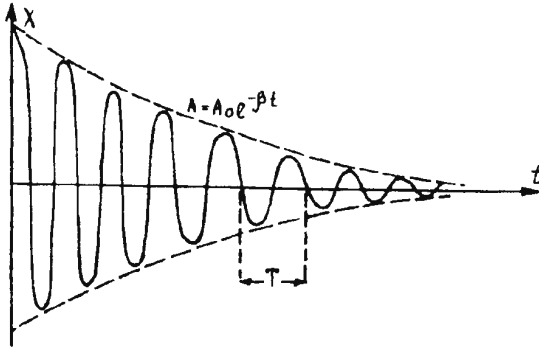


Рис. 5.7.1

На рисунке 5.7.1 показан график затухающих колебаний. Найдем отношение значений двух амплитуд A_t и A_{t+T} , отстоящих друг от друга на период.

$$\frac{A_t}{A_{t+T}} = \frac{A_0 e^{-\beta T}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T},$$

$\ln \frac{A_t}{A_{t+T}} = \ln e^{\beta T} = \beta T = \delta$ называется *логарифмическим декрементом затухания*. Поясним физический смысл β и δ .

Пусть за время τ амплитуда колебаний уменьшается в e раз. Тогда $\frac{A_t}{A_{t+\tau}} = e^{\beta \tau} = e$.

Следовательно, $\beta \tau = 1$; $\beta = \frac{1}{\tau}$.

Время τ называют временем релаксации. Значит, коэффициент затухания есть величина, обратная времени релаксации.

Пусть N_τ — число колебаний, совершаемых системой за время релаксации.

$$\text{Тогда } \tau = N_\tau T; \quad \delta = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_\tau}.$$

Следовательно, *логарифмический декремент затухания δ есть величина, обратная числу колебаний N_τ , после совершения которых амплитуда убывает в e раз.*

Если показатель затухания

$$\beta = \frac{r}{2m} \text{ велик (велик } r \text{ — коэф-}$$

фициент сопротивления), то колебания будут аperiodическими. В этом случае $T \rightarrow \infty$ и система медленно возвращается (рис. 5.7.2) к положению равновесия. Значение r для этого случая можно найти

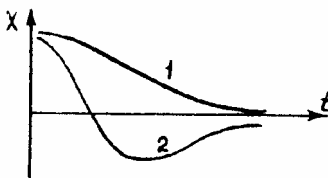


Рис. 5.7.2

из формулы $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$ при условии, что $T \rightarrow \infty$, т.е.

$$\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2} \rightarrow 0.$$

Таким образом, при $r = 2\sqrt{km}$ колебания происходить не будут.

§ 5.8. Вынужденные колебания. Резонанс

Для того чтобы в реальных условиях колебания были незатухающими, их энергию надо периодически пополнять, действуя, например, периодически изменяющейся силой. Такие колебания называются вынужденными, а переменная внешняя сила, приложенная к системе, называется вынуждающей (возмущающей) силой.

Пусть вынуждающая сила изменяется по гармоническому закону

$$F = F_0 \sin \omega t.$$

Тогда динамическое уравнение вынужденных колебаний запишется так:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt} + F_0 \sin \omega t. \quad (1)$$

Оказывается, что *вынужденные колебания будут происходить по закону вынуждающей силы и с ее частотой*. Решение данного дифференциального уравнения можно записать в виде

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (2)$$

где A — амплитуда вынужденных колебаний, φ_0 — их начальная фаза (сдвиг фаз между смещением и вынуждающей силой).

Для нахождения амплитуды A и сдвига фаз φ_0 надо решение (2) подставить в уравнение (1). После соответствующих преобразований получим:

$$A = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad (3)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = -\frac{2\beta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (4)$$

где ω_0 — собственная частота,

β — коэффициент затухания.

Из приведенных выражений следует:

1) амплитуда вынужденных колебаний пропорциональна амплитуде вынуждающей силы и зависит, как и сдвиг фаз, от соотношения между циклической частотой ω вынуждающей силы и частотой собственных колебаний ω_0 , а также от β ;

2) вынужденные колебания отстают по фазе от вынуждающей силы (см. (2), (4)).

Исследуем зависимость амплитуды A и сдвига фаз от соотношения частот ω и ω_0 . Будем полагать, что коэффициент затухания $\beta \rightarrow 0$.

1. Пусть $\omega \ll \omega_0$, т.е. вынуждающая сила является практически величиной постоянной ($\omega \rightarrow 0$). Тогда

$$A \approx \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2)^2}} = \frac{F_0}{m \omega_0^2} = \frac{F_0}{k} = A_0,$$

т.е. амплитуда колебаний равна статическому смещению под действием постоянной силы, равной амплитудному значению вынуждающей силы;

$$\operatorname{tg} \varphi_0 \rightarrow -0, \text{ т.е. } \varphi_0 \rightarrow -0.$$

2. По мере увеличения ω A растет. И если $\beta=0$, то при $\omega=\omega_0$, $A \rightarrow \infty$. Но так как $\beta \neq 0$, хотя и малая величина, то амплитуда A будет большой, но конечной величиной, и будет иметь максимальное значение, когда знаменатель в (3) будет минимальным.

Резкое возрастание амплитуды вынужденных механических колебаний при приближении циклической частоты вынуждающей силы к собственной частоте системы называется явлением механического резонанса.

Для нахождения резонансной частоты ω_p возьмем производную от знаменателя в выражении (3) и приравняем ее к нулю. Получим:

$$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

При $\beta \rightarrow 0$, $\omega_p \approx \omega_0$;

$$A_p = \frac{F_0}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}; \operatorname{tg} \varphi_0 \rightarrow -\infty, \varphi_0 \rightarrow -\frac{\pi}{2}.$$

3. Если $\omega \gg \omega_0$, то $A \approx \frac{F_0}{m\omega^2} \rightarrow 0$, $\operatorname{tg} \varphi \rightarrow 0$, $\varphi_0 \rightarrow -\pi$.

На рисунке 5.8.1 показана зависимость амплитуды A вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы при различных значениях коэффициента затухания β . Это амплитудные резонансные кривые.

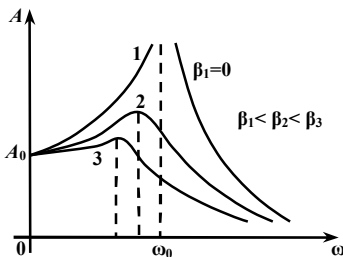


Рис. 5.8.1

Из рисунка видно, что чем меньше β , тем больше будет при прочих равных условиях $A_{рез}$ и тем ярче выражено явление резонанса (более резкое нарастание и убывание амплитуды вблизи резонансной частоты). При $\omega \rightarrow 0$ все кривые стремятся к одному и

тому же значению $A_0 = \frac{F_0}{k}$. Если $\omega \rightarrow \infty$, то все кривые асимптотически стремятся к нулю.

Явление резонанса необходимо учитывать при конструировании различных машин, видов транспорта и сооружений. Недопустимо, чтобы собственная частота вибрации, например, корпуса корабля или крыла самолета была близка к частоте колебаний, возникающих от работы двигателя.

Собственная частота различных архитектурных сооружений должна значительно отличаться от частоты возможных внешних воздействий на них.

В то же время явление резонанса часто оказывается полезным, например, в радиотехнике, акустике, при создании различных музыкальных инструментов и т.д.

§ 5.9. Образование и распространение волн.

Принцип Гюйгенса

Если тело колеблется в упругой среде, то его колебания будут передаваться частицам среды и распространяться в ней. Аналогичная картина будет, если колебательные движения будет совершать какая-то частица среды.

Упругими или механическими волнами называются механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде.

Тело, которое вызывает эти возмущения, называется источником волн. Распространение в среде упругих волн не приводит к переносу вещества. Частицы среды совершают вынужденные колебания около положений равновесия. *Если частицы среды колеблются в направлении распространения волны, то волна называется продольной. Если же колебания частиц перпендикулярны направлению распространения волны, то волна называется поперечной.*

Упругие продольные волны могут распространяться в средах, обладающих объемной упругостью (упругость относительно сжатия). Этим свойством обладают все среды: твердые, жидкие и газообразные. Вот почему продольная звуковая волна, например, может распространяться в любых средах.

Поперечные же волны связаны с деформацией сдвига, поэтому могут распространяться в средах, обладающих упругостью относительно этой деформации (упругость формы). Такими свойствами обладают только твердые тела.

Особое место занимают поверхностные волны, например, волны на поверхности жидкости. В образовании и распространении этих волн большую роль играют силы поверхностного натяжения и силы тяжести. Частицы в этих волнах совершают одновременно и продольные, и поперечные колебания.

Геометрическое место точек, колеблющихся в одной фазе, называется волновой (фазовой) поверхностью или фронтом волны, если это крайняя волновая поверхность.

Если среда однородна и изотропна, то волновые поверхности перпендикулярны направлению распространения волны.

Если волновые поверхности представляют собой совокупность параллельных друг другу плоскостей (Π_1, Π_2, Π_3), то волна называется плоской (рис. 5.9.1а).

В сферической волне волновые поверхности имеют вид концентрических сфер. Центр этих сфер является центром волны (рис. 5.9.1б). Такие волны могут возбуждаться в однородной изотропной среде уединенным точечным источником.

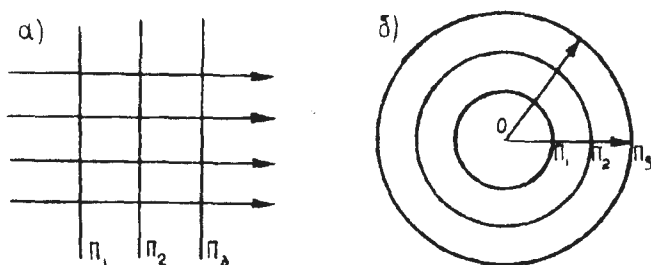


Рис. 5.9.1

Пусть в точке O (рис. 5.9.2) имеется источник, совершающий гармонические колебания по закону

$$y = A \sin \omega t.$$

Запишем уравнение колебаний в точке B , отстоящей от источника на расстоянии x . Колебания в точке B будут отставать от колебаний в точке O на время

$$t' = \frac{x}{g},$$

где g — скорость распространения колебаний (скорость волны). Если не учитывать затухания, то колебания в точке B будут происходить по закону

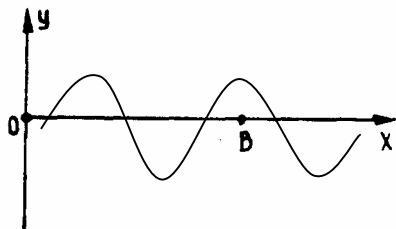


Рис. 5.9.2

$$y_B = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{g} \right). \quad (1)$$

Это уравнение плоской синусоидальной волны. Учитывая, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$, уравнение (1) можно записать в другой форме:

$$y = A \sin \left(\omega t - \frac{2\pi x}{Tg} \right) = A \sin \left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \right) = A \sin (\omega t - kx), \quad (2)$$

где $\lambda = g \cdot T$ — длина волны, т.е. расстояние, проходимое волной за один период, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число.

В плоской волне поверхность фронта неизменна, поэтому, если не учитывать сил трения, амплитуда колебаний будет неизменной. Что же касается сферической волны, то с течением времени площадь фронта увеличивается. Если радиус сферы растет по закону $r = gt$, то поверхность сферы будет пропорциональна r^2 ; ($s \sim r^2$).

Это приведет к тому, что энергия волны будет распределяться на все большую поверхность, а значит, через единичную площадку будет переноситься все меньшая энергия, т.е. интенсивность колебаний будет уменьшаться. Уменьшение энергии колебаний приведет к уменьшению их амплитуды.

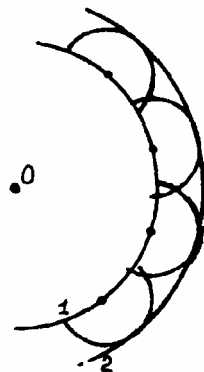


Рис. 5.9.3

Можно показать, что $A \sim \frac{1}{r}$. Тогда уравнение синусоидальной сферической волны от точечного источника можно записать так:

$$y = \frac{A_0}{r} \sin(\omega t - kr),$$

где A_0 — величина, численно равная амплитуде колебаний на единичном расстоянии от центра волны.

В 1690 г. Х.Гюйгенс сформулировал геометрический принцип для нахождения фронта волны в любой момент времени $t + \Delta t$, если известно положение фронта в момент t и скорость распространения волн в данной среде. Суть этого принципа: *каждую точку среды, до которой дошла волна, можно рассматривать как новый источник сферических волн.*

Таким образом, если известен фронт волны в момент времени t_1 , то для нахождения фронта в момент времени t_2 надо из точек фронта 1 построить сферы радиусом $r = v(t_2 - t_1)$ и провести их огибающую. Она и будет новым фронтом волны (рис. 5.9.3).

§ 5.10. Интерференция и дифракция волн

Источники механических колебаний называются когерентными, если они колеблются с одинаковой частотой. Волны от когерентных источников тоже будут когерентными.

Явление, возникающее при наложении когерентных волн и состоящее в их усилении или ослаблении в разных точках среды, называется интерференцией.

Как показывает опыт, интерферировать могут только когерентные волны, которые распространяются вдоль одного или близких направлений. Пусть O_1 и O_2 — два когерентных источника, т.е. $\omega_1 = \omega_2$, совершающие колебания по гармоническому закону (рис. 5.10.1). Найдём результирующее колебание в точке B , отстоящей от O_1 на расстоянии x_1 и от O_2 — на расстоянии x_2 . Запишем уравнения волн в точке B от O_1 и O_2 .

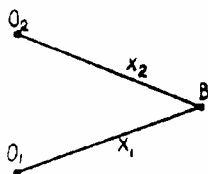


Рис. 5.10.1

$$y_1 = A_1 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x_1}{\lambda}\right);$$

$$y_2 = A_2 \sin(\omega t - \frac{2\pi x_2}{\lambda}).$$

Результирующее колебание (см. § 5.5) можно записать так:

$$y = A \sin(\omega t + \varphi_0);$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}),$$

где φ_{01} — начальная фаза первого колебания в точке B ,

φ_{02} — начальная фаза второго колебания в точке B .

Амплитуда результирующего колебания в точке B будет зависеть от разности фаз

$$\Delta\varphi = \varphi_{02} - \varphi_{01} = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x,$$

где Δx — разность хода. Если $\Delta\varphi = 2\pi m$, где $m = 0, 1, 2, 3..$, то $A = A_1 + A_2$, что будет означать усиление колебаний (интерференционный максимум). Из условия максимума $\Delta\varphi = 2\pi m = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$

следует, что $\Delta x = m\lambda$. *Значит, колебания в данной точке будут усиливать друг друга, если разность хода волн от источников до этой точки равна целому числу длин волн.* Если $A_1 = A_2$, то $A = 2A_1$, а энергия колебаний, поскольку она пропорциональна квадрату амплитуды, будет равна учетверенной энергии каждого колебания ($E = 4E_1$). Если $\Delta\varphi = (2m + 1)\pi$ — нечетное число π , то $\cos \Delta\varphi = -1$ и $A = |A_1 - A_2|$. Это условие минимума. Оно выполняется во всех точках, для которых $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = (2m + 1)\pi$, или

$\Delta x = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$, т.е. *разность хода равна нечетному числу длин*

полуволн. Если амплитуды равны ($A_1 = A_2$), то в минимумах $A = 0$ и $E = 0$.

Таким образом, при интерференции происходит перераспределение энергии. Если разность фаз колебаний, приходящих в данную точку, изменяться со временем не будет, то интерференционная картина будет устойчивой. Если же разность фаз колебаний будет со временем изменяться (а это может быть, если $\omega_1 \neq \omega_2$, т.е. если

источники некогерентны или если x_1 и x_2 с течением времени будут меняться), то интерференция наблюдаться не будет. Будет просто происходить суперпозиция (наложение) некогерентных волн.

Чтобы понять явление дифракции, проведем следующий опыт. На пути волны, распространяющейся в воде, поставим преграду с отверстием. Мы увидим, что после прохождения отверстия волна отклонится от прямолинейного направления (рис. 5.10.2). Если на пути волны поставить преграду, то волна, исказившись на преграде, затем восстановит свою форму и заполнит пространство за преградой.

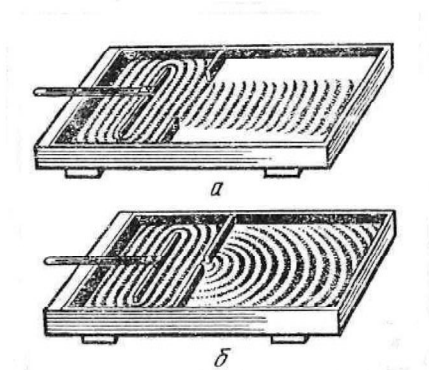


Рис. 5.10.2

Явление отклонения направления распространения волны от прямолинейного у границ преград и отверстий называется дифракцией волн. Наиболее отчетливо дифракция проявляется, если размеры отверстий и преград сравнимы с длиной волны (имеют один порядок). Если же размеры преград и отверстий значительно больше длины волны, дифракция волн будет выражена слабо.

Явление дифракции можно понять на основе принципа Гюйгенса лишь с качественной стороны. Однако многие особенности, которые при этом наблюдаются, и никакие количественные расчёты на его основе провести нельзя. В 1815 г. французский физик О.Френель (1788—1827) дополнил этот принцип представлениями об интерференции вторичных волн. Так в физике появился принцип Гюйгенса—Френеля. Этот принцип и дифракция света будут более подробно рассмотрены в разделе «Оптика».

§ 5.11. Энергия волны. Вектор Умова

При распространении волны все новые и новые участки среды вовлекаются в колебательное движение. Так как колеблющаяся материальная точка обладает энергией, то это означает, что волна переносит энергию, сообщаемую среде источником колебаний.

Волны, переносящие энергию, называют бегущими. Волны, которые энергию не переносят, называются стоячими.

Рассмотрим синусоидальную плоскую волну. Материальные точки среды под ее воздействием будут совершать гармонические колебания. Полная механическая энергия материальной точки m , совершающей гармонические колебания (см. § 5.3), определяется выражением

$$E_1 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$$

где ω — циклическая частота,

A — амплитуда колебаний.

Если число частиц в единице объема среды обозначить через n_0 , то энергия единицы объема среды (объемная плотность энергии) будет равна

$$w' = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cdot n_0 = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2,$$

где ρ — плотность среды.

Скорость переноса энергии равна скорости распространения волны. Так как в участке среды не происходит накопления энергии, то это означает, что через площадку ΔS за время Δt будет перенесена вся энергия, которая сосредоточена в объеме $\Delta V = \vartheta \cdot \Delta S \cdot \Delta t$ (рис. 5.11.1), т.е.

$$E = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 \vartheta \cdot \Delta S \cdot \Delta t.$$

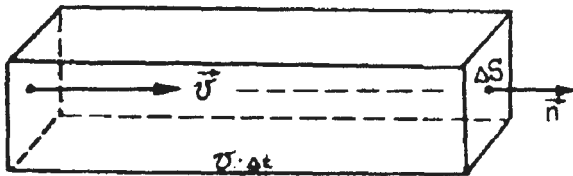


Рис. 5.11.1

Энергия, проносимая волной через данную площадку в единицу времени, называется потоком энергии Φ :

$$\Phi = \frac{E}{\Delta t} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 \vartheta \cdot \Delta S = w' \cdot \vartheta \cdot \Delta S.$$

Поток энергии через единичную площадку называется плотностью потока энергии. Следовательно,

$$u = \frac{\Phi}{\Delta S} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \vartheta = w' \cdot \vartheta.$$

Поскольку энергия переносится волной в направлении ее распространения, то последнее равенство можно записать в векторном виде:

$$\vec{U} = w' \cdot \vec{\vartheta},$$

где $\vec{U}$ — вектор Умова, вектор плотности потока энергии.

Назван он так в честь русского физика Н.А.Умова — профессора МГУ, впервые рассмотревшего в 1874 г. вопрос об энергии волны и получившего выражение для плотности потока энергии.

Если площадка ΔS неперпендикулярна $\vec{\vartheta}$, то

$$\Phi = U \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha,$$

где α — угол между направлением скорости и нормалью к площадке.

§ 5.12. Стоячие волны

Частным случаем интерференции являются стоячие волны. Они возникают при наложении двух встречных синусоидальных волн с одинаковыми частотами и амплитудами. Такие волны, например, возникают на натянутой струне, приведенной в колебательное движение.

Стоячие волны легче всего реализовать при сложении падающей и отраженной волн (рис. 5.12.1).

Пусть из точки O вдоль оси OC распространяется падающая (1) волна. В точке C происходит ее отражение, и отраженная волна (2) распространяется в противоположном направлении.

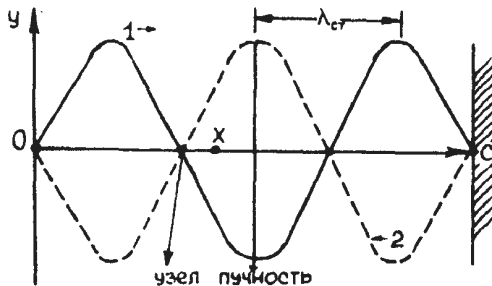


Рис. 5.12.1

Запишем их уравнения для точки с координатой x .

$$y_{II} = A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right),$$

$$y_0 = A \sin\left(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda}\right).$$

Тогда результирующее колебание будет описываться уравнением

$$y = y_{II} + y_0 = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \sin \omega t.$$

Это и есть уравнение стоячей волны.

$A_{cm} = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda}$ — амплитуда стоячей волны, являющаяся периодической функцией координаты x . Точки, в которых A_{cm} максимальна ($A_{cm} = 2A$), называются пучностями стоячей волны. Точки, в которых $A_{cm} = 0$, называются узлами стоячей волны. Расстояние между двумя соседними узлами (или между двумя соседними пучностями) называется длиной стоячей волны. Как видно, длина стоячей волны равна половине длины бегущей волны:

$$\lambda_{cm} = \lambda / 2.$$

В стоячей волне все точки между двумя соседними узлами колеблются с различными амплитудами (в зависимости от координаты x) и с одинаковыми фазами (синфазно).

При переходе через узел фаза колебаний скачком изменяется на π (на противоположную), т.е. смещение частиц происходит в противоположном направлении (рис. 5.12.2а).

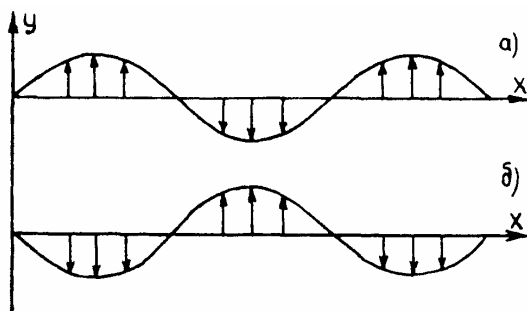


Рис. 5.12.2

Через промежуток времени, равный $T/2$, картина колебаний сменится на противоположную (рис. 5.12.2б).

Так как энергия колебаний $E = \frac{kA^2}{2}$, то через узлы стоячей волны энергия не переносится. В стоячей волне (между узлами) энергия периодически преобразуется из кинетической в потенциальную и обратно.

Кинетическая энергия максимальна, когда частицы среды имеют максимальную скорость, т.е. когда они проходят через положение равновесия. В этом случае потенциальная энергия, зависящая от деформации, будет равна нулю. Когда же частицы занимают крайние положения (рис. 5.12.2), то деформация среды наибольшая. Наибольшей будет и потенциальная энергия. Кинетическая же энергия в этот момент будет равна нулю (скорость частиц равна нулю). Поскольку наибольшей скоростью обладают частицы среды, расположенные ближе к пучностям, то кинетическая энергия локализована в основном вблизи пучностей. Потенциальная же энергия локализуется в местах с наибольшей деформацией. Ими являются узлы. Поэтому в стоячей волне происходит миграция энергии от пучности к узлу и обратно.

§ 5.13. Звук и звуковые волны

Механические колебания с частотой ν в пределах 16—20000 Гц называются звуковыми колебаниями или звуком. Если частота $\nu < 16$ Гц, то это инфразвук; если $\nu > 20$ кГц, то это ультразвук. Звук в упругой среде распространяется с помощью звуко-

вых (акустических) волн. (Напомним, что акустика — это наука о звуке). Звуковые волны, воздействуя на слуховой аппарат человека, вызывают ощущения звука. В газах и жидкостях это только продольные волны. В твердых телах звуковые волны могут быть как продольными, так и поперечными. Важной характеристикой звука является его интенсивность или сила звука $J = \frac{W}{S} \cdot t$ — это

средняя энергия, переносимая звуковой волной в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярно направлению распространения волны, т.е. это средняя плотность потока энергии звуковой волны. Единица измерения плотности потока энергии звуковой волны $[J] = \text{Вт}/\text{м}^2$.

Минимальная интенсивность звука, вызывающая звуковое ощущение, называется порогом слышимости. Он разный для разных частот, т.к. чувствительность уха к разным частотам различна. Наибольшая интенсивность воспринимаемого человеком звука называется порогом болевого ощущения. Зависимость этих порогов от частоты показана на рисунке 5.13.1.

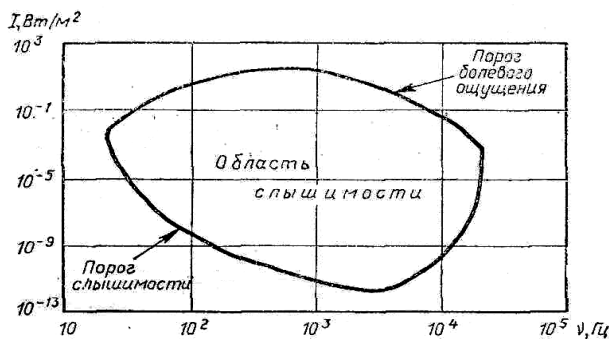


Рис. 5.13.1.

Область, расположенная между двумя этими кривыми, называется областью слышимости. Интенсивность — это объективная характеристика звука. Субъективной характеристикой, связанной с интенсивностью, является громкость звука, зависящая от его

частоты. Объективно громкость звука характеризуется уровнем его интенсивности:

$$L = \lg(J / J_0) \text{ — закон Вебера—Фехнера,}$$

где J_0 — интенсивность звука на пороге слышимости, равная для всех звуков 10^{-12} Вт/м^2 . L измеряется в белах (Б). На практике чаще всего пользуются децибелами (дБ): $1 \text{ дБ} = 1/10 \text{ Б}$. Физиологически громкость звука характеризуется уровнем громкости L_n , который измеряется в фонах (фон). Уровень громкости звука в 1000 Гц (стандартный тон) равен 1 фон, если его уровень интенсивности равен 1 дБ. На рисунке 5.13.2 показана зависимость силы, уровня интенсивности и уровня громкости звука от частоты.

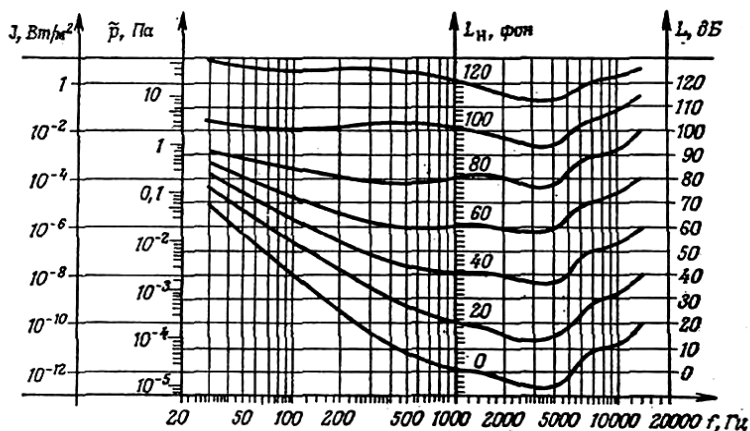


Рис. 5.13.2

На пороге слышимости $J_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2$, уровень интенсивности $L = 0 \text{ дБ}$, уровень громкости $L_n = 0$ фон. На пороге болевого ощущения $J = 10 \text{ Вт/м}^2$, $L = 130 \text{ дБ}$, $L_n = 130$ фон.

Силу звука, а значит, и его громкость, можно оценивать и по звуковому давлению, т.е. по давлению звуковой волны на барабанную перепонку. Минимальное пороговое значение давле-

ния $p_0 \approx 10^{-5} \text{ Па}$, максимальное $\approx 100 \text{ Па}$ (напомним, что нормальное атмосферное давление равно 10^5 Па).

Звук характеризуется также высотой и тембром. Высота звука зависит от частоты: с ростом частоты растет и высота звука. Если звуковое колебание монохроматическое, то оно воспринимается как музыкальный тон, высота которого определяется частотой. Например, тон «ля» первой октавы соответствует частоте 440 Гц, тон «ля» второй октавы — частоте 880 Гц.

Тембр звука — это его окраска. Реальный звук является сложным, т.е. представляет собой наложение гармонических колебаний с большим набором частот. Набор частот данного звука называется акустическим спектром. Он может быть сплошным и линейчатым, т.е. состоящим из колебаний определенных частот. Именно акустический спектр определяет тембр звука. Вот почему звуки одинаковой высоты, издаваемые, например, скрипкой и пианино, отличаются тембром.

Звуковые волны, встречаясь с каким-либо телом, вызывают его вынужденные колебания. Если собственная частота тела совпадает с частотой звуковой волны, то амплитуда вынужденных колебаний максимальна, т.е. наступает акустический резонанс. Акустическими резонаторами, например, являются трубы духовых инструментов, корпуса пианино, гитары и т.д.

Звуковая волна в различных средах при одинаковых условиях распространяется с разными скоростями. Скорость волны в данной среде зависит от параметров состояния среды.

В газах скорость звуковой волны определяется по формуле

$$V = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}},$$

где $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ — отношение молярных теплоёмкостей газа при постоянных давлении и объеме,

T — абсолютная температура,

R — универсальная газовая постоянная,

μ — молярная масса. В воздухе при $T = 273 \text{ К}$ $V = 331 \text{ м/с}$, в водороде $V = 1260 \text{ м/с}$. В жидкостях и твердых телах скорость

звука больше, чем в газах. При распространении звука в среде наблюдается его затухание, поскольку любая среда обладает вязкостью. Это приводит к переходу механической энергии в другие виды энергии, главным образом в тепловую, т.е. к поглощению звука.

§ 5.14. Эффект Доплера в акустике

Эффект Доплера в акустике означает изменение частоты звуковых колебаний, воспринимаемых приёмником, при относительном движении источника и приёмника звука. Например, известно, что высота тона гудка поезда, при его приближении к платформе растёт, при удалении — уменьшается.

Пусть частота колебаний источника звука равна ν_0 , скорость источника обозначим $V_{\text{ист}}$, скорость приёмника $V_{\text{пр}}$. Пусть эти скорости лежат на одной прямой, проходящей через источник и приёмник, и положительны, если источник и приёмник приближаются друг к другу, и отрицательны при их взаимном удалении. Рассмотрим следующие случаи.

1. Источник и приемник покоятся относительно среды, т.е.

$$V_{\text{пр}} = V_{\text{ист}} = 0.$$

Длина звуковой волны источника в данной среде

$$\lambda = VT = V/\nu_0,$$

где V — скорость звуковой волны.

Достигнув приёмника, звуковая волна вызовет в нем колебания с частотой $\nu = V/\lambda = V/VT = \nu_0$, т.е. никакого изменения частоты не произойдёт.

2. Пусть приёмник покоится ($V_{\text{пр}} = 0$), а источник к нему приближается ($V_{\text{ист}} > 0$). Так как скорость звука в данной среде зависит лишь от свойств среды, то за время, равное периоду, волна пройдёт расстояние $VT = \lambda$, независимо от того, движется источник или покоится. Но за время T источник приблизился к приёмнику на расстояние $V_{\text{ист}} \cdot T$ (рис. 5.14.1), т.е. длина волны в направлении движения уменьшается и будет равна

$$\lambda' = \lambda - V_{\text{ист}} \cdot T = (V - V_{\text{ист}}) \cdot T.$$

Следовательно, частота колебаний, воспринимаемых приёмником, будет $\nu = V/\lambda' = V/(V - V_{уст})T = V \cdot \nu_0/(V - V_{уст})$, т.е. она увеличится в $V/(V - V_{уст})$ раз.

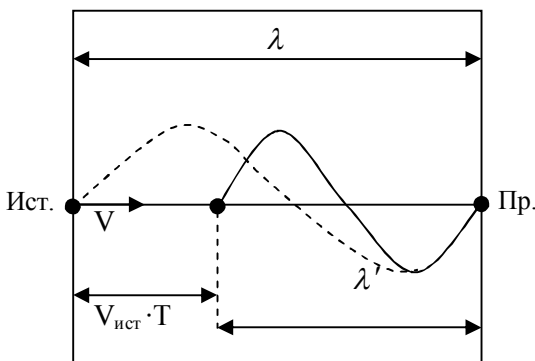


Рис. 5.14.1

3. Пусть источник покоится ($V_{ист} = 0$), а приёмник приближается к нему ($V_{пр} > 0$). В данном случае скорость распространения волны относительно приёмника будет $V + V_{пр}$. Так как длина волны не меняется ($\lambda = V \cdot T$), то

$$\nu = (V + V_{пр})/\lambda = (V + V_{пр})/VT = (V + V_{пр})\nu_0/V.$$

Это значит, что частота колебаний, воспринимаемых приёмником, увеличится в $(V + V_{пр})/V$ раз.

4. Пусть источник и приёмник движутся относительно друг друга. Тогда на основе случаев 2 и 3 можно записать:

$$\nu = (V \pm V_{пр})\nu_0/(V \mp V_{уст}),$$

где верхние знаки в числителе и знаменателе берутся при сближении источника и приёмника звука, нижние — при их взаимном удалении. Если векторы $V_{уст}$ и $V_{пр}$ не лежат на прямой, проходящей через источник и приёмник звука, то в полученных формулах надо брать проекции этих скоростей на указанную прямую.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какое движение называют колебаниями?
2. Какие колебания называются гармоническими? Какими величинами они характеризуются?
3. Как найти скорость и ускорение колеблющейся точки в любой момент времени? Покажите на конкретном примере.
4. Запишите второй закон Ньютона для гармонически колеблющейся материальной точки.
5. Как найти кинетическую и потенциальную энергии гармонических колебаний материальной точки?
6. Вспомните формулы периодов колебаний математического, пружинного и физического маятников.
7. Какое движение получается при сложении двух гармонических одинаково направленных колебаний с одинаковыми частотами? Каковы будут характеристики этого движения?
8. Какова будет траектория результирующего колебания при сложении двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаний с одинаковыми частотами?
9. Какие колебания называются затухающими? Напишите уравнение затухающих колебаний и поясните его.
10. Что такое время релаксации? Как оно связано с показателем затухания?
11. Что называется логарифмическим декрементом затухания? Каков его физический смысл?
12. Какие колебания называются вынужденными? Каковы их закономерности?
13. Выведите уравнение плоской бегущей волны.
14. Когда при наложении когерентных волн происходит усиление колебаний, а когда ослабление?
15. Какие волны называют стоячими? Как их можно получить? Запишите уравнение стоячей волны и дайте необходимые пояснения.
16. Что такое звук и звуковые волны? Каковы субъективные и объективные характеристики звука?
17. Какова суть эффекта Доплера в акустике?
18. Что значит поток энергии? Что такое плотность потока энергии? Чему равна плотность потока энергии упругой волны?

Раздел II

ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ

Глава 6

МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

§ 6.1. Основные положения молекулярно-кинетической теории и их опытное обоснование

Молекулярная физика — это раздел физики, в котором изучаются строение и свойства веществ в различных агрегатных состояниях, а также закономерности перехода их из одного состояния в другое. Делается это на основе атомно-молекулярных представлений и особенностей движения и взаимодействия частиц в различных агрегатных состояниях.

Основу молекулярной физики составляет молекулярно-кинетическая теория строения вещества.

Основные положения этой теории сводятся к следующему:

1. *Все вещества состоят из атомов и молекул.*
2. *Атомы и молекулы находятся в непрерывном хаотическом (тепловом) движении.*
3. *Между атомами и молекулами действуют силы взаимного притяжения и отталкивания.*

Великая идея атомизма зародилась в глубокой древности. Наиболее полно и четко по тем временам она была сформулирована древнегреческими атомистами Демокритом (V—IV вв. до н.э.) и Эпикуром (IV—III вв. до н.э.). Учение Демокрита и Эпикура дошло до нас через знаменитую поэму «О природе вещей» римского поэта, философа Лукреция Кара (I в. до н.э.). Эта поэма стала классическим произведением научного естествознания. Атомизм выдержал ожесточенную борьбу и вошел в золотой фонд современной науки.

Опытным подтверждением молекулярно-кинетической теории является ряд широко известных фактов: явления переноса (диффузия, теплопроводность, внутреннее трение), возникновение сил сопротивления при сжатии и растяжении тел, броуновское движение и др.

Одним из широко известных явлений переноса является диффузия — проникновение частиц одного вещества в промежутки между частицами этого же или другого вещества. Это явление наблюдается в телах (средах), находящихся в любом агрегатном состоянии. Разница состоит лишь в скорости протекания явления: диффузия в газах идет быстро, а в твердых телах значительно медленнее.

Другим очень важным опытным фактом доказательства молекулярно-кинетических представлений является броуновское движение. Открыто оно было в 1827 г. английским ботаником Р.Броуном. Наблюдая в микроскоп споры папоротника, взвешенные в воде, ученый обнаружил, что каждая частица непрерывно движется, причем ее траектория представляет собой ломаную линию. Р.Броун не только это обнаружил, но и правильно объяснил: маленькая частица движется в жидкости за счет ударов, получаемых ею от молекул жидкости. Если частица будет крупной, то такого движения она совершать не будет: при больших размерах частицы число ударов со всех сторон будет очень большим и результирующий импульс будет равным или близким к нулю. При микроскопических размерах частицы такой компенсации импульсов от ударов молекул у частицы не происходит. Под действием результирующего импульса она и приходит в движение. Закономерности броуновского движения были установлены только в 1905 г. А.Эйнштейном и польским ученым М.Смолуховским.

Но все это косвенные доказательства, хотя и очень важные. В XX веке с появлением электронных микроскопов, дающих увеличение до 10^6 раз (оптический микроскоп увеличивает в 2500—3000 раз), удалось непосредственно наблюдать и сфотографировать наиболее крупные молекулы органических веществ (в частности, белков).

Отметим, что тепловое движение частиц вещества в различных агрегатных состояниях неодинаково. Оно зависит от соотношения между силами притяжения и отталкивания. В газах, нахо-

дящихся при небольших давлениях, расстояние между частицами больше, чем радиус молекулярного действия. Это означает, что силы притяжения между частицами практически отсутствуют (а силы отталкивания действуют еще на более близких расстояниях, чем силы притяжения), и движение частиц является беспорядочным. Частицы движутся равномерно и прямолинейно от одного соударения до другого. Соударения носят случайный характер. Поэтому в среднем в газе в любой момент времени в любом направлении движется одинаковое число молекул.

Что касается твердых (кристаллических) тел, то силы взаимодействия в них значительно больше, чем в газах. В твердых телах частицы не имеют такой свободы движения, как в газах. Результатом действия молекулярных сил является то, что частицы в твердых телах совершают колебания около некоторых положений равновесия, называемых узлами кристаллической решетки. Если в газе полный беспорядок в расположении частиц, то в твердом теле на всем его протяжении сохраняется вполне определенный порядок. Он получил название дальнего порядка.

Жидкости занимают промежуточное положение между твердым телом и газом. Как показали исследования их структуры, молекула жидкости определенное время (время оседлой жизни) колеблется около некоторого положения равновесия. По истечении этого времени молекула меняет местоположение своей оседлой жизни и начинает колебаться около нового положения равновесия и т.д. Взаимное расположение соседних молекул в жидкостях в некоторой степени похоже на упорядоченное их расположение в твердых телах. Но на расстояниях $r > (3-4)d$, где d — эффективный диаметр молекул, этот порядок нарушается. Поэтому говорят, что в жидкости существует ближний порядок.

§ 6.2. Термодинамическая система. Параметры состояния.

Совокупность тел, способных обмениваться энергией, называется термодинамической системой.

Величины, характеризующие состояние системы, называются параметрами состояния. Например, плотность ρ , масса m , давление P , объем V , температура T и т.д.

Оказывается, для газовой термодинамической системы наиболее важными и взаимосвязанными являются параметры P , V , T . Уравнение, связывающее их, называется уравнением состояния.

Состояние системы называется равновесным, если параметры состояния во всех ее частях одинаковы.

Например, если $P_1 = P_2 = P_3$, $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3$, $T_1 = T_2 = T_3$, и т.д.,

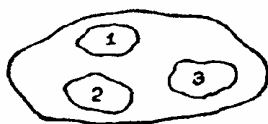


Рис. 6.2.1

то система находится в состоянии равновесия. Равновесное состояние устанавливается в системе при постоянных внешних условиях и сохраняется произвольно долгое время. Если же равенство хотя бы одного из параметров отсутствует,

то состояние системы называется неравновесным.

Любое изменение параметров состояния называется процессом. Если при совершении процесса система проходит через ряд равновесных состояний, то процесс называется равновесным.

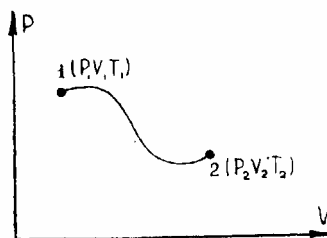


Рис. 6.2.2

Только равновесные процессы можно вполне точно графически изображать в осях $P-V$, $(P-T, V-T)$, поскольку каждое состояние будет изображаться точкой, а процесс — линией. На рисунке 6.2.2 графически изображен в осях $P-V$ переход системы из состояния 1 с параметрами P_1, V_1, T_1 в состояние 2 с параметрами P_2, V_2, T_2 .

Чтобы процесс был равновесным, необходимо, чтобы он протекал бесконечно медленно. Все реальные процессы неравновесны, ибо протекают они с конечной скоростью. Поэтому изображать их графически можно лишь с определенной степенью точности.

§ 6.3. Экспериментальные газовые законы

Процесс, происходящий в системе с неизменной массой и постоянным значением какого-либо одного из трех параметров состояния, называется **изопроцессом**.

При $T = \text{const}$ процесс называется **изотермическим** (изотермным).

При $P = \text{const}$ — **изобарическим** (изобарным).

При $V = \text{const}$ — **изохорическим** (изохорным).

Если процесс происходит в системе без теплообмена ее с окружающей средой, то он называется **адиабатическим** (адиабатным).

Изотермический процесс подчиняется закону Бойля—Мариотта (1662, 1676 гг.): $PV = \text{const}$.

В осях P — V он изображается гиперболой (рис. 6.3.1, кривая 1—2).

Изохорический процесс описывается законом Шарля (1787 г.):

$$\frac{P}{T} = \text{const} \quad (\text{в осях } P\text{—}T \text{ прямая } 1\text{—}3).$$

Изобарический процесс описывается законом Гей-Люссака (1802 г.):

$$\frac{V}{T} = \text{const} \quad (\text{в осях } P\text{—}V \text{ прямая } 3\text{—}4);$$

$T = (t + 273,15^\circ) \text{ К}$ — абсолютная температура в кельвинах, где t — температура по шкале Цельсия.

Температура $t = -273,15^\circ \text{ C}$ или $T = 0 \text{ К}$ называется абсолютным нулем температуры.

В 1801 г. Д. Дальтон сформулировал следующий закон: **давление смеси газов равно сумме парциальных давлений**, т.е.

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n,$$

где P_1, P_2, P_n — парциальные давления первого, второго и т.д. газов. Под парциальным давлением газа понимается то давление, которое оказывал бы данный газ, находясь в системе один.

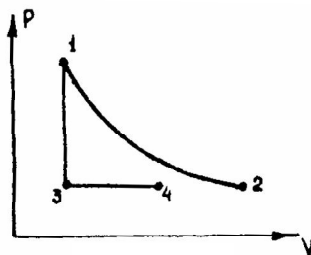


Рис. 6.3.1

В 1811 г. итальянский физик и химик А.Авогадро открыл закон, согласно которому *моли различных газов при одинаковых температуре и давлении занимают один и тот же объем*.

Моль — это такое количество вещества, в котором содержится столько же структурных элементов (например, атомов или молекул), сколько содержится атомов в 12 г углерода ${}^{12}_6\text{C}$. То есть масса моля данного вещества в граммах численно равна массе атома (молекулы) этого вещества в атомных (или углеродных) единицах массы (а.е.м. или у.е.м.).

Тогда число структурных элементов в моле вещества найдется из соотношения

$$N_A = \frac{\mu}{m_1},$$

где μ — масса моля, m_1 — масса атома (молекулы).

Следовательно,

$$N_A = \frac{\mu}{\mu} \frac{\text{г/моль}}{\text{а.е.м.}} = \frac{1 \text{ г} \cdot \text{моль}^{-1}}{1,66 \cdot 10^{-24} \text{ г}} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Это число называется числом Авогадро. Столько структурных элементов содержится в моле любого вещества. Согласно закону Авогадро, при $P_0 = 760 \text{ мм рт. ст.} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$, $T_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C} = 273,15 \text{ К}$, объем моля любого газа $V_{\mu 0} = 22,4 \text{ л}$.

§ 6.4. Идеальный газ. Уравнение состояния идеального газа. Универсальная газовая постоянная

В 1834 г. французский физик Б.Клапейрон вывел уравнение, связывающее все три параметра состояния (P , V , T) газовой системы. Получить его можно, используя экспериментальные газовые законы, например, закон Бойля—Мариотта и Шарля.

Пусть система из состояния 1 (P_1 , V_1 , T_1) переходит в состояние 2 (P_2 , V_2 , T_2) путем изотермического (1—1') и изохорического (1'—2) процессов. Для процесса 1—1' по закону Бойля—Мариотта имеем: $P_1 V_1 = P'_1 V_2$; для изохорического процесса 1'—2

по закону Шарля $\frac{P'_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$.

Выразив из одного уравнения P_1' и подставив его в другое, получим:

$$P_1 V_1 = \frac{P_2 T_1}{T_2} V_2 \text{ или } \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}, \quad (1)$$

т.е. для данной массы газа $\frac{PV}{T} = \text{const}$. Это и есть объединенный газовый закон, уравнение Клапейрона.

Запишем уравнение (1) для моля газа, выбрав в качестве одного из состояний нормальные условия (P_0, T_0) .

$$\text{Тогда } \frac{P_0 V_{\mu_0}}{T_0} = \frac{P_1 V_{\mu_1}}{T_1}.$$

По закону Авогадро
 $V_{\mu_0} = 22,4 \text{ л.}$

Следовательно, $\frac{P_0 V_{\mu_0}}{T_0}$ будет

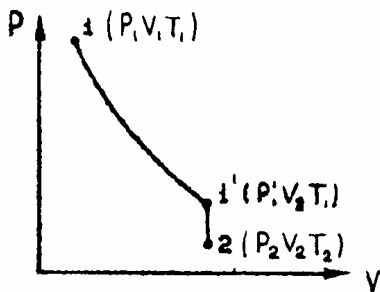


Рис. 6.4.1

для всех газов одной и той же величиной, обозначаемой R и называемой универсальной газовой постоянной. Найдем ее:

$$R = \frac{1,013 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2 \cdot 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}}{273,15 \text{ К}} = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Тогда объединенный газовый закон для 1 моля запишется так:

$$PV_{\mu} = RT \quad (2)$$

Это уравнение было получено впервые в 1874—1875 гг. Д.И.Менделеевым и носит его имя.

В произвольной массе газа m содержится $\nu = \frac{m}{\mu}$ молей. Так

как $V_{\mu} \cdot \frac{m}{\mu} = V$ — объем данной массы газа, то уравнение (2) за-

пишется так: $PV = \frac{m}{\mu} RT$ — уравнение Менделеева—Клапейрона. (3)

Данное уравнение хорошо выполняется, когда давление в газовой системе невелико. Это означает, что среднее расстояние между молекулами будет превышать радиус молекулярного действия и силы взаимодействия (притяжения и отталкивания) между молекулами можно не учитывать. Заметим, что радиус действия сил притяжения не превышает 10^{-9} м. При $r > 10^{-9}$ м силы притяжения (тем более силы отталкивания) практически не проявляются (эффективный диаметр молекулы $d \approx 10^{-10}$ м).

Газ, молекулы которого не взаимодействуют друг с другом и их собственный объем можно не учитывать, называется идеальным. Вот почему уравнение Менделеева—Клапейрона является уравнением состояния идеального газа. Водород, гелий, кислород, азот хорошо удовлетворяют этому требованию уже при нормальных условиях.

§ 6.5. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории и некоторые следствия из него

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории связывает параметры состояния газовой системы с кинетической энергией поступательного движения ее частиц. Для вывода этого уравнения нужно подсчитать давление, которое оказывает газ на стенки сосуда. Давление газа есть результат ударов его молекул о стенки. При ударе молекулы о стенку она передает ей свой импульс. Импульс, переданный молекулами стенке в единицу времени, дает силу давления. Если рассчитать эту силу на единицу площади, то это и будет давление. Таким образом, давление есть макроскопическое проявление хаотического движения молекул.

Расчет показывает, что

$$PV = \frac{2}{3} E_k = \frac{2}{3} \sum \frac{m_i g_i^2}{2}, \quad (1)$$

где $E_k = \sum \frac{m_i g_i^2}{2}$ — кинетическая энергия поступательного движения молекул газа.

Уравнение (1) называется основным уравнением молекулярно-кинетической теории, поскольку из него могут быть получены как следствия все газовые законы.

Следствие 1. Пусть имеется однородный газ, т.е. $m_1 = m_2 = m_3 = \dots$ массы всех молекул одинаковы.

Тогда

$$E_{\kappa} = \frac{m_1}{2} \sum g_i^2.$$

Введем понятие средней квадратичной скорости:

$$\langle g \rangle_{\kappa\theta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N g_i^2}{N}}.$$

Следовательно,

$$E_{\kappa} = \frac{m_1 N \langle g \rangle_{\kappa\theta}^2}{2} = \frac{m \langle g \rangle_{\kappa\theta}^2}{2}, \quad (2)$$

где m — масса всего газа. Тогда основное уравнение молекулярно-кинетической теории примет вид

$$PV = \frac{1}{3} m \langle g \rangle_{\kappa\theta}^2. \quad (3)$$

Следствие 2. Запишем основное уравнение молекулярно-кинетической теории для моля газа

$$PV_{\mu} = \frac{1}{3} \mu \langle g \rangle_{\kappa\theta}^2$$

и сопоставим его с уравнением Менделеева $PV_{\mu} = RT$.

Следовательно,

$$RT = \frac{1}{3} \mu \langle g \rangle_{\kappa\theta}^2,$$

откуда

$$\langle g \rangle_{\kappa\theta} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Так как $\mu = m_1 N_A$, то

$$\langle g \rangle_{\kappa\theta} = \sqrt{\frac{3RT}{m_1 N_A}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}}, \quad (4)$$

где $k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К называется постоянной Больцмана.

Следствие 3. Тогда средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы идеального газа может быть выражена следующим образом:

$$\langle E_{k1} \rangle = \frac{E_k}{N} = \frac{m \langle \vartheta \rangle_{\text{кв}}^2}{2N} = \frac{m_1 \langle \vartheta \rangle_{\text{кв}}^2}{2} = \frac{3}{2} kT. \quad (5)$$

Таким образом, *абсолютная температура есть мера средней кинетической энергии поступательного движения молекул идеального газа.*

Следствие 4. Давление же идеального газа может быть записано так:

$$P = \frac{1}{3} \rho \langle \vartheta \rangle_{\text{кв}}^2 = \frac{1}{3} n m_1 \frac{3}{m_1} kT = nkT, \quad (6)$$

где n — концентрация молекул, т.е. число молекул в единице объема.

§ 6.6. Распределение молекул по скоростям (распределение Максвелла)

Одно из важных положений молекулярно-кинетической теории состоит в том, что молекулы данного газа при данных условиях имеют различные скорости. При взаимодействии молекулы изменяют свои скорости, но распределение их по скоростям при данной температуре не зависит от времени, т.е. остается неизменным. Закономерность в распределении молекул по скоростям впервые была установлена в 1859 г. Д.Максвеллом и получила название распределения Максвелла. Максвелл теоретически вычислил долю молекул $\Delta N / N$, скорости которых лежат в интервале $\Delta \vartheta$ вблизи какой-то скорости ϑ .

Величина $f(\vartheta) = \frac{\Delta N}{N \cdot \Delta \vartheta}$ получила название функции распределения Максвелла:

$$f(\vartheta) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m_1}{2kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_1 \vartheta^2}{2kT}} \cdot \vartheta^2.$$

Чтобы яснее представить себе физическую сущность этого распределения, проведем следующий мысленный эксперимент.

Пусть, например, при $t = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ имеется $N = 10^6$ молекул кислорода. И пусть нам удалось определить скорости всех этих молекул. Если разнести их по интервалам в 100 м/с, то получилась бы следующая таблица (см. табл. 6.1).

Таблица 6.1

Δv , м/с	ΔN	$\Delta N / N$, %
0—100	$14 \cdot 10^3$	1,4
100—200	$81 \cdot 10^3$	8,1
200—300	$165 \cdot 10^3$	16,5
300—400	$214 \cdot 10^3$	21,4
400—500	$206 \cdot 10^3$	20,6
500—600	$151 \cdot 10^3$	15,1
600—700	$92 \cdot 10^3$	9,2
700—800	$48 \cdot 10^3$	4,8
800—900	$20 \cdot 10^3$	2
900—1000	$6 \cdot 10^3$	0,6

Представим это графически (рис. 6.6.1).

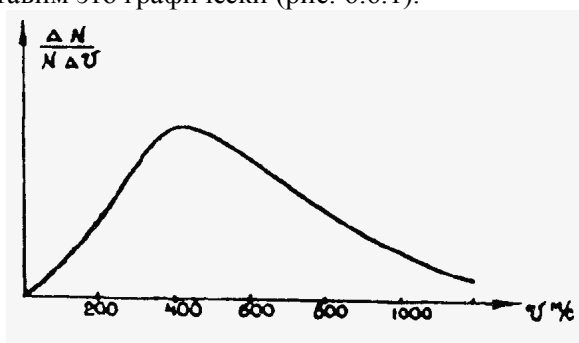


Рис. 6.6.1

Такая кривая распределения и была теоретически впервые получена Максвеллом. Экспериментально это было подтверждено в 1920 г. в опытах Штерна с молекулярными пучками. Отметим некоторые особенности распределения Максвелла.

1. *Кривая распределения Максвелла проходит через начало координат. Это означает, что число покоящихся частиц в газе равно нулю.*

2. *График функции распределения Максвелла имеет максимум. Это означает, что в газе при данных условиях есть такая ско-*

рость, в единичном интервале которой находится наибольшая доля молекул. Эта скорость получила название наиболее вероятной (наивероятнейшей) — ϑ_B . Ее значение можно получить, приравняв производную от функции распределения по скорости к нулю. Сделав это, получим:

$$\vartheta_B = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_1}} = 1,41 \sqrt{\frac{kT}{m_1}}.$$

Распределение Максвелла позволяет вычислить и среднюю арифметическую скорость $\langle \vartheta \rangle$. Оказывается, что

$$\langle \vartheta \rangle = \sqrt{8 \frac{RT}{\pi \mu}} = 1,60 \sqrt{\frac{kT}{m_1}}.$$

Напомним, что

$$\langle \vartheta \rangle_{кв} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = 1,73 \sqrt{\frac{kT}{m_1}}.$$

Это важные для газовой системы скорости молекул, характеризующие систему в целом (рис. 6.6.2).

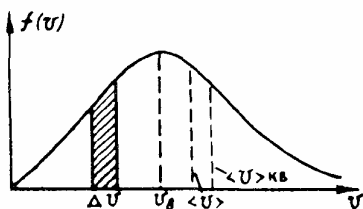


Рис. 6.6.2

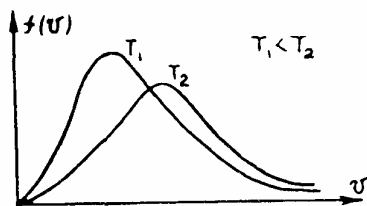


Рис. 6.6.3

3. При изменении температуры изменяется и распределение Максвелла. С ростом температуры макс. функции распределения сдвигается в область более высоких скоростей (ϑ_B растет). Абсолютная же величина максимума уменьшается (рис. 6.6.3). Это означает, что с ростом температуры уменьшается доля медленных молекул и увеличивается доля быстрых. Этот вывод можно получить, вычислив площадь под кривой распределения. Действительно, площадь полоски шириной $\Delta \vartheta$ и высотой $f(\vartheta)$ выразится равенством

$$\Delta S = f(\vartheta) \cdot \Delta \vartheta = \frac{\Delta N \cdot \Delta \vartheta}{N \cdot \Delta \vartheta} = \frac{\Delta N}{N}.$$

Вся площадь под кривой найдется как сумма площадей таких полосок в интервале скоростей от 0 до ∞ , т.е.

$$S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \dots + \Delta S_n = \frac{\Delta N_1}{N} + \frac{\Delta N_2}{N} + \dots + \frac{\Delta N_n}{N} = \frac{N}{N} = 1.$$

В данных осях площадь под кривой распределения численно равна 1. Так как число молекул в системе не меняется, то и при другой температуре площадь под кривой распределения останется неизменной. Но так как с ростом температуры максимум кривой сдвигается вправо (кривая становится более полой), то для неизменности площади высота максимума должна уменьшиться.

Заметим, что распределение Максвелла справедливо для газов в состоянии термодинамического равновесия и в отсутствии внешних силовых полей.

§ 6.7. Барометрическая формула. Распределение Больцмана

Барометрическая формула устанавливает зависимость атмосферного давления от высоты. Благодаря земному тяготению молекулы воздуха стремятся упасть на поверхность Земли. Однако тепловое движение стремится рассеять их равномерно по всему пространству. Наличие тяготения и теплового движения приводит к некоторому стационарному распределению молекул воздуха по высоте. В покоящейся жидкости, находящейся в поле тяготения Земли, давление, как известно, подчиняется гидростатическому закону (рис. 6.7.1).

Давление на глубине h_1 определится по формуле

$$P_1 = \rho g h_1 + P_0,$$

где ρ — плотность жидкости — величина постоянная, поскольку жидкость сжимается незначительно.

Что касается атмосферы, то по такой формуле давление на разных высотах вычислять нельзя, т.к. плотность воздуха на разных высотах будет разной. Однако на малом перепаде высот dh

(рис. 6.7.2) ρ можно считать величиной постоянной. Тогда перепад давления можно записать так:

$$dP = -\rho g dh. \quad (1)$$

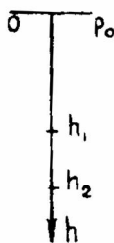


Рис. 6.7.1

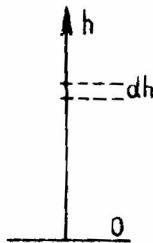


Рис. 6.7.2

Знак «минус» означает, что давление с ростом высоты ($dh > 0$) уменьшается ($dP < 0$).

Чтобы найти изменение давления на значительном перепаде высот, надо равенство (1) проинтегрировать.

Выразив плотность газа из уравнения Менделеева—Клапейрона и подставив ее выражение в уравнение (1), получим:

$$dP = -\frac{P\mu}{RT} g dh \quad \text{или} \quad \frac{dP}{P} = -\frac{\mu g}{RT} dh. \quad (2)$$

Полагая, что T не изменяется с высотой, проинтегрируем уравнение (2):

$$\int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = -\frac{\mu g}{RT} \int_{h_0}^h dh.$$

Получим:

$$\ln P - \ln P_0 = -\frac{\mu g}{RT} (h - h_0)$$

или

$$P = P_0 \cdot e^{-\frac{\mu g}{RT} (h - h_0)}. \quad (3)$$

Последняя формула дает зависимость давления атмосферы от высоты и называется барометрической. Ее часто записывают так, чтобы непосредственно по барометру определять высоту:

$$h - h_0 = \frac{RT}{\mu g} \ln \frac{P_0}{P}.$$

Поскольку $P = nkT$, то соотношение (3) можно записать так:

$$n = n_0 e^{-\frac{\mu g}{RT}(h-h_0)} = n_0 e^{-\frac{m_1 g}{kT} \Delta h} = n_0 e^{-\frac{\Delta E_{П1}}{kT}}, \quad (4)$$

где n_0 — концентрация молекул на высоте h_0 , n — концентрация молекул на высоте h , m_1 — масса одной молекулы, k — постоянная Больцмана, $\Delta E_{П1}$ — изменение потенциальной энергии молекулы в поле тяжести.

Как показал Л.Больцман, формула (4) оказывается верной для любых частиц, находящихся в произвольном потенциальном силовом поле. Она выражает распределение Больцмана. Экспериментально это распределение было доказано в 1906 г. французским физиком Ж.Перреном.

контрольные вопросы

1. Сформулируйте основные положения молекулярно-кинетической теории. Какими опытными данными они подтверждаются?
2. Что такое процесс? Перечислите изопроцессы и запишите законы, которыми они описываются.
3. Сформулируйте и поясните закон Авогадро. Что означает число Авогадро и чему оно равно?
4. Какой газ называется идеальным? Запишите уравнение состояния идеального газа.
5. Запишите и поясните основное уравнение молекулярно-кинетической теории. Какие следствия из него вытекают?
6. Что дает распределение Максвелла и каков физический смысл функции этого распределения?
7. Проанализируйте график функции распределения Максвелла.
8. Что дает барометрическая формула? Запишите ее.
9. Запишите распределение Больцмана и поясните его физический смысл.

Глава 7

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

Термодинамика — это раздел физики, который изучает закономерности превращения энергии из одного вида в другой. В основе термодинамики лежат три закона, которые называют началами.

Первое начало термодинамики выражает закон сохранения и превращения энергии для тепловых процессов.

Второе начало связано с необратимостью тепловых процессов.

Третье начало — это тепловая теорема Нернста, из которой следует недостижимость абсолютного нуля температуры.

Эти законы являются обобщением человеческого опыта. После их открытия стало ясно, что вечный двигатель ни первого, ни второго рода (см. об этом ниже) невозможен.

§ 7.1. Внутренняя энергия термодинамической системы и способы ее изменения.

Первое начало термодинамики

Внутренняя энергия системы — это энергия движения и взаимодействия всех частиц, входящих в систему. В зависимости от характера движения и взаимодействия частиц, образующих систему, внутреннюю энергию можно представить как сумму следующих компонентов:

- 1) кинетической энергии поступательного и вращательного движения частиц;
- 2) потенциальной энергии взаимодействия частиц;
- 3) кинетической и потенциальной энергии колебательного движения частиц;
- 4) энергии электронных оболочек;
- 5) ядерной энергии.

Поскольку в тепловых процессах ни энергия электронных оболочек, ни ядерная энергия не изменяются, а важно именно изменение внутренней энергии, то в термодинамике слагаемые 4 и 5 не включают в состав внутренней энергии, т.е.

$$U = E_1 + E_2 + E_3.$$

Если рассматривать идеальный газ, то его внутренняя энергия будет состоять только из кинетической энергии E_1 хаотического теплового движения молекул (поступательного и вращательного).

Внутренняя энергия термодинамической системы является однозначной функцией ее состояния. Это значит, что внутренняя энергия системы в любом состоянии не зависит от того, каким образом система оказалась в данном состоянии, и что ее изменение при переходе системы из одного состояния в другое не зависит от вида процесса. Если система совершает круговой процесс (цикл), то полное изменение внутренней энергии системы равно нулю (рис. 7.1.1).

$$U_{1-2} = U_2 - U_1 = \Delta U_{1-a-2} = \Delta U_{1-\delta-2}.$$

$$\Delta U_{1-a-2-\delta-1} = 0.$$

Последнее равенство в более общем виде можно еще записать так: $\oint dU = 0$. Это соотношение означает также, что элементарное изменение внутренней энергии является полным (точным) дифференциалом.

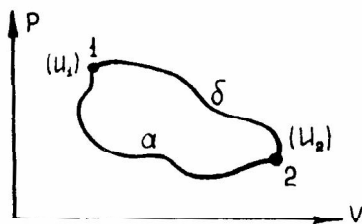


Рис. 7.1.1

Внутреннюю энергию системы можно изменить двумя способами:

- 1) сообщением системе некоторого количества тепла Q ;
- 2) совершением над системой работы A' .

Заметим, что если внешние силы совершают над системой работу A' , то система совершает над внешними телами работу A , равную по величине и противоположную по знаку, т.е. $A = -A'$.

Теплообмен и совершение работы — это формы (способы) передачи энергии. Количество теплоты и величина работы — это меры изменения энергии.

Ни количество теплоты, ни величина работы не являются функциями состояния. Они являются функциями процесса. Поэтому элементарное количество теплоты обозначается δQ (а не dQ), а элементарная работа — δA (а не dA), поскольку они не являются полными дифференциалами.

Следует напомнить, что совершение работы — это макроскопический способ передачи энергии, он связан с макроскопическим перемещением тел или их частей. При этом могут изменяться все виды энергии: кинетическая, потенциальная, внутренняя, т.е. упорядоченное движение переходит в упорядоченное или неупорядоченное. Что касается теплообмена, то он непосредственно приводит только к изменению внутренней энергии системы, т.е. неупорядоченное движение переходит в неупорядоченное.

В середине XIX в. был открыт закон сохранения и превращения энергии для тепловых процессов. Он получил название первого начала термодинамики. Этот закон стал обобщением громадного опыта человечества.

Главная заслуга в открытии этого закона принадлежит Р.Майеру, Г.Гельмгольцу и Д.Джоулю.

Формулировка первого начала термодинамики: ***количество тепла, сообщенное системе, равно изменению ее внутренней энергии и работе, совершенной системой против внешних сил***, т.е. $Q = \Delta U + A$.

При вычислении совершенной работы или полученного системой тепла обычно приходится разбивать рассматриваемый процесс на ряд элементарных процессов. Для элементарного процесса первое начало термодинамики запишется так:

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

Заметим, что величины δQ , δA являются алгебраическими.

$\delta A > 0$, если система сама совершает работу;

$\delta A < 0$, если работу совершают внешние силы над системой;

$\delta Q > 0$, если система получает тепло;

$\delta Q < 0$, если система отдает тепло.

Практически важными являются случаи, когда система совершает круговой процесс (цикл). При этом $\Delta U = 0$ и, следовательно,

$$Q = A.$$

Этот вывод позволяет сформулировать первое начало термодинамики следующим образом: ***нельзя построить периодически действующий двигатель, который совершал бы работу без подвода энергии извне или совершал бы работу большую, чем полученная им энергия***. Такой двигатель получил название

вечного двигателя первого рода. Таким образом, *вечный двигатель (перпетуум мобиле) первого рода невозможен*.

I закон термодинамики как частный случай закона сохранения и превращения энергии имеет большое методологическое значение. На основе законов сохранения в науке и технике производятся различные расчеты, предсказываются новые эффекты и явления, с материалистических позиций оцениваются открытия. Если, например, новая теория или проект новой установки не противоречат закону сохранения и превращения энергии, то это служит убедительным аргументом в их пользу. В этом и состоит методологическое значение первого начала термодинамики. Он стал методом исследования, он дает нам возможность предсказывать новое. В свое время немало самых разнообразных проектов вечных двигателей поступало в Академии наук различных стран. Ученым стоило большого труда отыскивать в проектах ошибки на основе кинематики и динамики. Трата времени была настолько большой, что Парижская Академия еще задолго до открытия закона сохранения и превращения энергии вынесла решение не рассматривать заявки на вечный двигатель. С открытием закона сохранения и превращения энергии проблема вечного двигателя была решена отрицательно раз и навсегда.

§ 7.2. Работа газа при изменении его объема.

Теплоемкость газа

Пусть в цилиндре под легким поршнем, плотно прилегающим к стенкам, находится газ с параметрами состояния P, V, T (положение поршня 1). Внешнее давление тоже равно P , и поршень находится в состоянии равновесия. Если к газу подвести некоторое количество тепла δQ , то газ нагреется и давление его повысится. Равновесие поршня нарушится, и он переместится на расстояние dh такое, чтобы давление газа под поршнем вновь оказалось равным внешнему давлению (положение поршня 2) (рис. 7.2.1).

При расширении газ совершит работу против внешних сил:

$$\delta A = F \cdot dh = P \cdot S \cdot dh = P \cdot dV, \quad (1)$$

где S — площадь поршня,

dV — изменение объема газа.

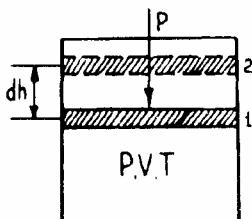


Рис. 7.2.1

Формула (1) оказывается справедливой для газа (и даже любого тела), совершающего произвольный элементарный процесс. Работа при конечных изменениях объема системы будет вычисляться в общем случае по формуле

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV.$$

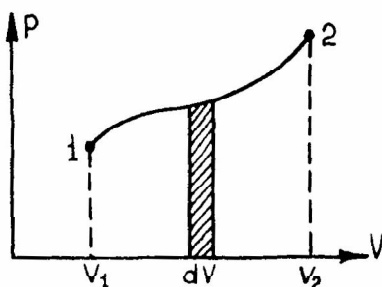


Рис. 7.2.2

Изобразим процесс изменения объема в осях $P—V$ (рис. 7.2.2). Элементарной работе $\delta A = P \cdot dV$ будет соответствовать на диаграмме площадь заштрихованной полоски. Ясно, что площадь фигуры $V_1 1 2 V_2$ будет численно равна всей работе, совершаемой системой при изменении ее объема от V_1 до V_2 .

Под теплоемкостью C системы понимается количество тепла, которое надо сообщить системе, чтобы повысить ее температуру на один градус, т.е.

$$C = \frac{\delta Q}{dT} \rightarrow \delta Q = C \cdot dT,$$

где δQ — сообщенное системе тепло, dT — изменение ее температуры.

$$[C] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Оказывается, что C зависит от массы системы, ее химического состава, термодинамического состояния и процесса, в котором ей сообщается тепло.

Теплоемкость единицы массы вещества называется удельной теплоемкостью, т.е.

$$c = \frac{C}{m} = \frac{\delta Q}{mdT} \rightarrow \delta Q = cmdT; \quad [c] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Теплоемкость одного моля вещества называется молярной (мольной) теплоемкостью C_μ .

$$[C_\mu] = \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Из определения молярной и удельной теплоемкости следует:

$$C_\mu = c \cdot \mu.$$

Для однородного тела

$$\delta Q = c m dT = \frac{C_\mu}{\mu} m dT = \frac{m}{\mu} C_\mu dT,$$

где $\frac{m}{\mu}$ — число молей вещества, содержащихся в теле.

Так как количество тепла есть функция процесса, то и теплоемкость системы будет тоже функцией процесса.

Для газов различают теплоемкость при постоянном объеме C_V и теплоемкость при постоянном давлении C_P . Если речь идет о молярной теплоемкости, то обозначения будут соответственно C_{V_μ} и C_{P_μ} .

§ 7.3. Анализ изопроцессов на основе первого начала термодинамики. Уравнение Майера

Возьмем 1 моль идеального газа и запишем для него первое начало термодинамики

$$\delta Q = C_\mu dT = dU + PdV.$$

При изохорическом процессе $V = \text{const}$ и $dV = 0$. Следовательно, $\delta A = PdV = 0$, т.е. работу газ не совершает. Это значит, что все тепло δQ , подводимое к газу, идет на изменение его внутренней энергии. Так как при изохорическом процессе $\delta Q = C_{V_\mu} dT$, то

$$dU = C_{V_\mu} dT \quad \text{и} \quad C_{V_\mu} = \frac{dU}{dT}. \quad (1)$$

Если полагать, что C_{V_μ} не зависит от температуры (как это и принято в классической физике), то изменение внутренней энергии

моля газа при изменении его температуры от T_1 до T_2 определится выражением

$$\Delta U_{1-2} = C_{V_\mu} (T_2 - T_1). \quad (2)$$

В случае идеального газа формулы (1) и (2) являются справедливыми для любого процесса, т.к. кинетическая энергия хаотического теплового движения зависит только от температуры. Что касается реальных газов, то их внутренняя энергия включает и потенциальную энергию взаимодействия молекул, зависящую от расстояния между ними, т.е. от объема газа. Поэтому для реального газа формулы (1), (2) выражают изменение внутренней энергии только для изохорического процесса.

Для изобарического процесса ($P = \text{const}$) первое начало термодинамики можно записать так:

$$C_{P_\mu} dT = C_{V_\mu} dT + PdV.$$

Так как

$$P = \text{const},$$

то

$$A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} PdV = P(V_2 - V_1).$$

Эта формула справедлива для любого газа (идеального и реального).

В осях $P - V$ работа численно равна площади прямоугольника $V_1 1 2 V_2$ (рис. 7.3.1).

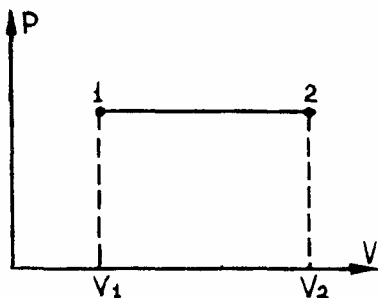


Рис. 7.3.1

Из уравнения Менделеева—Клапейрона для 1 моля идеального газа $PV = RT$ при

$$P = \text{const} \rightarrow PdV = RdT.$$

Следовательно,

$$C_{P_\mu} dT = C_{V_\mu} dT + RdT.$$

Откуда

$$C_{P_\mu} - C_{V_\mu} = R \quad (3)$$

— уравнение Майера. Из него видно, что при изобарическом нагревании 1 моля газа на 1 градус к нему надо подводить тепла

больше, чем при изохорическом нагревании, т.к. в первом случае тепло расходуется не только на изменение внутренней энергии, но и на совершение газом работы. Вот почему $C_P > C_V$. И в расчете на 1 моль эта разница равна R .

Поскольку

$$\delta A = PdV = RdT, \text{ то } R = \frac{\delta A}{dT}, \text{ т.е.}$$

универсальная газовая постоянная равна численно работе, которую совершает 1 моль идеального газа при его изобарическом нагревании на 1 градус.

Рассмотрим изотермический процесс ($T = \text{const}$). Пусть при нагревании 1 моля идеального газа увеличивает свой объем от V_1 до V_2 (рис. 8.3.2).

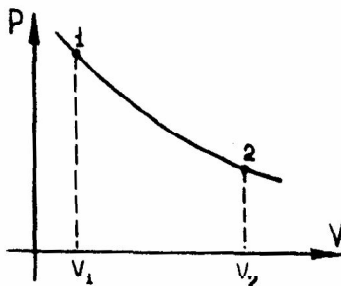


Рис. 7.3.2

На основе первого начала термодинамики

$$\delta Q = C_{V_{\mu}} dT + PdV$$

делаем вывод, что при изотермическом процессе

$$dU = C_{V_{\mu}} dT = 0,$$

поскольку $dT = 0$. Следовательно, все тепло, сообщаемое газу, идет на совершение работы.

Вычислим работу, которую совершит 1 моль при изотермическом расширении от V_1 до V_2 :

$$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV.$$

Но поскольку P тоже изменяется, то выразим P из уравнения Менделеева—Клапейрона, чтобы под интегралом иметь одну переменную:

$$PV = RT \rightarrow P = \frac{RT}{V}.$$

Тогда

$$A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V} dV = RT \ln \frac{V_2}{V_1} = RT \ln \frac{P_1}{P_2}. \quad (4)$$

Формула (4) выражает работу при изотермическом расширении 1 моля идеального газа. И вновь в осях P — V работа численно равна площади фигуры $V_1 12 V_2$. Для произвольной массы газа m в формулах, выведенных выше, появится коэффициент $\nu = \frac{m}{\mu}$ — число молей газа.

Из приведенного анализа изотермического процесса видно, что с точки зрения практики это самый выгодный процесс: ведь все тепло, сообщаемое системе, идет на совершение работы, т.е. устройство работает с КПД 100%. На практике такое периодически действующее устройство реализовать нельзя.

§ 7.4. Адиабатический процесс. Уравнение Пуассона. Работа при адиабатическом процессе

Процесс, идущий без теплообмена системы с окружающей средой, называется адиабатическим ($\delta Q = 0$). Из первого начала термодинамики для адиабатического процесса

$$\delta Q = dU + \delta A = 0$$

следует, что

$$\delta A = -dU = -C_{V\mu} dT,$$

т.е. в этом процессе газ совершает работу за счет убыли своей внутренней энергии.

Если $\delta A > 0$, то $dU < 0$, а следовательно, и $dT < 0$, т.е. газ при совершении работы охлаждается.

При $\delta A < 0$ (над газом совершают работу), $dT > 0$, т.е. газ нагревается.

Реальные процессы всегда протекают при наличии теплообмена. Чтобы приблизиться к адиабатическому процессу, необходимо иметь хорошую теплоизоляцию системы от окружающей среды и вести процесс быстро, стремясь, по возможности, уменьшить теплообмен.

Адиабатический процесс описывается уравнением Пуассона. Через параметры T и V оно имеет следующий вид:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}, \text{ где } \gamma = \frac{C_{P\mu}}{C_{V\mu}} \text{ — показатель адиабаты.}$$

Чаще уравнение Пуассона записывают через параметры P и V . Так как $T = \frac{PV}{R}$, то

$PV^\gamma = \text{const}$ (рис. 7.4.1). Через параметры T и P уравнение Пуассона запишется так:

$$TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const}.$$

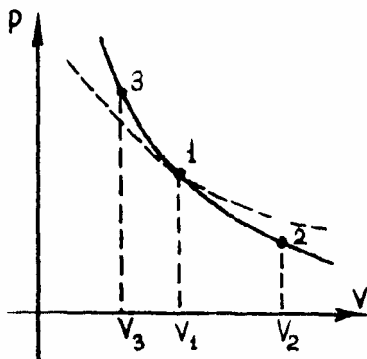


Рис. 7.4.1

Формула для работы при адиабатическом процессе может быть записана в разных видах:

$$\begin{aligned} A_{1-2} &= \int_{V_1}^{V_2} P dV = - \int_{T_1}^{T_2} C_{V\mu} dT = C_{V\mu} (T_1 - T_2) = \\ &= \frac{R}{\gamma - 1} (T_1 - T_2) = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right). \end{aligned}$$

В этой формуле отношение температур можно заменить из уравнения Пуассона отношением объемов или давлений в соответствующих степенях. На диаграмме $P—V$ работа численно равна площади фигуры $V_1 1 2 V_2$ (рис. 7.4.1). На этой же диаграмме пунктиром показана изотерма, соответствующая температуре газа в начальном состоянии 1.

Из рисунка видно, что адиабата ($PV^\gamma = \text{const}$) идет круче изотермы ($PV = \text{const}$). Объясняется это тем, что при адиабатическом сжатии (участок 1—3) увеличение давления газа обусловлено не только уменьшением его объема, как при изотермическом сжатии, но и повышением его температуры. При адиабатическом расширении газа температура его падает, и поэтому давление газа уменьшается быстрее, чем при изотермическом расширении.

§ 7.5. Распределение энергии по степеням свободы. Классическая теория теплоемкости идеального газа, ее успехи и трудности

Рассмотрим 1 моль одноатомного идеального газа. Его внутренняя энергия — это кинетическая энергия поступательного движения его частиц, т.е.

$$U_{\mu} = E_{\kappa} = \frac{3}{2} kT \cdot N_A = \frac{3}{2} RT.$$

Поскольку для 1 моля идеального газа $dU = C_{V_{\mu}} \cdot dT$, то

$$C_{V_{\mu}} = \frac{dU}{dT} = \frac{d}{dT} \left(\frac{3}{2} RT \right) = 1,5R \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Используя уравнение Майера, найдем

$$C_{P_{\mu}} = C_{V_{\mu}} + R = 2,5R \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \quad \text{и} \quad \gamma = \frac{C_{P_{\mu}}}{C_{V_{\mu}}} = 1,67.$$

Как видно, представления молекулярно-кинетической теории позволили теоретически вычислить теплоемкость одноатомного идеального газа, причем ее теоретические значения в области нормальных температур (около 15 °С) хорошо согласуются с экспериментальными (см. табл. 7.1).

Таблица 7.1

Газ	$C_{V_{\mu}}, \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$	γ
<i>He</i>	12,6(1,52R)	1,66
<i>Ne</i>	12,5(1,50R)	1,67

Возникает вопрос: как можно на основе молекулярно-кинетических представлений вычислить теплоемкость более сложных газов: двухатомных, трехатомных и многоатомных? Оказывается, для этого надо рассмотреть распределение энергии по степеням свободы. Молекула одноатомного газа имеет три степени свободы. Это степени свободы поступательного движения, поскольку молекула рассматривается как материальная точка. Ее средняя кинематическая энергия

$$\langle E_{\kappa 1} \rangle = \frac{3}{2} kT.$$

Ввиду хаотичности теплового движения она равномерно распределяется между всеми тремя степенями свободы. Следовательно, на одну степень свободы в среднем приходится энергия

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{2} kT.$$

Молекулу двухатомного идеального газа можно представить себе как гантель из жестко связанных атомов. Кроме трех степеней свободы поступательного движения центра масс C , такая молекула может вращаться вокруг трех осей X , Y , Z (рис. 7.5.1).

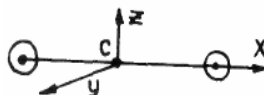


Рис. 7.5.1

Однако вращение вокруг оси X не вносит вклада в энергию молекулы, поскольку момент инерции атомов относительно оси X практически равен нулю. Следовательно, двухатомная молекула имеет пять степеней свободы: три степени свободы поступательного движения и две степени свободы вращательного движения. Молекулы, состоящие из трех и более атомов, имеют шесть степеней свободы: три поступательных и три вращательных.

В основе классической теории теплоемкости (газов и твердых тел) лежит теорема Больцмана—Максвелла о равномерном распределении энергии по степеням свободы: *на каждую степень свободы молекулы в среднем приходится одинаковая кинетическая энергия, равная $1/2 kT$* . Следовательно, если молекула имеет i степеней свободы, то ее средняя кинетическая энергия будет равна:

$$\langle E_{\kappa 1} \rangle = \frac{i}{2} kT.$$

Тогда внутренняя энергия 1 моля идеального газа запишется так:

$$U_{\mu} = E_{\kappa} = \frac{i}{2} kT \cdot N_A = \frac{i}{2} RT,$$

а молярная теплоемкость при постоянном объеме определится выражением

$$C_{V\mu} = \frac{dU_{\mu}}{dT} = \frac{i}{2} R.$$

$$\text{Соответственно } C_{P_{\mu}} = C_{V_{\mu}} + R = \frac{i+2}{2} R.$$

Таким образом, для двухатомных идеальных газов получим:

$$C_{V_{\mu}} = 2,5R \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}; \quad C_{P_{\mu}} = 3,5R \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}; \quad \gamma = 1,40.$$

Для трехатомных и многоатомных идеальных газов:

$$C_{V_{\mu}} = 3R \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}; \quad C_{P_{\mu}} = 4R \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}; \quad \gamma = 1,33.$$

В таблице 7.2 приведены экспериментальные данные по теплоемкости для некоторых газов при нормальных условиях (0 °C).

Таблица 7.2

Газ	$C_{V_{\mu}}, \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$	γ
H_2	20,3 (2,44R)	1,41
N_2	20,8 (2,48R)	1,40
O_2	21,0 (2,52R)	1,39
CO_2	27,6 (3,30R)	1,30
H_2O	25,2 (3,00R)	1,33
NH_3 (метан)	26,4 (3,20R)	1,32

Однако для более сложных газов соответствие теории и эксперимента даже при нормальных условиях неудовлетворительное. Например, $C_{V_{\mu}}$ для паров этилового спирта (C_2H_5OH) равна $(7,4—7,5)R$ вместо $3R$ по теории; для паров бензола (C_6H_6) $C_{V_{\mu}} = (7,8—7,9)R$.

Кроме того, согласно классической теории, теплоемкость газов не зависит от температуры. Эксперимент же показывает, что с ростом температуры теплоемкость всех веществ растет, при низких температурах она быстро убывает и при $T \rightarrow 0$ стремится к нулю. Все это свидетельствует о том, что классическая теория лишь приблизительно верно учитывает особенности микропроцессов.

Трудности классической теории теплоемкости газов были преодолены квантовой теорией теплоемкости (А.Эйнштейн, 1907 г.). Суть этой теории состоит в том, что непрерывно может

изменяться только энергия поступательного движения частиц. Энергия же вращательного и колебательного движения молекул, а также энергия электронов на оболочках может принимать лишь вполне определенные дискретные значения и изменяться может только определенными порциями — квантами.

§ 7.6. Циклы.

Цикл тепловой машины. КПД цикла

Любое изменение параметров системы называется процессом (рис. 7.6.1). Если система возвращается в первоначальное состояние через новые промежуточные положения, то процесс называется круговым процессом или циклом. Основы теории циклов были заложены работой С.Карно «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу» (1824 г.).

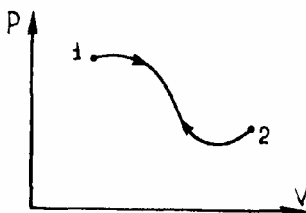


Рис. 7.6.1

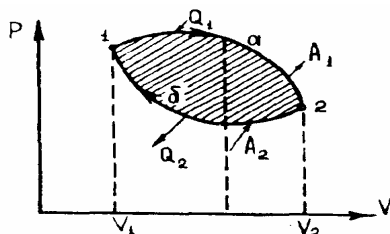


Рис. 7.6.2

Цикл, идущий по часовой стрелке, называется прямым (рис. 7.6.2). Его можно разбить на два процесса: 1a—2 — расширение газа и 2b—1 — сжатие газа. При расширении 1a—2 газ совершит работу $A_1 > 0$, численно равную площади фигуры $V_1 1a2V_2$. При сжатии от V_2 до V_1 газ совершит работу $A_2 < 0$, численно равную площади фигуры $V_1 1b2V_2$. Из рисунка 7.6.2 видно, что $A_1 > |A_2|$, т.е. в целом за цикл будет совершена положительная работа $A = A_1 - |A_2|$, численно равная площади заштрихованной фигуры 1a2b1.

Запишем первое начало термодинамики для процесса расширения и сжатия газа:

$$Q_1 = \Delta U_{1-2} + A_1,$$

$$Q_2 = \Delta U_{2-1} + A_2.$$

Здесь $A_1 > 0$, $A_2 < 0$, $Q_1 > 0$, $Q_2 < 0$. То есть в процессе расширения газу сообщают тепло Q_1 , и он совершает работу A_1 . В процессе сжатия над газом совершают работу A_2 , и он отдает во внешнюю среду (холодильнику) тепло Q_2 . Сложив оба равенства, получим:

$$Q_1 + Q_2 = A_1 + A_2 = A.$$

Так как $A > 0$, то $Q_1 > |Q_2|$. Поскольку

$$P_a V = \frac{m}{\mu} RT_a, \quad P_6 V = \frac{m}{\mu} RT_6 \quad \text{и} \quad P_a > P_6, \quad \text{то} \quad T_a > T_6.$$

Таким образом, в прямом цикле газ получает тепло Q_1 от нагревателя (тела с более высокой температурой), за счет него совершает работу $A > 0$ и часть тепла Q_2 отдает холодильнику (телу с более низкой температурой).

Это цикл тепловой машины. Коэффициент полезного действия цикла равен:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}.$$

§ 7.7. Цикл Карно и его КПД

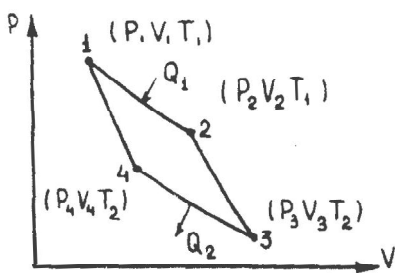


Рис. 7.7.1

Этот цикл был впервые рассмотрен французским инженером Сади Карно. Цикл Карно состоит из двух изотерм и двух адиабат (рис. 7.7.1). В этом цикле на участке 1—2 рабочее тело получает от нагревателя при температуре T_1 некоторое количество тепла Q_1 и изотермически расширяется. Чтобы процесс был изотермическим,

необходимо, чтобы нагреватель обладал очень большой теплоемкостью. На участке 2—3 рабочее тело очень хорошо теплоизолируется от внешней среды и совершает адиабатическое расширение. Участок 3—4 соответствует изотермическому сжатию при температуре холодильника T_2 . При этом холодильнику передается

тепло Q_2 . Чтобы процесс происходил изотермически, необходима бесконечно большая теплоемкость холодильника. На участке 4—1 происходит адиабатическое сжатие. Вид цикла Карно на диаграмме P — V зависит от свойств рабочего тела.

Возьмем в качестве рабочего тела 1 моль идеального газа и вычислим КПД этого цикла. Вычисление КПД цикла Карно представляет большой интерес, т.к. этот цикл наиболее экономичен: ведь при изотермическом расширении все полученное тепло преобразуется в работу, а при адиабатическом процессе отсутствует теплообмен с окружающей средой.

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}.$$

При изотермическом процессе (см. § 7.3)

$$Q_1 = A_{1-2} = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1},$$

$$Q_2 = A_{3-4} = RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}.$$

Тогда

$$\eta = \frac{RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}. \quad (1)$$

Поскольку кривые 2—3 и 1—4 — адиабаты, то на основании уравнения Пуассона можно записать:

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1} \quad (\text{для адиабаты 2—3}) \quad \text{и}$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1} \quad (\text{для адиабаты 1—4}).$$

Поделив первое из этих уравнений на второе, получим:

$$\frac{V_2^{\gamma-1}}{V_1^{\gamma-1}} = \frac{V_3^{\gamma-1}}{V_4^{\gamma-1}}, \quad \text{или} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}. \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), для КПД цикла Карно с идеальным газом получим:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (3)$$

Таким образом, КПД цикла Карно определяется только отношением температур холодильника T_2 и нагревателя T_1 и не зависит от рабочего тела (поскольку физические величины, характеризующие свойства рабочего тела, в формулу (3) не вошли). Это прямой цикл Карно — цикл идеальной тепловой машины Карно.

В термодинамике доказывается несколько теорем, касающихся цикла Карно, в частности: *КПД любого цикла не превышает КПД цикла Карно.*

Все это, несомненно, свидетельствует о большом теоретическом значении цикла Карно для решения ряда вопросов экономичности реальных тепловых двигателей.

§ 7.8. Второе начало термодинамики и его различные формулировки

С точки зрения первого начала термодинамики в системе могут протекать любые процессы, лишь бы выполнялся закон сохранения энергии. Например, переход кинетической энергии тела при наличии сил трения во внутреннюю энергию и ее рассеяние в форме тепла происходят самопроизвольно. Первому закону термодинамики не противоречит процесс, при котором рассеянная в форме тепла внутренняя энергия сама собой собралась бы, передавалась телу и заставила бы его двигаться с первоначальной скоростью. Но практика показывает, что такой процесс самопроизвольно протекать не может. Или: передача тепла от горячего тела к холодному и выравнивание их температур происходит самопроизвольно. Обратный же процесс, когда тепло от одного тела было бы передано другому телу, имеющему с первым одинаковую температуру, хотя и не противоречит первому закону термодинамики, но самопроизвольно протекать не будет. Первому началу термодинамики не противоречит и такой процесс, единственным результатом которого было бы совершение работы, равной полученному количеству тепла, т.е. $A = Q$. КПД такого процесса был бы равен 100%. Но практика опровергает такую возможность. Таким образом, возможные с точки зрения первого начала термодинамики процессы оказываются неравноценными в отношении направления их протекания или даже невозможными

на практике. В одном направлении они могут протекать самопроизвольно, в другом — нет. Это свойство реальных процессов называется необратимостью. Для того чтобы систему в этих процессах вернуть в исходное состояние, т.е. совершить обратный процесс, необходим какой-то дополнительный (компенсирующий) процесс.

На необратимость тепловых процессов указывает второе начало термодинамики. Приведем некоторые его формулировки

1. Формулировка Клаузиуса: ***теплота не может сама собой переходить от менее нагретого тела к более нагретому, или невозможен такой процесс, единственным конечным результатом которого был бы переход тепла от менее нагретого тела к более нагретому.***

Заметим, что второе начало термодинамики не запрещает возможность передачи тепла от менее нагретого тела к более нагретому. Это, как известно, реализуется в холодильной машине. Но такой процесс идет самопроизвольно и сопровождается изменениями в окружающих телах, поскольку приходится над системой совершать работу, забирая от холодильника тепло Q_2 и передавая нагревателю тепло Q_1 .

2. Формулировка Кельвина—Планка: ***невозможен такой процесс, единственным результатом которого было бы полное превращение теплоты, полученной от нагревателя, в работу.***

КПД такого процесса был бы равен 100%, и двигатель совершающий его, получил название вечного двигателя второго рода. Поэтому второй закон термодинамики в формулировке Кельвина—Планка можно выразить так: ***вечный двигатель (перпетуум мобиле) второго рода невозможен.***

3. В качестве формулировки второго начала термодинамики может быть взята формула (7.7.3), выражающая КПД обратимого цикла Карно.

Все эти формулировки эквивалентны.

Второй закон термодинамики указывает на необратимость процессов, в которых имеется переход механической энергии в тепловую, т.е. упорядоченного движения тела в неупорядоченное движение его частиц. Упорядоченное движение тела как целого переходит в неупорядоченное движение его частиц самопроиз-

вольно и полностью. Переход же неупорядоченного движения частиц тела в упорядоченное движение тела как целого самопроизвольно происходить не может. Для этого нужны дополнительные процессы. При этом теплоту в работу можно перевести лишь частично.

Более глубокий смысл второго начала термодинамики раскрывается, если связать его непосредственно с хаотическим тепловым движением частиц. Это выявляет статистический характер второго закона термодинамики, связанный с энтропией и вероятностью состояния.

§ 7.9. Энтропия и вероятность состояния.

Статистический смысл второго начала термодинамики.

Для характеристики состояния системы (меры беспорядка в ней) и направленности протекания процессов в физике была введена особая функция состояния S -энтропия. Изменение энтропии системы не зависит от пути перехода системы из одного состояния в другое и определяется по формуле

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\sigma Q}{T}, \quad (1)$$

где σQ — количество тепла, полученное (отданное) системой в элементарном процессе при температуре T .

Для элементарного (бесконечно малого) обратимого процесса $dS = \frac{\delta Q}{T}$. Как видно, при нагревании тела ($\sigma Q > 0$) его энтропия возрастает, при охлаждении ($\sigma Q < 0$) энтропия убывает. Формула (1) дает возможность находить изменение энтропии. Чтобы найти ее абсолютное значение, надо выбрать начало отсчета, которое устанавливается на основании теоремы Нернста: *энтропия системы при $T = 0$ равна нулю, т.е. $S_{T=0} = 0$* . Как видно,

$$[S] = \frac{Дж}{К}.$$

Если процесс необратимый, то $dS > \frac{\delta Q}{T}$.

Таким образом, $dS \geq \frac{\delta Q}{T}$.

Если система замкнута адиабатически, т.е. $\delta Q = 0$, то $dS \geq 0$.

Значит, *энтропия замкнутой системы не может убывать*. Если в изолированной системе протекают обратимые процессы, то ее энтропия остается неизменной ($dS = 0$). В случае реальных (необратимых) процессов энтропия изолированной системы возрастает ($dS > 0$). Но в замкнутой системе процессы идут самопроизвольно и переводят систему в состояние равновесия, которое является наиболее вероятным. Таким образом, вместе с ростом энтропии растет и вероятность состояния системы. И энтропия, и вероятность пребывания системы в состоянии равновесия максимальны.

Количественная связь энтропии и вероятности состояния была найдена Л.Больцманом (формула Больцмана):

$$S = k \ln W,$$

где S — энтропия,

W — термодинамическая вероятность состояния,

k — постоянная Больцмана.

Термодинамическая вероятность — это число микросостояний, которыми может быть реализовано данное макросостояние.

Поясним сказанное следующим примером. Пусть имеется сосуд, разделенный на два отсека, и в них надо разместить четыре частицы: a, b, c, d . Очевидно, это могут быть следующие способы:

1	2	1	2
$abcd$	0	ab	cd
0	$abcd$	ac	bd
abc	d	ad	bc
abd	c	cd	ad
bcd	a	bd	ac
acd	b	bc	ad
d	abc		
c	abd		
a	bcd		
b	acd		

Число способов можно подсчитать по формуле

$$Z = a^N,$$

где N — число частиц,

a — число мест.

В нашем случае $Z = 2^4 = 16$.

Термодинамическая вероятность определится формулой

$$W = \frac{N!}{N_1! N_2! \dots N_n!},$$

где N_1 — число частиц в первом состоянии,

N_2 — во втором и т.д.

Вычислим термодинамические вероятности различных состояний из приведенного примера:

$$W_{4-0} = \frac{4!}{4!0!} = \frac{24}{24 \cdot 1} = 1$$

(в первом отсеке — 4 частицы, во втором — 0 частиц).

$$W_{3-1} = \frac{4!}{3!1!} = 4,$$

$$W_{2-2} = \frac{4!}{2!2!} = 6,$$

$$W_{1-3} = \frac{4!}{1!3!} = 4,$$

$$W_{0-4} = \frac{4!}{0!4!} = 1.$$

Как видно, наибольшей вероятностью обладает равномерное распределение частиц по отсекам.

Из формулы Больцмана следует:

$$dS = k \frac{dW}{W}.$$

Но так как в замкнутой системе $dS \geq 0$, то и $dW \geq 0$, т.е. *термодинамическая вероятность состояния замкнутой системы при всех происходящих в ней процессах не может убывать*. Это и есть статистическое истолкование второго закона термодинамики. Если в замкнутой системе протекают необратимые процессы, то $dW > 0$, т.е. необратимые процессы переводят систему в наиболее вероятное состояние.

Следовательно, *необратимый процесс — это такой процесс, обратный которому должен переводить систему из более вероятного состояния в менее вероятное.*

Поясним на примере физический смысл энтропии.

Рассмотрим обратимый изотермический процесс и запишем для него первое начало термодинамики $\delta Q = dU + \delta A$. Поскольку $\delta Q = dS \cdot T$, то $dS \cdot T = dU + \delta A$, или

$$\delta A = -dU + dS \cdot T = -d(U - ST) - SdT = -dF,$$

где $F = U - ST$ — свободная энергия, за счет которой может совершаться работа, ST — связанная энергия, она не может быть передана в форме работы.

Следовательно, связанная энергия — это обесцененная часть внутренней энергии. Но она тем больше, чем больше энтропия. Значит, *энтропия — это мера обесцененности внутренней энергии тела, мера его тепловой неработоспособности.* Таким образом, внутренняя энергия замкнутой системы в состоянии равновесия обесценена максимально.

Всякий закон, всякое научное положение имеют свои границы применимости и справедливы для определенного круга явлений. Необоснованное расширение этих границ приводит к различным выводам, порою далеко идущим и неверным.

Распространив второе начало термодинамики, справедливое для замкнутых макросистем, на всю Вселенную (мегасистему), Р.Клаузиус пришел к следующему выводу: энтропия мира стремится к максимуму, т.е. мир движется к состоянию равновесия. Это значит, что все виды энергии переходят во внутреннюю энергию (энергию теплового движения), а она рассеивается. Следовательно, температуры всех тел во Вселенной выравниваются, и Вселенная переходит в состояние теплового равновесия. Такое ее состояние получило название тепловой смерти Вселенной.

Этот вывод Р.Клаузиуса Л.Больцман и М.Смолуховский подвергли критике. С общепhilософских позиций он был рассмотрен Ф.Энгельсом: «Неуничтожимость движения надо понимать не только в количественном, но и в качественном смысле. Согласно же Р.Клаузиусу, энергия теряется, если не количественно, то качественно, что неизбежно приводит к признанию «толчка извне».

Современная астрофизика неопровержимо доказывает, что во Вселенной происходит как рассеяние энергии, так и ее концентрация (умирание и образование звезд). В бесконечной Вселенной все состояния равновероятны, т.е. справедливый для замкнутых макросистем второй закон термодинамики нельзя распространять на мегасистему. Несправедлив он и для систем, состоящих из небольшого числа частиц, и для микропроцессов.

контрольные вопросы

1. Что изучает термодинамика? Какие три закона составляют ее основу?
2. Из каких компонентов складывается внутренняя энергия термодинамической системы?
3. Из каких составляющих состоит внутренняя энергия идеального газа?
4. Сформулируйте первое начало термодинамики и поясните его методологическое значение.
5. Как найти работу газа в любом элементарном процессе? Как вычислить его работу в конечном процессе?
6. Что понимается под теплоемкостью системы, удельной теплоемкостью вещества и молярной теплоемкостью?
7. Проведите анализ изопроцессов на основе первого начала термодинамики. Почему $C_{p\mu} > C_{v\mu}$?
8. Проанализируйте адиабатический процесс на основе первого начала термодинамики.
9. Что значит равномерное распределение энергии по степеням свободы? Запишите общие формулы для вычисления $C_{p\mu}$ и $C_{v\mu}$ на основе классической теории теплоемкости идеального газа.
10. Проанализируйте цикл тепловой машины и запишите формулу для нахождения КПД любого цикла.
11. Какова особенность цикла Карно? Чему равен КПД обратимого цикла Карно?
12. Приведите различные формулировки второго начала термодинамики.
13. Что такое энтропия? Как найти ее изменение в произвольном обратимом процессе?
14. В чем состоит статистический смысл второго начала термодинамики?
15. Поясните смысл выражения «энтропия есть мера обесцененности внутренней энергии системы».

Вопросы к экзамену (зачету) по механике и молекулярной физике

1. Физика и ее предмет. Методология физики. Структура физики. Связь физики с другими науками.
2. Измерение физических величин. Построение системы единиц СИ.
3. Механическое движение. Пространство и время в механике Ньютона.
4. Основные понятия кинематики и их характеристики (материальная точка, относительность движения, система отсчета, траектория, путь, перемещение). Принцип независимости движений.
5. Способы задания движения. Скорость и ускорение. Закон скорости и закон пути.
6. Ускорение при криволинейном движении.
7. Движение материальной точки по окружности. Угловые характеристики движения и их связь с линейными.
8. Сила, масса, импульс. Принцип независимости действия сил.
9. Закон инерции. Инерция и инертность. Инерциальные системы отсчета.
10. Второй и третий законы Ньютона.
11. Принцип относительности Галилея.
12. Силы трения. Трение покоя, скольжения и качения. Законы сухого трения.
13. Упругие силы. Простейшие виды упругих деформаций. Закон Гука.
14. Силы тяготения. Закон всемирного тяготения. Сила тяжести и вес.
15. Система материальных точек. Закон сохранения импульса.
16. Центр масс системы. Законы движения центра масс.
17. Энергия и работа. Работа постоянной и переменной силы. Мощность.
18. Кинетическая и потенциальная энергии. Связь кинетической энергии с работой сил. Потенциальная энергия материальной точки в поле тяжести Земли.
19. Энергия упругих деформаций.
20. Закон сохранения механической энергии. Соударение тел.

21. Момент инерции и его вычисление. Теорема Штейнера.
22. Момент силы. Основной закон динамики вращательного движения.
23. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса.
24. Кинетическая энергия вращающегося тела. Работа при вращательном движении.
25. Колебательное движение. Гармонические колебания и их характеристики. Кинематика и динамика гармонических колебаний.
26. Энергия гармонических колебаний. Простейшие колебательные системы и периоды их колебаний.
27. Сложение колебаний одного направления.
28. Затухающие и вынужденные колебания и их характеристики. Механический резонанс.
29. Механические волны. Их виды и характеристики. Уравнение плоской бегущей волны.
30. Интерференция волн. Стоячие волны.
31. Поток энергии. Вектор Умова.
32. Постулаты специальной теории относительности и следствия из них.
33. Стационарное течение жидкости. Уравнение неразрывности струи.
34. Идеальная жидкость. Уравнение Бернулли и следствия из него.
35. Движение вязкой жидкости. Ламинарное и турбулентное течения.
36. Предмет молекулярной физики. Основные положения молекулярно-кинетической теории и их опытное обоснование. Особенности теплового движения в разных агрегатных состояниях.
37. Экспериментальные газовые законы.
38. Идеальный газ. Уравнение Менделеева—Клапейрона.
39. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории и следствия из него.
40. Распределение молекул по скоростям (распределение Максвелла).
41. Барометрическая формула. Распределение Больцмана.
42. Внутренняя энергия термодинамической системы и способы ее изменения. Первое начало термодинамики.

43. Работа газа. Теплостмкость газа.
44. Анализ изохорического и изобарического процессов на основе первого начала термодинамики. Уравнение Майера.
45. Анализ изотермического и адиабатического процессов на основе первого начала термодинамики.
46. Классическая теория теплостмкости идеального газа, ее успехи и трудности.
47. Обратимые и необратимые процессы и циклы. Цикл тепловой машины. КПД цикла.
48. Цикл Карно и его КПД.
49. Второе начало термодинамики и его различные формулировки.
50. Энтропия и вероятность состояния. Закон возрастания энтропии.
51. Реальный газ. Взаимодействие молекул. Уравнение Ван-дер-Ваальса.
52. Экспериментальные изотермы реального газа. Критическое состояние. Изотермы Ван-дер-Ваальса.
53. Особенности жидкого состояния. Поверхностное натяжение. Смачивание и несмачивание.
54. Давление Лапласа. Капиллярные явления.
55. Твердые тела. Моно- и поликристаллы. Виды кристаллов по типу связей. Тепловое расширение и теплостмкость твердых тел.
56. Фазовые переходы и равновесия. Диаграмма состояния вещества.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

§ 1. Некоторые общие рекомендации по решению физических задач

1. Знание теории — необходимое, но еще недостаточное условие для успешного решения задач.

2. Необходимо уметь анализировать физическую ситуацию, изложенную в условии задачи и связанную с данным физическим явлением. Это умение приобретается только опытным путем, т.е. при решении задач. Таким образом, научиться решать задачи можно, только решая их. Кроме того, в этом случае происходит более глубокое усвоение знаний по физике. Теоретические знания человека, которые он не может применить на практике, ничего не стоят. Они бесполезны!

3. Решение задач — это процесс творческий.

4. Общего, единого правила (алгоритма) решения задач не существует, тем не менее есть смысл придерживаться при их решении определенного порядка:

— внимательно прочитать условие задачи и сделать его краткую (математическую) запись;

— обдумать условие задачи; уяснить физические процессы, о которых идет речь; вспомнить, каким закономерностям они подчиняются; идя от искомым (неизвестных) величин, наметить приемы путь решения задачи;

— сделать чертеж, схему, рисунок с обозначениями данных и искомым величин (помните: это не самоцель, а помощь в решении задачи; ошибка в чертеже, как правило, ведет к ошибке при решении задачи).

5. Используя физические формулы, отвечающие содержанию данной задачи, необходимо записать уравнение или систему уравнений, связывающих данные и искомые величины.

6. Решать задачу надо в общем виде, т.е. делать алгебраические преобразования до тех пор, пока не получится уравнение, в левой части которого стоит неизвестная величина, а в правой — известные или табличные величины. Это уравнение называют рабочей (или расчетной) формулой.

7. Следует проверить полученную формулу по размерности. Верная размерность искомой величины еще не гарантирует пра-

тельность решения, однако неверная размерность означает наличие в решении ошибки.

8. Числовые значения величин в рабочую формулу необходимо подставлять в одной системе единиц, тогда ответ получится в этой же системе.

9. Вычисления необходимо производить с соблюдением правил приближенных вычислений. Чтобы не было разночтений, приведем главные из них.

§ 2. Основные правила приближенных вычислений

1. Число называется точным или приближенным в зависимости от того, точное или приближенное значение величины оно выражает. Числа, полученные в результате измерения величин, как правило, приближенные.

2. По правилу, предложенному академиком А.Н.Крыловым, приближенный результат следует записывать так, чтобы последняя его цифра указывала на точность; все цифры, кроме последней, должны быть верными, и лишь в последней (сомнительной) допустима ошибка не более чем на одну единицу. Например, если длина отрезка $l \approx 10,35$ м, то это означает, что она измерена с точностью до 0,01 м (или 1 см). Если $a \approx 3,1542$, то это означает, что число a задано с точностью до 0,0001. (На практике нередко при записи приближенных чисел вместо знака « $\approx$ » пишут знак « $\Rightarrow$ »).

3. Значащими цифрами приближенного числа, записанного в десятичной форме, называются все его цифры, начиная с первой слева, отличной от нуля. Например, приближенное число 3,402 имеет четыре значащие цифры; число 0,031 — две значащие цифры. В случае чисел с нулями на конце (например, 125 000) возникает вопрос о том, для чего служат нули: для обозначения значащих цифр или для определения разряда остальных цифр? Чтобы избежать путаницы, договоримся о следующем:

а) если в числе 125 000 шесть значащих цифр, то его надо записывать именно так. Эта запись означает, что оно задано с точностью до 1;

б) запись $1,25 \cdot 10^5$ означает, что в данном числе три значащие цифры, т.е. оно задано с точностью до 1 000;

в) если в числе 125 000 четыре значащие цифры, то запись будет такой: $1,250 \cdot 10^5$, т.е. число задано с точностью до 100.

4. При округлении данного числа с точностью до n -го разряда последняя сохраняемая цифра (цифра n -го разряда) не меняется, если цифра, следующая за ней, меньше 5, и увеличивается на 1, если цифра, следующая за ней, не меньше 5.

5. При сложении и вычитании приближенных чисел следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их в приближенном числе, имеющем наименьшее число десятичных знаков (т.е. в числе с наибольшей абсолютной погрешностью). Именно этой наибольшей погрешностью и определяется погрешность суммы или разности.

Пример.

Найти сумму приближенных чисел 2,38035; 0,0342; 51,247018 и 5,3.

$$\begin{array}{r} 2,38035 \\ + 0,0342 \\ + 51,247018 \\ \hline 5,3 \\ 58,961568 \approx 59,0 \end{array}$$

6. Более рационально поступать так: все приближенные числа округляют с точностью на 1 десятичный знак больше, чем в слагаемом с наименьшим числом десятичных знаков, складывают их и результат округляют в соответствии с правилом 5, т.е.

$$\begin{array}{r} 2,38 \\ + 0,03 \\ + 51,25 \\ \hline 5,3 \\ 58,96 \approx 59,0 \end{array}$$

7. При умножении и делении приближенных чисел в результате следует сохранить столько значащих цифр, сколько их содержит приближенное число, имеющее наименьшее количество значащих цифр. На практике, чтобы не делать лишней работы, поступают так: данные числа округляют с точностью на один порядок выше, чем требует правило 7, производят с ними действия

умножения или деления и результат округляют в соответствии с правилом 7.

Пример.

Найти значение выражения:

$$\frac{68,045 \cdot 7,2}{20,17} \approx \frac{68,0 \cdot 7,2}{20,2} \approx 24,2 \approx 24.$$

8. При возведении приближенных чисел в степень в результате следует сохранить столько значащих цифр, сколько их имеет основание степени.

9. При извлечении корней в результате следует оставить столько значащих цифр, сколько их содержится в подкоренном выражении.

10. Если необходимо выполнить различные действия над приближенными числами, заданными с разной степенью точности, то предварительно их округляют, сохраняя лишь одну запасную цифру по сравнению с требованием правил 5—7. Аналогично округляются результаты всех промежуточных действий. В конечном результате запасная цифра отбрасывается по правилам округления.

Глава 1

КИНЕМАТИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Скорость $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$,

где $\vec{r}$ — радиус-вектор точки;

ускорение $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$.

При равнопеременном движении ($\vec{a} = \text{const}$) скорость и перемещение выражаются соотношениями

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad (1)$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{v}_0t + \frac{\vec{a}t^2}{2} \quad (2)$$

где $\vec{v}_0$ — начальная скорость.

Формулы (1) и (2) дают возможность графически решать задачи на нахождение $\vec{v}$ и $\Delta\vec{r}$.

Основным методом решения задач в физике является аналитический (численный) метод. Для этого уравнения (1) и (2) проектируют на выбранные оси координат (оси движений), после чего решают полученные скалярные уравнения. В проекциях эти уравнения выглядят так:

$$v_x = v_{0x} \pm a_x t, \quad \Delta r_x = x - x_0 = v_{0x}t \pm \frac{a_x t^2}{2} \quad (3)$$

(аналогично на осях OY и OZ).

Если движение происходит в одном направлении, то (3) дает пройденный путь

$$s = v_0t \pm \frac{at^2}{2}.$$

В случае равномерного ($a = 0$) движения

$$s = vt.$$

Средняя скорость

$$v_{cp} = \frac{s}{t}.$$

Скорость сложного движения

$$\vec{v} = \sum \vec{v}_i,$$

где $\vec{v}_i$ — скорости простых движений.

Аналогично для ускорений

$$\vec{a} = \sum \vec{a}_i.$$

При криволинейном движении полное ускорение

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_m,$$

где $\vec{a}_n$ — нормальное ускорение, $\vec{a}_t$ — тангенциальное (касательное) ускорение.

Модуль полного ускорения

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_n^2 + a_m^2},$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad a_m = \frac{dv}{dt},$$

где R — радиус кривизны траектории в данной точке.

При вращении твердого тела около неподвижной оси (или при движении точки по окружности) угловая скорость

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt},$$

угловое ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

При равнопеременном вращении ($\vec{\varepsilon} = \text{const}$)

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t,$$

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

(знак «минус» соответствует равнозамедленному вращению).

Связь линейных и угловых характеристик движения:

$$s = \varphi \cdot R; \quad v = \omega R; \quad a_m = \varepsilon R; \quad a_n = \omega^2 R.$$

Если $\omega = \text{const}$ (равномерное вращение), то $\varphi = \omega t$;

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{n},$$

где T — период вращения;

n — число оборотов в секунду;

ν — частота вращения.

Полезно помнить следующие два соотношения для равнопеременных движений:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2as; \quad \omega_2^2 - \omega_1^2 = 2\varepsilon\varphi.$$

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Наиболее распространенными в нашем случае являются задачи, когда материальная точка движется в плоскости с постоянным ускорением. При их решении рекомендуется придерживаться следующего порядка действий:

1. Выбрать прямоугольную систему координат с осями OX и OY , лежащими в плоскости, в которой движется материальная точка, и начертить в ней предполагаемую траекторию движения.

2. Спроектировать векторные уравнения движения (1) и (2) на выбранные оси и записать их в форме (3). Теперь решение задачи сведется к решению полученной системы уравнений.

3. Выбор осей определяется условием конкретной задачи. При этом надо стремиться, чтобы часть проекций векторов оказалась равной нулю. Начало координат чаще всего совмещается с положением точки в начальный момент времени.

4. Знаки всех проекций определяются правилами проектирования. Если направление искомого вектора неизвестно, то оно выбирается произвольным образом, после чего вектор проектируют на выбранные оси. Если при решении задачи у проекции будет положительный знак, то направление вектора выбрано верно; отрицательный знак свидетельствует о его направлении в другую сторону.

5. Следует помнить, что в общем случае путь Δs , отсчитываемый вдоль траектории, больше модуля перемещения $\Delta \vec{r}$. Только для прямолинейного движения, происходящего в одном направлении, $\Delta s = |\Delta \vec{r}|$.

ЗАДАЧИ

1. Первую треть пути между пунктами велосипедист проехал со скоростью $v = 5$ м/с. Затем половину оставшегося времени он ехал со скоростью $v = 10$ м/с, после чего до конечного пункта шел пешком со скоростью $v = 1$ м/с. Определить среднюю скорость движения велосипедиста.

[5,3 м/с]

2. Найти среднюю скорость тела в двух случаях:

а) первую четверть времени оно двигалось со скоростью $v = 5$ м/с, вторую четверть времени — со скоростью $v = 10$ м/с, оставшуюся часть времени — со скоростью $v = 5$ м/с;

б) первую четверть пути оно двигалось со скоростью $v = 5$ м/с, вторую четверть пути — со скоростью $v = 10$ м/с, оставшуюся часть пути — со скоростью $v = 15$ м/с.

[11,25 м/с; 9,2 м/с]

3. Зависимость пройденного телом пути S от времени t дается уравнением $S = At + Bt^2 + Ct^3$, где $A = 2$ м/с, $B = 3$ м/с², $C = 4$ м/с³.

Найти:

а) зависимость скорости v и ускорения a от времени t ;

б) расстояние S , скорость v , ускорение a через время $t = 2$ с после начала движения;

в) среднюю скорость и среднее ускорение за это время.

[б) 48 м; 62 м/с; 54 м/с²; в) 24 м/с; 30 м/с²]

4. С балкона небоскреба высотой 100 м бросили мяч. Через какое время мяч упадет на землю, если начальная скорость мяча v_0 равна:

а) 0;

б) 5 м/с и направлена вверх;

в) 5 м/с и направлена вниз?

[4,5 с; 5,1 с; 4,0 с]

5. Свободно падающее тело в последнюю секунду своего движения прошло половину пути. С какой высоты падало тело, каково время его падения?

[3,4 с; 56,6 м]

6. С башни высотой 20 м горизонтально брошен камень со скоростью $v_0 = 10$ м/с. Какое время камень будет находиться в движении? На каком расстоянии от башни он упадет на землю? С какой скоростью он упадет на землю? Какой угол с горизонтом составит траектория камня в точке его падения на землю?

[2,0 с; 20,0 м; 22,0 м/с; 63,0°]

7. Камень брошен горизонтально с начальной скоростью 10 м/с. Найти скорость камня, нормальное и тангенциальное ускорения через 2 с и радиус кривизны траектории в этот момент.

[22,0 м/с; 4,5 м/с²; 8,7 м/с²; 107,6 м]

8. Тело брошено под углом 30° к горизонту с начальной скоростью 10 м/с. Найти зависимость координат, а также горизонтальной и вертикальной составляющих скорости от времени. Определить уравнение траектории движения, максимальную высоту и время подъема, время и дальность полета.

[1,3 м; 0,5 с; 1,0 с; 8,5 м]

9. Мяч брошен со скоростью $v = 10$ м/с под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. На какую высоту h поднимется мяч? На каком расстоянии l от места бросания он упадет на землю? Какое время t он будет в движении? Определить скорость, ускорение и радиус кривизны в двух любых точках траектории.

[2,4 м; 10,0 м; 1,4 с]

10. С башни высотой $h = 25$ м брошен камень со скоростью $v = 15$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Какое время t камень будет в движении? На каком расстоянии l от основания башни он упадет на землю? С какой скоростью он упадет на землю? Какой угол ϕ составит траектория камня с горизонтом в точке падения? Определить нормальное, тангенциальное ускорения и радиус кривизны траектории в точке соприкосновения камня с землей.

[3,2 с; 41,1 м; 26,7 м/с; 61°; 4,7 м/с²; 8,5 м/с²; 151,7 м]

11. Точка движется по окружности радиусом $R = 0,2$ м. Зависимость пути от времени дается уравнением $S = Ct^3$, где $C = 0,1$ м/с³. Найти нормальное a_n , тангенциальное a_t и полное ускорения точки, когда ее линейная скорость $v = 2$ м/с. Чему равны в этот момент ее угловая скорость и угловое ускорение?

[20 м/с²; 1,55 м/с²; 20,06 м/с²; 10 рад/с; 7,8 рад/с²]

12. Точка движется по окружности радиусом $R = 0,1$ м с постоянным тангенциальным ускорением. Найти ускорение точки через 10 с после начала движения, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки $v = 0,8$ м/с.

$$[a_t = 0,1 \text{ м/с}^2; a_n = 10,0 \text{ м/с}^2; a = 10,0 \text{ м/с}^2]$$

13. Колесо, вращаясь равноускоренно, достигло угловой скорости $\omega = 20$ рад/с, сделав 10 оборотов после начала вращения. Найти угловое ускорение колеса. Какое число оборотов сделает колесо за 2 с в промежутке между 8-й и 10-й секундами? Какую угловую скорость оно будет иметь в эти моменты времени? Чему будет равна средняя угловая скорость в этот промежуток времени и как она будет связана с числом оборотов?

$$[3,2 \text{ рад/с}^2; 25,6 \text{ рад/с}; 32 \text{ рад/с}; 28,8 \text{ рад/с}; 9,2 \text{ об}]$$

14. Вентилятор вращается с частотой $n = 900$ об/мин. После выключения электродвигателя, вращаясь равнозамедленно, он сделал до остановки $N = 75$ оборотов. Через какое время после выключения из сети вентилятор остановится? Какую скорость он имел в середине этого временного промежутка?

$$[10 \text{ с}; 47,1 \text{ рад/с}]$$

15. Найти угловое ускорение колеса, если известно, что через время $t = 2$ с после начала движения вектор полного ускорения точки, лежащей на ободе, составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с вектором ее линейной скорости?

$$[0,43 \text{ рад/с}^2]$$

16. Во сколько раз нормальное ускорение a_n точки, лежащей на ободе вращающегося колеса, больше ее тангенциального ускорения a_t в тот момент времени, когда вектор полного ускорения точки составляет угол в 30° с вектором ее линейной скорости?

$$[a_n / a_t = 0,6]$$

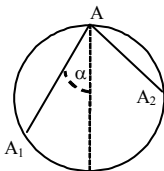


Рис. к задаче 17

17. Из точки A , лежащей на верхнем конце вертикального диаметра некоторой окружности, по желобу, установленному вдоль различных хорд этой окружности, одновременно начинают скользить грузы. Через какое время грузы достигнут окружности? Как это время зависит

от угла α ? Трением пренебречь.

$$[t_1 = t_2 = \sqrt{4R/g}]$$

18. Небольшое тело скользит со скоростью $v = 10$ м/с по горизонтальной плоскости, приближаясь к щели. Щель образована двумя отвесными стенами, находящимися на расстоянии $d = 5$ см друг от друга. Глубина щели $h = 1$ м. Сколько раз тело ударится о стенки, прежде чем упадет на дно? Удар считать абсолютно упругим.

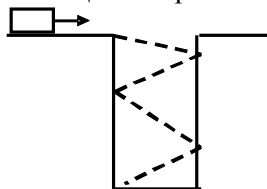


Рис. к задаче 18

$$[N = \frac{v}{d} \sqrt{\frac{2h}{g}} = 90]$$

19. Гладкий диск радиуса R , плоскость которого горизонтальна, вращается вокруг своей оси с частотой $n = 40$ об/мин. От поверхности на расстоянии $R/2$ от оси вращения отрывается небольшое тело, которое без трения скользит по диску. Через какое время оно соскользнет с диска?

$$[t = \frac{\sqrt{3}}{2\pi n} = 0,41 \text{ с}]$$

20. Колесо радиуса R равномерно катится по горизонтальной поверхности. От точки A на горизонтальном диаметре обода колеса отрывается капелька грязи. С какой скоростью движется колесо, если капелька, побывав в воздухе, снова опустилась на то же самое место колеса? Сопротивление воздуха не учитывать.

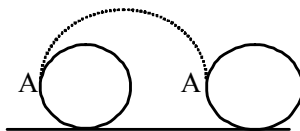


Рис. к задаче 20

$$[v = \sqrt{\pi g R N}, \text{ где } N \text{ — число оборотов, совершенных колесом}]$$

21. Шарик вертикально падает на наклонную плоскость с углом наклона к горизонту $\alpha = 30^\circ$. Пролетев расстояние $h = 1$ м, он упруго отскакивает от плоскости и второй раз падает на нее же. Найти расстояние S между первым и вторым ударами шарика о плоскость.

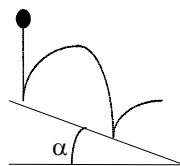


Рис. к задаче 21

$$[S = 8h \sin \alpha = 4 \text{ м}]$$

Глава 2

ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Импульс материальной точки массой m , движущейся со скоростью $\vec{v}$,

$$\vec{P} = m\vec{v}.$$

Второй закон Ньютона

$$d\vec{P} = \vec{F}dt,$$

где $\vec{F}$ — результирующая сила, действующая на материальную точку.

При небольших скоростях: $m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}$.

Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила тяжести

$$F_T = mg;$$

б) сила гравитационного взаимодействия

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где γ — гравитационная постоянная; m_1 и m_2 — массы взаимодействующих тел;

r — расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки);

в) сила упругости

$$F = -kx,$$

где k — коэффициент упругости (в случае пружины — жесткость);

x — абсолютная деформация;

г) сила трения скольжения

$$F_{тр} = kN,$$

где k — коэффициент трения скольжения,

N — сила реакции опоры.

Закон сохранения импульса: импульс замкнутой системы материальных точек есть величина постоянная (или: импульс тел до взаимодействия равен их импульсу после взаимодействия).

$$\sum_i \vec{P}_i = \sum_i \vec{P}'_i.$$

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. При решении задач на динамику важно помнить, что основной закон динамики (второй закон Ньютона), записанный формулой $m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}$, справедлив только в инерциальных

системах отсчета. В подавляющем большинстве задач систему отсчета, связанную с Землей, можно считать инерциальной.

2. При решении динамических задач следует придерживаться следующего порядка действий:

а) после прочтения задачи и краткой записи ее условия сделать чертеж, указав на нем все силы, действующие на данное тело. Число сил, приложенных к данному телу, равно числу тел, действующих на него;

б) записать второй закон Ньютона в векторной форме;

в) выбрать оси координат (чаще всего это будут две оси — OX и OY , т.к. в большинстве случаев рассматриваются плоские системы сил);

г) спроектировав векторное уравнение на выбранные оси, получают два скалярных уравнения.

3. В случае прямолинейного движения одну из осей направляют вдоль вектора ускорения, другую — перпендикулярно к нему. При криволинейном движении одну из осей чаще всего направляют вдоль вектора $\vec{a}_m$ (по касательной к траектории), другую — вдоль вектора $\vec{a}_n$ (по нормали к центру кривизны).

4. Если силы, действующие на тело, лежат на одной прямой, то достаточно одной оси; вдоль нее будет направлен и вектор ускорения.

5. Если в задаче рассматривается движение связанных тел, то уравнение движения записывается для каждого тела. Кроме того, записываются уравнения, учитывающие условия связи тел. Следует помнить, что число уравнений должно равняться числу неизвестных.

ЗАДАЧИ

1. К нити подвешен груз массой 1 кг. Найти силу натяжения нити, если:

- а) груз поднимать вверх с ускорением 5 м/с^2 ;
- б) опускать вниз с тем же ускорением 5 м/с^2 ;
- в) поднимать или опускать равномерно;
- г) груз покоится.

[14,8 Н; 4,8 Н; 9,8 Н; 9,8 Н]

2. Масса лифта с пассажирами 800 кг. С каким ускорением и в каком направлении движется лифт, если сила натяжения троса, его поддерживающего, равна: а) 12 кН; б) 6 кН; в) 7,85 кН?

[4,9 м/с^2 вверх; 2,45 м/с^2 вниз; 0]

3. Какую силу необходимо приложить к вагону массой 20 т, чтобы он стал двигаться равноускоренно и за 30 с прошел путь в 10 м? Сила трения равна 0,1 силы тяжести.

[20 кН]

4. Тело массой 0,5 кг движется прямолинейно. Причем зависимость пути S от времени t дается уравнением $S = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$, где $C = 5 \text{ м/с}^2$, $D = 1 \text{ м/с}^3$. Найти силу F , действующую на тело в конце первой, второй и третьей секунд.

[2 Н; -1 Н; -4 Н]

5. На брусок массой 3 кг действует сила, приложенная под углом 30° к горизонту, равная 50 Н. С каким ускорением движется брусок по горизонтальной поверхности, если коэффициент трения равен 0,1?

[~ 14,3 м/с^2]

6. Найти силу, которую надо приложить к телу, чтобы оно двигалось с ускорением 1 м/с^2 в гору с уклоном 1 м на каждые 25 м пути. Масса тела 1 т, коэффициент трения $k = 0,1$.

[~ 2,4 кН]

7. Тело скользит по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 45^\circ$. Пройдя путь 0,9 м, тело приобрело скорость 3 м/с. Найти коэффициент трения тела о плоскость.

[~ 0,3]

8. К пружине, жесткость которой равна 0,2 кН/м, подвешена гири массой 0,5 кг. Найти удлинение пружины, если:

- пружина покоится;
- поднимается вверх с ускорением 5 м/с^2 ;
- опускается вниз с ускорением 5 м/с^2 .

[$\sim 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$; $3,7 \cdot 10^{-2} \text{ м}$; $1,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$]

9. Две гири массами $m_1 = 2 \text{ кг}$ и $m_2 = 1 \text{ кг}$ соединены нитью, перекинутой через блок. Найти ускорение, с которым движутся гири, и силу натяжения нити. Трением в блоке и его массой пренебречь. Чему равна сила давления на ось блока?

[$\sim 3,3$; 13 Н; 26 Н]

10. Невесомый блок укреплен на вершине наклонных плоскостей, составляющих с горизонтом углов $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 90^\circ$. Бруски массами $m_1 = m_2 = 1 \text{ кг}$ соединены нитью, перекинутой через блок. Найти ускорение, с которым движутся бруски, и силу натяжения нити. Коэффициент трения k_1 первого бруска о наклонную плоскость равен 0,1.

[$\sim 2,1 \text{ м/с}^2$; $\sim 7 \text{ Н}$]

11. Решить задачу 10 при условии, что $\beta = 60^\circ$, $k_2 = 0,05$.

[$1,2 \text{ м/с}^2$; $\sim 7 \text{ Н}$]

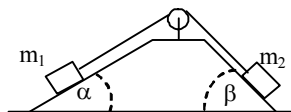


Рис. к задаче 11

12. Граната, летящая со скоростью 10 м/с, разрывается на два осколка. Большой осколок, масса которого составляет 0,6 от массы всей гранаты, продолжает двигаться в том же направлении со скоростью $u_1 = 25 \text{ м/с}$. Найти скорость u_2 меньшего осколка.

[$-12,5 \text{ м/с}$]

13. Решить задачу 12 при условии, что большой осколок стал двигаться под углом $\alpha = 30^\circ$ к первоначальному направлению движения гранаты.

[$-73,3 \text{ м/с}$]

14. Шар на нити подвешен к потолку трамвайного вагона. Движение вагона замедляется, и его скорость за 2,5 с равномерно уменьшается с 18 км/ч до 9 км/ч. На какой угол α отклонится при этом нить с шаром?

[$\sim 5,7^\circ$]

15. На какую часть уменьшится вес тела на экваторе вследствие вращения Земли вокруг своей оси? Какой продолжительностью должны быть сутки на Земле, чтобы тела, находящиеся на экваторе, не имели веса?

[0,34 %; 1 ч 25 мин]

16. Ведро с водой, привязанное к веревке длиной 60 см, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Найти наименьшую скорость вращения, при которой (в высшей точке траектории движения) вода из него не выливается. Найти силу натяжения веревки в верхней и нижней точках траектории движения. Масса ведерка с водой 2 кг.

[2,43 м/с; 0 Н; 39,2 Н]

17. Камень, привязанный к веревке длиной 50 см, равномерно вращается в вертикальной плоскости. При какой частоте вращения n веревка разорвется, если ее прочность равна десятикратной силе тяжести?

$$\left[n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{9g}{l}} \approx 2,1 \text{ об/с} \right]$$

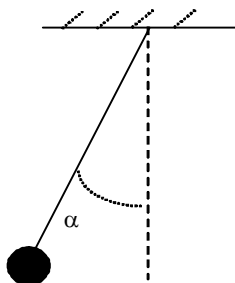


Рис. к задаче 18

18. Гирька, привязанная к нити длиной 30 см, описывает в горизонтальной плоскости окружность радиуса 15 см. С какой частотой вращается гирька? Чему равна сила натяжения нити, если масса гирьки 50 г.

$$\left[n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{R} \operatorname{tg} \alpha} \approx 59 \text{ об/мин}; F = 1,2 \text{ Н} \right]$$

19. Диск вращается вокруг вертикальной оси с частотой 30 об/мин. На расстоянии 20 см от оси вращения на диске лежит тело. Найти коэффициент трения k между телом и диском, при котором тело не соскальзывало бы с диска.

[$k = 0,2$]

20. С какой линейной скоростью будет двигаться искусственный спутник Земли по круговой орбите:

а) у поверхности Земли;

- б) на высоте 200 км над поверхностью Земли;
 в) на высоте 6 400 км. Найти период обращения спутника вокруг Земли при этих же условиях.

$$[v = R \sqrt{\frac{g}{R+h}}; 7,9 \text{ км/с}; 7,8 \text{ км/с}; 5,4 \text{ км/с}; 1 \text{ ч } 25 \text{ мин}; 1 \text{ ч } 28 \text{ мин}; 4 \text{ ч } 8 \text{ мин}]$$

21. Искусственный спутник Луны движется по круговой орбите на высоте 50 км от поверхности. Найти линейную скорость и период обращения этого спутника.

$$[1,7 \text{ км/с}; 1 \text{ ч } 50 \text{ мин}]$$

22. Две лодки массой по 200 кг движутся равномерно и прямолинейно навстречу друг другу со скоростью 1 м/с. Когда лодки поравнялись друг с другом, с первой на вторую был переброшен груз весом 20 кг, а со второй на первую — массой 30 кг. Определить скорости лодок после перебрасывания грузов. Грузы перебрасывались одновременно.

$$[v_1 \approx 0,74 \text{ м/с}; v_2 \approx 0,82 \text{ м/с}]$$

23. Человек массой 60 кг переходит с носа на корму лодки. На какое расстояние переместится лодка длиной 3 м, если ее масса 120 кг?

$$[1 \text{ м}]$$

24. На рисунке 24 показано устройство, состоящее из двух блоков (1, 2) и двух грузов: $m_1 = 100 \text{ г}$, $m_2 = 300 \text{ г}$. Найти ускорения, с которыми движутся грузы, силы натяжения нити и силу давления на блок.

$$[a_1 = 5,6 \text{ м/с}^2; a_2 = 2,8 \text{ м/с}^2; 1,26 \text{ Н}; 2,52 \text{ Н}]$$

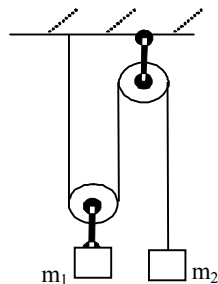


Рис. к задаче 24

Глава 3

ЭНЕРГИЯ. РАБОТА. МОЩНОСТЬ

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Работа постоянной силы

$$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha = F_S \cdot s = (\vec{F} \cdot \vec{s}),$$

где α — угол между направлением силы и перемещением,

F_S — проекция вектора силы на перемещение.

Работа переменной силы

$$A = \int_s F_S ds.$$

Интегрирование должно быть распространено на все перемещение s .

Мощность

$$N = \frac{dA}{dt}.$$

Если $F = \text{const}$, то

$$N = F_S \cdot v = (\vec{F} \cdot \vec{v}).$$

Кинетическая энергия тела массой m , движущегося со скоростью v , равна:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Потенциальная энергия материальной точки в поле силы тяжести

$$E_p = mgh.$$

Потенциальная энергия упруго деформированной пружины

$$E_n = \frac{kx^2}{2},$$

где x — величина абсолютной деформации пружины.

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия тел

$$E_n = -\gamma \frac{mM}{r},$$

где M и m — массы тел;

r — расстояние между центрами масс тел.

Первая космическая скорость при движении тела по круговой орбите вокруг Земли

$$v_{\kappa} = \sqrt{\frac{gR^2}{R+h}}.$$

Закон сохранения механической энергии (для замкнутой консервативной системы)

$$E = E_{\kappa} + E_n = \text{const}.$$

Работа A , совершаемая результирующей силой, равна изменению кинетической энергии материальной точки:

$$A = \Delta E_{\kappa} = E_2 - E_1.$$

Скорость движения тел после центрального абсолютно неупругого удара

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2},$$

где v_1 и v_2 — проекции скоростей тел до удара на ось движения.

Скорости тел после центрального абсолютно упругого удара

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \quad v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2},$$

где v_1 и v_2 — проекции скоростей тел до удара на ось движения.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Поскольку в данном разделе объединены разноплановые задачи, то дать единые рекомендации не представляется возможным. Поэтому ниже приводятся советы по отдельным типам задач данного раздела.

2. Так как импульс и кинетическая энергия зависят от скорости, а значит, от выбора системы отсчета, то, составляя уравнения для системы тел на основе законов сохранения импульса и энергии, надо рассматривать движение всех тел в одной и той же инерциальной системе.

3. Закон сохранения импульса позволяет исключить из рассмотрения внутренние силы, действующие в замкнутой системе между телами. При решении задач векторное уравнение $\vec{p} = \sum m_i \vec{v}_i = \text{const}$ проектируется на оси координат, а затем решается система алгебраических уравнений.

4. Закон сохранения механической энергии справедлив в замкнутой системе, если внутренние силы являются консервативными (например, силы тяготения, упругие силы). Эти силы могут сложным образом зависеть от времени, и решение задачи на основе законов Ньютона может оказаться сложным математически или даже невозможным. Закон сохранения механической энергии, связывая начальное и конечное состояния системы взаимодействующих тел, позволяет не рассматривать действующие между телами силы, что значительно упрощает решение задачи.

5. В случае абсолютно упругого удара тел в замкнутой системе сохраняется как импульс, так и механическая энергия. Это позволяет находить скорости тел после удара. При неупругом ударе сохраняется только импульс. Тела после удара движутся с общей скоростью, которая находится на основе закона сохранения импульса.

ЗАДАЧИ

1. При подъеме груза массой 2 кг на высоту 1 м сила совершает работу 78,5 Дж. С каким ускорением поднимается груз?

[29,4 м/с²]

2. Шофер автомобиля, имеющего массу 1 т, начинает тормозить на расстоянии 25 м от препятствия на дороге. Сила трения в тормозных колодках автомобиля 3,84 кН. При какой предельной скорости движения автомобиль успеет остановиться перед препятствием? Трением колес о дорогу пренебречь.

[50 км/ч]

3. Найти работу, которую необходимо совершить, чтобы увеличить скорость движения тела массой 1 кг от 2 м/с до 6 м/с на пути в 10 м. На всем пути действует сила трения 2 Н.

[36 Дж]

4. На автомобиль массой 1 т во время движения действует сила трения, равная 0,1 действующей на него силы тяжести. Какую массу бензина расходует двигатель автомобиля на то, чтобы на пути 0,5 км увеличить скорость движения автомобиля от 10 км/ч до 40 км/ч? КПД двигателя 0,2, удельная теплота сгорания бензина 46 МДж/кг.

[0,06 кг]

5. Найти КПД двигателя автомобиля, если известно, что при скорости движения 40 км/ч двигатель потребляет 13,5 л бензина на 100 км пути и развивает мощность 12 кВт. Плотность бензина 800 кг/м³, удельная теплота его сгорания 46 МДж/кг.

[0,22]

6. С башни высотой 25 м горизонтально брошен камень с начальной скоростью 15 м/с. Найти кинетическую и потенциальную энергии камня через 1 с после начала движения. Масса камня 0,2 кг.

[32,2 Дж; 39,4 Дж]

7. Камень брошен со скоростью 15 м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Найти кинетическую, потенциальную и полную энергии камня: а) через время 1 с после начала движения; б) в высшей точке траектории. Масса камня 0,2 кг.

[6,6 Дж; 15,9 Дж; 22,5 Дж; 5,7 Дж; 16,8 Дж]

8. Тело массой 10 г движется по окружности радиусом 6,4 см. Найти тангенциальное ускорение тела, если известно, что к концу второго оборота после начала движения его кинетическая энергия равна 0,8 мДж.

[0,1 м/с²]

9. Тело массой 1 кг скользит сначала по наклонной плоскости высотой 1 м и длиной склона 10 м, а затем по горизонтальной поверхности. Коэффициент трения на всем пути 0,05. Найти:

- а) кинетическую энергию тела у основания плоскости;
- б) скорость тела у основания плоскости;
- в) расстояние, пройденное телом по горизонтальной поверхности до остановки.

[4,9 Дж; 3,1 м/с; 10 м]

10. Тело массой 3 кг скользит по наклонной плоскости и приходит к ее основанию со скоростью 2,45 м/с. Высота плоскости 0,5 м, а длина ее склона 1 м. Найти коэффициент трения тела о плоскость и количество теплоты, выделенное при трении. Начальная скорость движения тела равна нулю.

[0,22; 5,7 Дж]

11. Какую мощность развивает двигатель автомобиля массой 1 т, если известно, что автомобиль едет с постоянной скоростью 36 км/ч

- а) по горизонтальной дороге;
- б) в гору с уклоном 5 м на каждые 100 м пути;
- в) под гору с тем же уклоном? Коэффициент трения 0,07.

[6,9 кВт; 11,8 кВт; 1,98 кВт]

12. Тело массой 1 кг движется горизонтально со скоростью 2 м/с и сталкивается с телом массой 0,5 кг. Удар неупругий. Найти скорости тел после удара, если:

- а) второе тело покоилось;
- б) второе тело двигалось со скоростью 1 м/с в том же направлении, что и первое;
- в) второе тело двигалось со скоростью 1 м/с навстречу первому.

[1,3 м/с; 1,7 м/с; 1 м/с]

13. Конькобежец массой 70 кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой 3 кг со скоростью 8 м/с. На какое расстояние откатится при этом конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед 0,02?

[0,3 м]

14. Тело массой 2 кг движется со скоростью 3 м/с и нагоняет тело массой 8 кг, движущееся со скоростью 1 м/с. Считая удар центральным, найти скорости тел после удара, если удар: а) неупругий; б) упругий.

[1,4 м/с; -0,2 м/с; 1,8 м/с]

15. Тело массой 3 кг движется со скоростью 4 м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, найти количество теплоты, выделившееся при ударе.

[12 Дж]

16. Два шара массами 0,2 кг и 0,1 кг подвешены на нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Первый шар отклоняют на высоту 4,5 см и отпускают. На какую высоту поднимутся шары после удара, если удар: а) упругий; б) неупругий?

[$h_1 = 0,005$ м; $h_2 = 0,08$ м; $h = 0,02$ м]

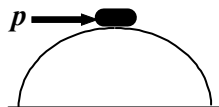
17. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на невесомом жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 1 000 раз меньше массы шара. Расстояние от центра шара до точки подвеса стержня 1 м. Найти скорость пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол $\alpha = 10^\circ$.

[550 м/с]

18. Баба копра массой 400 кг падает на сваю массой 100 кг, вбитую в грунт. Определить среднюю силу сопротивления грунта и КПД, если известно, что при каждом ударе свая погружается в грунт на 5 см, а высота поднятия копра — 1,5 м. Удар неупругий.

$$[9,4 \cdot 10^4 \text{ Н; } \eta = \frac{m_1}{m_1 + m_2} = 0,8]$$

19. На вершине гладкой полусферы находится шайба массой 10 г. Радиус полусферы 0,5 м. Шайба начинает скользить вдоль сферы под действием горизонтально направленного, кратковременного импульса силы, равного 0,02 Н·с. На какой высоте от основания полусферы шайба оторвется от ее поверхности?



[0,47 м]

Рис. к задаче 19

20. Молотом массой 5 кг со скоростью 10 м/с ударяют по куску железа на наковальне. Общая масса куска железа и наковальни 100 кг. Считая удар неупругим, найти работу деформации и КПД удара.

$$[237,5 \text{ Дж}; \eta = 1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} = 0,95]$$

Г л а в а 4

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Момент M силы F относительно оси вращения u определяется формулой

$$\vec{M}_u = [\vec{r} \cdot \vec{F}],$$

где $\vec{r}$ — радиус-вектор, проведенный от оси вращения в точку приложения силы.

Модуль $M_u = r \cdot F \cdot \sin \alpha = F \cdot d$,

где d — плечо силы (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения).

Момент инерции материальной точки относительно оси вращения

$$J = mr^2,$$

где m — масса материальной точки,

r — ее расстояние до оси вращения.

Момент инерции твердого тела относительно его оси вращения

$$J_u = \int_m dm \cdot r^2,$$

где интегрирование должно быть распространено на всю массу тела.

Момент инерции сплошного однородного цилиндра (диска) относительно оси цилиндра

$$J = \frac{1}{2} mR^2,$$

где R — радиус цилиндра и m — его масса.

Момент инерции полого цилиндра (толстого кольца) с внутренним радиусом R_1 и внешним R_2 относительно оси цилиндра

$$J = \frac{1}{2} m(R_1^2 + R_2^2),$$

для тонкостенного полого цилиндра (обруча) $R_1 \approx R_2 = R$

$$J \approx mR^2.$$

Момент инерции однородного шара радиусом R относительно оси, проходящей через его центр,

$$J = \frac{2}{5} mR^2.$$

Момент инерции однородного стержня относительно оси, проходящей через его середину перпендикулярно к нему,

$$J = \frac{1}{12} ml^2.$$

Если для какого-либо тела известен его момент инерции J_c относительно оси, проходящей через центр масс, то момент инерции относительно любой оси, параллельной первой, может быть найден по формуле Штейнера

$$J_u = J_c + md^2,$$

где m — масса тела,

d — расстояние между осями.

Момент импульса материальной точки относительно оси определяется по формуле

$$\vec{L}_u = [\vec{r} \cdot m\vec{v}],$$

где $m\vec{v}$ — импульс материальной точки.

Модуль

$$L_u = rmv \sin 90^\circ = mr^2 \omega = J_u \omega,$$

где J_u — момент инерции точки относительно оси u .

Аналогично и для твердого тела:

$$\vec{L}_u = J_u \vec{\omega}.$$

Основной закон динамики вращательного движения выражается уравнением

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(J_u \vec{\omega})}{dt},$$

где M — момент внешних сил, приложенных к телу,

L — момент импульса тела,

J — момент инерции тела,

ω — его угловая скорость.

Если $J = \text{const}$, то

$$\vec{M} = J \frac{d\vec{\omega}}{dt} = J\vec{\varepsilon},$$

где ε — угловое ускорение, приобретаемое телом под действием момента сил M (второй закон Ньютона для вращательного движения).

Закон сохранения момента импульса: в замкнутой системе

$$\vec{L} = J\vec{\omega} = \text{const}.$$

Кинетическая энергия вращающегося тела

$$E_k = \frac{J\omega^2}{2}.$$

Элементарная работа, совершаемая внешними силами за малый промежуток времени dt при вращении тела, равна:

$$dA = dE_k = M d\varphi.$$

Полная работа при повороте на угол $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$:

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi.$$

При $M = \text{const}$ $A = M \cdot \Delta\varphi.$

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. После краткой записи условия задачи сделать чертеж и указать на нем все силы, действующие на тела системы, все моменты сил и все векторные кинематические характеристики движения.

2. Записать второй закон Ньютона для вращательного движения $\mathcal{J}\vec{\epsilon} = \sum \vec{M}_i$. Так как в курсе общей физики обычно рассматривается вращение твердого тела лишь вокруг неподвижной оси (или оси, перемещающейся в пространстве параллельно самой себе), то на нее и проектируют векторное уравнение. В этом случае все векторы, характеризующие вращательное движение тела, — $\vec{\omega}$, $\vec{\epsilon}$, $\vec{M}$, $\vec{L}$ — направлены вдоль оси вращения.

3. Для тел, движущихся поступательно, записывают второй закон Ньютона в форме $m\vec{a} = \sum \vec{F}_i$ и проектируют его на выбранные оси координат (обычно на одну ось).

4. Используя кинематические связи между телами и соотношения между линейными и угловыми характеристиками, упрощают записанные уравнения и добиваются, чтобы их число было равно числу неизвестных. Решая их, находят искомые величины.

5. Закон сохранения механической энергии при решении задач на вращательное движение применяется особенно в тех случаях, когда законы вращения сложны или даже неизвестны. Следует помнить, что полная кинетическая энергия твердого тела складывается из кинетической энергии его поступательного движения со скоростью центра масс и кинетической энергии вращения вокруг оси, проходящей через центр масс.

6. Закон сохранения момента импульса при вращательном движении, как и закон сохранения импульса при поступательном движении, позволяет исключить из рассмотрения внутренние силы. Этот закон справедлив для системы, если она замкнута или если результирующий момент всех внешних сил, действующих на систему, равен нулю.

ЗАДАЧИ

1. К ободу однородного диска радиусом 0,2 м приложена касательная сила 98,1 Н. При вращении на диск действует момент сил трения 4,9 Н·м. Найти массу диска, если известно, что диск вращается с угловым ускорением 100 рад/с^2 .

[7,36 кг]

2. Однородный диск радиусом 0,2 м и массой 5 кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр перпендикулярно к его плоскости. Зависимость угловой скорости вращения диска от времени дается уравнением $\omega = A + Bt$, где $B = 8 \text{ рад/с}^2$. Найти касательную силу F , приложенную к ободу диска. Трением пренебречь.

[4,0 Н]

3. Маховик, момент инерции которого $63,6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, вращается с угловой скоростью $31,4 \text{ рад/с}$. Найти момент сил торможения, под действием которого маховик останавливается через 20 с. Маховик считать однородным диском.

[100 Н·м]

4. К ободу колеса радиусом 0,5 м и массой 50 кг приложена касательная сила 98,1 Н. Найти угловое ускорение колеса. Через какое время после начала действия силы колесо будет иметь частоту вращения в 100 об/с? Колесо считать однородным диском. Трением пренебречь.

[7,8 рад/с^2 ; 80 с]

5. Маховое колесо, момент инерции которого $245 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, вращается с частотой 20 об/с. Через 1 минуту после того, как на колесо перестал действовать момент сил, оно остановилось. Найти момент сил трения и число оборотов, которое сделало колесо до полной остановки после прекращения действия сил. Колесо считать однородным диском.

[513 Н·м; 600 об]

6. Две гири массой 2 кг и 1 кг соединены нитью, перекинутой через блок массой 1 кг. Найти ускорение, с которым движутся гири, и силы натяжения нитей, к которым подвешены гири. Блок считать однородным диском. Трением пренебречь.

[2,8 м/с^2 ; 14 Н; 12,6 Н]

7. Две гири с разными массами соединены нитью, перекинутой через блок, момент инерции которого $50 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ и радиус 20 см . Момент сил трения вращающегося блока $98,1 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Найти разность натяжения нити по обе стороны блока, если известно, что блок вращается с угловым ускорением $2,36 \text{ рад/с}^2$. Блок считать однородным диском.

$$[F_1 - F_2 = \frac{J\varepsilon + M_{\text{тр}}}{R} = 1,08 \text{ кН}]$$

8. Блок массой 1 кг укреплен на конце стола. Гири 1 и 2 одинаковой массы по 1 кг соединены нитью, перекинутой через блок. Коэффициент трения гири 2 о стол $k = 0,1$. Найти ускорение, с которым движутся гири, и силы натяжения нитей. Блок считать однородным диском. Трением в блоке пренебречь.

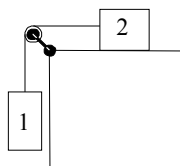


Рис. к задаче 8

$$[3,53 \text{ м/с}^2; 6,3 \text{ Н}; 4,5 \text{ Н}]$$

9. Диск массой 2 кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью 4 м/с . Найдите кинетическую энергию диска.

$$[24 \text{ Дж}]$$

10. Обруч радиуса r скатился без проскальзывания с горки высотой h . Найти скорости и ускорения точек A и B обода. (A — наивысшая точка обода, B — находится на $1/4$ окружности по направлению вращения).

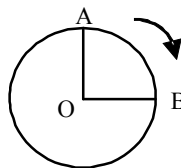


Рис. к задаче 10

$$[v_A = \sqrt{2gh}; v_B = 2\sqrt{gh}; v_{\text{оси}} = \sqrt{gh}]$$

11. На вертикальной оси укреплена горизонтальная штанга, по которой могут свободно перемещаться два груза массами m_1 и m_2 , связанные нитью длины l . Система вращается с угловой скоростью ω . На каких расстояниях от оси будут находиться грузы в равновесии? Чему равны при этом сила натяжения нити и кинетическая энергия грузов? Вернутся ли грузы

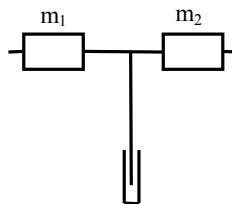


Рис. к задаче 11

в положение равновесия, если их сместить из этого положения на малое расстояние?

$$\left[r_1 = \frac{lm_2}{m_1 + m_2}; r_2 = \frac{lm_1}{m_1 + m_2}; \text{равновесие неустойчивое}; \right. \\ \left. T_1 = T_2 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \omega^2 l; E_k = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} \cdot \omega^2 l^2 \right]$$

12. Шар диаметром 6 см и массой 0,25 кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости с частотой вращения 4 об/с. Найти кинетическую энергию шара.

$$[E_k = 0,1 \text{ Дж}]$$

13. Диск диаметром 60 см и массой 1 кг вращается вокруг своей оси, проходящей через центр перпендикулярно к его плоскости, с частотой 20 об/с. Какую работу A надо совершить, чтобы остановить диск?

$$[A = -355 \text{ Дж}]$$

14. Кинетическая энергия вала, вращающегося с частотой 5 об/с, равна 60 Дж. Найти момент импульса L вала.

$$[L = 3,8 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}]$$

15. Найти кинетическую энергию велосипедиста, едущего со скоростью 9 км/ч. Масса велосипедиста вместе с велосипедом 78 кг, причем на колеса приходится масса 3 кг. Колеса велосипеда считать обручами.

$$[E_k = 253 \text{ Дж}]$$

16. Мальчик катит обруч по горизонтальной дороге со скоростью 7,2 км/ч. На какое расстояние обруч может вкатиться на горку за счет его кинетической энергии? Уклон горки равен 10 м на каждые 100 м пути.

$$[S = 4,1 \text{ м}]$$

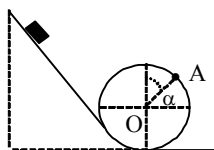


Рис. к задаче 17

17. Тело массой m совершает мертвую петлю, соскальзывая с минимально необходимой для этого высоты. С какой силой тело давит на опору в точке A , радиус-вектор которой составляет угол α с вертикалью? Трением пренебречь.

$$[F_n = 3mg(1 - \cos \alpha)]$$

18. С какой наименьшей высоты должен съехать велосипедист, чтобы по инерции (без трения) проехать дорожку, имеющую форму «мертвой петли» радиусом 3 м, и не оторваться от дорожки в верхней точке петли? Масса m велосипедиста вместе с велосипедом 75 кг, причем на колеса приходится масса $m_0 = 3$ кг. Колеса велосипеда считать обручами.

$$\left[h = 2R + \frac{R}{2} \left(1 + \frac{m_0}{m} \right) = 7,56 \text{ м} \right]$$

19. Автомобиль массой 1000 кг движется со скоростью 36 км/ч по выпуклому мосту, имеющему радиус кривизны 50 м. С какой силой давит автомобиль на мост в середине? С какой минимальной скоростью должен двигаться автомобиль для того, чтобы в верхней точке он перестал оказывать давление на мост?

$$[7,8 \text{ кН}; \sim 80 \text{ км/ч}]$$

20. Автомобиль массой 2 000 кг движется со скоростью 36 км/ч по вогнутому мосту, имеющему радиус кривизны 100 м. С какой силой давит автомобиль на мост в середине?

$$[21,6 \text{ кН}]$$

21. Найти линейные скорости движения центров масс шара, диска и обруча, скатывающихся без скольжения с наклонной плоскости. Высота наклонной плоскости 0,5 м, начальная скорость всех тел равна нулю. Сравнить найденные скорости со скоростью тела, соскальзывающего с наклонной плоскости при отсутствии трения.

$$\left[v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + J/R^2}}; v_1 = 2,65 \text{ м/с}; v_2 = 2,56 \text{ м/с}; v_3 = 2,21 \text{ м/с}; v = 3,13 \text{ м/с} \right]$$

22. Колесо, вращаясь равнозамедленно, уменьшило за 1 мин частоту вращения от 300 об/мин до 180 об/мин. Момент инерции колеса равен $2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Найти угловое ускорение колеса, момент сил торможения, работу сил торможения и число оборотов, сделанных колесом за 1 мин.

$$[\varepsilon = -0,21 \text{ рад/с}^2; M = -0,42 \text{ Н} \cdot \text{м}; A = -630 \text{ Дж}; N = 240 \text{ об}]$$

23. Однородный стержень длиной 85 см подвешен к горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Какую скорость надо сообщить нижнему концу стержня, чтобы он сделал полный оборот вокруг оси?

$$[v = 7,1 \text{ м/с}]$$

24. Горизонтальная платформа массой 100 кг вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой 10 об/мин. Человек массой 60 кг стоит при этом на краю платформы. С какой частотой начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу однородным диском, а человека — точечной массой.

[$n_2 = 22$ об/мин]

25. Горизонтальная платформа массой 80 кг и радиусом 1 м вращается с частотой 20 об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от 2,94 до 0,98 кг·м²? Считать платформу однородным диском.

[$n_2 = 21$ об/мин]

26. Человек массой 60 кг находится на неподвижной платформе массой 100 кг. С какой частотой будет вращаться платформа, если человек будет двигаться по окружности радиусом 5 м вокруг оси вращения? Скорость движения человека относительно платформы 4 км/ч. Радиус платформы 10 м. Считать платформу однородным диском, а человека — точечной массой.

[$n = 0,49$ об/мин]

Глава 5

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Уравнение гармонических колебаний

$$x = A \sin (\omega \cdot t + \varphi_0),$$

где x — смещение точки от положения равновесия,

A — амплитуда колебаний,

ω — циклическая частота,

φ_0 — начальная фаза.

Циклическая частота связана с периодом и линейной частотой следующими соотношениями

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu.$$

Скорость и ускорение точки, совершающей колебание, определяются как первая и вторая производные от смещения по времени.

Сила, под действием которой точка массой m совершает гармонические колебания, определяется по второму закону Ньютона

$$F = ma = -m\omega^2 x = -kx,$$

где k — коэффициент возвращающей силы.

Кинетическая и потенциальная энергии колеблющейся точки:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2 \omega^2 \cos^2 (\omega t + \varphi_0)}{2} = \frac{kA^2 \cos^2 (\omega t + \varphi_0)}{2},$$

$$E_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2 \sin^2 (\omega t + \varphi_0)}{2}.$$

Периоды колебаний простейших колебательных систем:

а) математический маятник:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}};$$

б) пружинный маятник:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}};$$

в) физический маятник:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_0}{mgl_c}},$$

где J_0 — момент инерции маятника относительно его оси вращения,

m — его масса,

l_c — расстояние от центра масс до оси вращения,

g — ускорение свободного падения.

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинакового периода получается гармоническое колебание того же периода с амплитудой

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

и с начальной фазой, определяемой из уравнения

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2},$$

где A_1 и A_2 — амплитуды складываемых колебаний,

φ_1 и φ_2 — их начальные фазы.

При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одинакового периода уравнение траектории результирующего движения имеет вид

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Уравнение затухающих колебаний

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin \omega t,$$

где $A_0 e^{-\beta t}$ — амплитуда колебаний в момент времени t ,

A_0 — амплитуда в начальный момент времени,

$\beta = \frac{r}{2m}$ — коэффициент (показатель) затухания, e — основа-

ние натуральных логарифмов,

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ — циклическая частота затухающих колебаний.

Логарифмический декремент затухания:

$$\delta = \ln \frac{A_t}{A_{t+T}} = \ln e^{\beta T} = \beta T.$$

При распространении незатухающих колебаний со скоростью v вдоль оси X смещение любой точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии l , дается уравнением (уравнение плоской бегущей волны)

$$x(y) = A \sin \left(\omega t - \frac{2\pi l}{\lambda} \right),$$

где $\lambda = vT = v/\nu$ — длина волны,

x — смещение для продольных колебаний,

y — для поперечных.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Закон синуса или косинуса для гармонических колебаний определяется начальными условиями. Если начальные условия не заданы, то можно брать любой закон. Кроме того, уравнение одного и того же гармонического колебания можно записать через закон синуса или косинуса, основываясь на их связи по формулам приведения.

2. Следует помнить, что при максимальном смещении ($x = A$) скорость точки равна нулю, а ускорение максимально. В положении равновесия ($x = 0$) скорость максимальна, а ускорение равно нулю. Ускорение всегда направлено к положению равновесия.

3. При сложении одинаково направленных колебаний с одинаковой частотой результирующее колебание происходит вдоль той же прямой с такой же частотой. При сложении взаимно перпендикулярных колебаний для нахождения траектории точки из уравнений складываемых колебаний надо исключить время.

4. Гармонические колебания происходят под действием упругих или квазиупругих сил. При этом всегда $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ и

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, где ω_0 и T_0 — собственная частота и собственный

период гармонических незатухающих колебаний. Частота затухающих колебаний меньше частоты собственных колебаний

$\omega_3 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$. Вынужденные колебания происходят по закону вынуждающей силы, отставая от нее по фазе. Резонансная частота

$\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$, сдвиг фаз при резонансе равен $\pi/2$.

ЗАДАЧИ

1. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой 50 мм, периодом 4 с и начальной фазой $\pi/4$. Найти смещение колеблющейся точки от положения равновесия при $t = 0$ и $t = 1,5$ с, а также скорость и ускорение в эти моменты. Начертить график этого движения.

$$[x = 50 \sin(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}) \text{ мм}; x_1 = 35,2 \text{ мм},$$

$$v_1 = 54,95 \text{ мм/с}; a_1 = 86,8 \text{ мм/с}^2;$$

$$x_2 = 0; v_2 = 78,5 \text{ мм/с}; a_2 = 0]$$

2. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой 5 см, периодом 8 с, если начальная фаза равна 0. Начертить график смещения, скорости, ускорения.

$$[x = 5 \sin \frac{\pi}{4}t \text{ см}; v = \frac{5}{4}\pi \cos \frac{\pi}{4}t \text{ см/с}; a = -\frac{5\pi^2}{16} \sin \frac{\pi}{4}t \text{ см/с}^2]$$

3. Начертить на одном графике два гармонических колебания с одинаковыми амплитудами $A_1 = A_2 = 2$ см и одинаковыми периодами $T_1 = T_2 = 8$ с, но имеющими разность фаз, равную:

а) $\pi/4$; б) $\pi/2$; в) π ; г) 0.

4. Через какое время от начала движения точка, совершающая гармоническое колебание, сместится от положения равновесия на половину амплитуды? Период колебаний составляет 24 с, начальная фаза равна нулю.

$$[t = 2 \text{ с}]$$

5. Начальная фаза гармонического колебания равна 0. Через какую долю периода скорость точки будет равна половине ее максимальной скорости?

$$[t = T/6]$$

6. Амплитуда гармонического колебания 5 см, период 4 с. Найти максимальную скорость колеблющейся точки и ее максимальное ускорение.

$$[v_{\max} = 7,85 \text{ см/с}; a_{\max} = 12,3 \text{ см/с}^2]$$

7. Уравнение движения точки дано в виде $x = 2 \sin(\pi t/2 + \pi/4)$ см. Найти период колебаний, максимальную скорость и максимальное ускорение.

$$[T = 4 \text{ с}; v_{\max} = 3,14 \text{ см/с}; a_{\max} = 4,93 \text{ см/с}^2]$$

8. Уравнение движения точки дано в виде $x = \sin(\pi t/6)$. Найти моменты времени, в которые достигаются максимальная скорость и максимальное ускорение.

$$[t = 0, 6, 12, 18, \dots, \dots \text{ с}; t = 3, 9, 15, \dots, \dots \text{ с}]$$

9. Начальная фаза гармонического колебания равна нулю. При смещении точки от положения равновесия на 2,4 см скорость точки равна 3 см/с, а при смещении, равном 2,8 см, — 2 см/с. Найти амплитуду и период этого колебания.

$$[A = 3,1 \text{ см}; T = 4,1 \text{ с}]$$

10. Уравнение колебаний материальной точки массой 10 г имеет вид $x = 5 \sin(\pi t/5 + \pi/4)$ см. Найти максимальную силу, действующую на точку, и полную энергию колеблющейся точки.

$$[F_{\max} = 197 \text{ мкН}; W = 4,93 \text{ мкДж}]$$

11. Найти отношение кинетической энергии точки, совершающей гармоническое колебание, к ее потенциальной энергии для моментов, когда смещение точки от положения равновесия составляет: а) $x = A/4$; б) $x = A/2$; в) $x = A$, где A — амплитуда колебаний.

$$[15; 3; 0]$$

12. Полная энергия тела, совершающего гармоническое колебательное движение, равна 30 мкДж; максимальная сила, действующая на тело, равна 1,5 мН. Написать уравнение движения этого тела, если период колебаний равен 2 с и начальная фаза равна $\pi/3$.

$$[x = 4 \sin(\pi t + \pi/3) \text{ см}]$$

13. Шарик, подвешенный на нити длиной $l = 2$ м, отклоняют на угол 4° и наблюдают его колебания. Полагая колебания незатухающими гармоническими, найти скорость шарика при прохождении им положения равновесия. Проверить полученное решение путем нахождения скорости шарика при прохождении им положения равновесия из уравнений механики.

$$[v_{\max} = 0,31 \text{ м/с}; v = 0,31 \text{ м/с}]$$

14. К пружине подвешен груз массой 10 кг. Зная, что пружина под влиянием силы, равной 9,8 Н, растягивается на 1,5 см, найти период вертикальных колебаний груза.

$$[T = 0,78 \text{ с}]$$

15. Две пружины с коэффициентами жесткости k_1 и k_2 соединены один раз последовательно, второй раз — параллельно. Во сколько раз будут отличаться периоды вертикальных колебаний груза на таких пружинах? Чему будет равно отношение периодов при $k_1 = k_2$?

$$[T_1 / T_2 = (k_1 + k_2) / \sqrt{k_1 k_2} ; T_1 / T_2 = 2]$$

16. Ареометр массой 0,2 кг плавает в жидкости. Если погрузить его немного в жидкость и отпустить, то он начнет совершать колебания с периодом, равным 3,4 с. Считая колебания незатухающими, найти плотность жидкости, в которой плавает ареометр. Диаметр вертикальной цилиндрической трубки ареометра равен 1 см.

$$[\rho = 16\pi m / T^2 d^2 g = 0,89 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3]$$

17. Написать уравнение движения, получающегося в результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковыми периодами, равными 8 с, и с одинаковой амплитудой, равной 0,02 м. Разность фаз между этими колебаниями равна $\pi/4$. Начальная фаза одного из этих колебаний равна нулю.

$$[x = 3,7 \sin (\pi t / 4 + \pi / 8) \text{ см}]$$

18. Найти амплитуду и начальную фазу гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, данных уравнениями $x = 4 \sin \pi t$ см и $x = 3 \sin (\pi t + \pi/2)$ см. Написать уравнение результирующего колебания. Дать векторную диаграмму сложения амплитуд.

$$[A = 5 \text{ см}; \varphi_0 \approx 0,2\pi \text{ рад}; x = 5 \sin (\pi t + \pi/5) \text{ см}]$$

19. Написать уравнение результирующего колебания, получающегося в результате сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний с одинаковой частотой, равной 5 Гц, и с одинаковой начальной фазой, равной $\pi/3$. Амплитуды колебаний равны 0,1 и 0,05 м.

$$[x = 1,2 \sin (10\pi t + \pi/3) \text{ см}]$$

20. Точка участвует в двух колебаниях одинакового периода с одинаковыми начальными фазами. Амплитуды колебаний равны 3 см и 4 см соответственно. Найти амплитуду результирующего колебания, если колебания совершаются:

а) в одном направлении;

б) в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

$$[A = 7 \text{ см}; A = 5 \text{ см}]$$

21. Точка участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях $x = 2 \sin \omega t$ м и $y = 2 \cos \omega t$ м. Найти траекторию результирующего движения точки.

$$[\text{окружность, } R = 2 \text{ м}]$$

22. Период затухающих колебаний равен 4 с; логарифмический декремент затухания $\delta = 1,6$; начальная фаза равна 0. При $t = T/4$ смещение точки $x = 4,5$ см. Написать уравнение движения этого колебания. Построить график этого колебания в пределах двух периодов.

$$[x = 6,7e^{-0,4t} \sin \pi t / 2 \text{ см}]$$

23. Уравнение затухающих колебаний дано в виде

$x = 5e^{-0,1t} \sin \frac{\pi t}{2}$ м. Найти скорость колеблющейся точки в моменты времени t , равные 0, T , $2T$, $3T$ и $4T$.

$$[7,85; 5,26; 3,52; 2,36; 1,58 \text{ м/с}]$$

24. Логарифмический декремент затухания математического маятника равен 0,2. Во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний за одно полное колебание маятника?

$$[A_1/A_2 = 1,22]$$

25. Найти логарифмический декремент затухания математического маятника, если за 1 мин амплитуда колебаний уменьшилась в 2 раза. Длина маятника равна 1 м.

$$[\delta = 0,023]$$

26. Математический маятник длиной 0,5 м, выведенный из положения равновесия, отклонился при первом колебании на 5 см, а при втором (в ту же сторону) — на 4 см. Найти время ре-

лаксации, т.е. время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшится в e раз, где e — основание натуральных логарифмов.

$$[t = 6,4 \text{ с}]$$

27. Уравнение поперечных незатухающих колебаний имеет вид $y = \sin 2,5\pi t$ см. Найти смещение от положения равновесия, скорость и ускорение точки, находящейся на расстоянии 20 м от источника колебаний, для момента времени $t = 1$ с после начала колебаний. Скорость распространения колебаний равна 100 м/с.

$$[y = 0 \text{ см}; v = 7,85 \text{ см/с}; a = 0 \text{ см/с}^2]$$

28. Найти разность фаз колебаний двух точек, отстоящих от источника колебаний на расстояниях 10 м и 16 м. Период колебаний равен 0,04 с; скорость распространения равна 300 м/с.

$$[\Delta\varphi = \pi]$$

29. По грунтовой дороге прошел трактор, оставив следы в виде ряда углублений, находящихся на расстоянии 30 см друг от друга. По этой же дороге покатали детскую коляску, имеющую две одинаковые рессоры, каждая из которых прогибается на 2 см под действием груза массой в 1 кг. С какой скоростью катили коляску, если от толчков на углублениях она, попав в резонанс, начала сильно раскачиваться? Масса коляски 10 кг.

$$[v = 0,48 \text{ м/с} \approx 1,7 \text{ км/ч}]$$

30. Найти смещение от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $\lambda/12$, для момента времени $T/6$. Амплитуда колебаний 0,05 м.

$$[2,5 \text{ см}]$$

31. Смещение от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии 4 см, в момент времени $T/6$ равно половине амплитуды. Найти длину λ бегущей волны.

$$[\lambda = 0,48 \text{ м}]$$

32. Однородный стержень длиной 0,5 м совершает малые колебания в вертикальной плоскости около горизонтальной оси, проходящей через его верхний конец. Найти период колебаний стержня.

$$[T = 1,16 \text{ с}]$$

33. Обруч диаметром 56,5 см висит на гвозде, вбитом в стену, и совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Найти период колебаний обруча.

$$[T = 1,5 \text{ с}]$$

34. Однородный шарик подвешен на нити, длина которой равна радиусу шарика. Во сколько раз период малых колебаний этого маятника больше периода малых колебаний математического маятника с таким же расстоянием от центра масс до точки подвеса?

[$T_1/T_2 = 1,05$]

Глава 6

ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Экспериментальные газовые законы:

а) Бойля—Мариотта (изотермический процесс, $T = \text{const}$)

$$PV = \text{const};$$

б) Гей-Люссака (изобарический процесс, $P = \text{const}$)

$$\frac{V}{T} = \text{const};$$

в) Шарля (изохорический процесс, $V = \text{const}$)

$$\frac{P}{T} = \text{const};$$

г) Дальтона: *давление смеси газов равно сумме парциальных давлений*:

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n;$$

д) Авогадро: *моли различных газов при одинаковых температуре и давлении занимают один и тот же объем*;

е) объединенный газовый закон:

$$\frac{PV}{T} = \text{const}.$$

Уравнение Менделеева—Клапейрона (уравнение состояния идеального газа)

$$PV = \frac{m}{\mu} RT,$$

где m — масса газа;

μ — молярная масса газа;

$R = 8,31$ Дж/К·моль — универсальная газовая постоянная.
Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

$$PV = \frac{2}{3} E_k,$$

где E_k — кинетическая энергия поступательного движения частиц,

или
$$P = \frac{1}{3} \frac{m}{V} \langle v \rangle_{\text{кв}}^2 = nkT,$$

где $\langle v \rangle_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{\sum_i^N v_i^2}{N}}$ — средняя квадратичная скорость;

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К; n — число молекул в единице объема (концентрация молекул).

Среднее число столкновений каждой молекулы за единицу времени

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 \langle v \rangle n,$$

где d — эффективный диаметр молекул газа (табличная величина).

Среднее число столкновений молекул в единице объема за единицу времени

$$\langle z \rangle' = \langle z \rangle \cdot \frac{n}{2}.$$

Среднее число столкновений всех молекул за единицу времени

$$\langle Z \rangle = \langle z \rangle \cdot \frac{N}{2},$$

где N — общее число молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}.$$

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Уравнение состояния идеального газа применимо к реальным газам при условиях, близких к нормальным ($t_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$, $P_0 = 1,01 \cdot 10^5\text{ Па}$), а также к разреженным газам. При больших давлениях ($P > 10^7\text{ Па}$) или при слишком низких температурах реальные газы уравнению Менделеева—Клапейрона не подчиняются.

2. Следует помнить, что молярная масса, выраженная в граммах, численно равна атомной (молекулярной) массе в а.е.м., взятой из таблицы Д.И.Менделеева.

3. Быстрота движения частиц газа характеризуется средней скоростью $\langle v \rangle$, средней квадратичной скоростью $\langle v \rangle_{\text{кв}}$ и наиболее вероятной скоростью $v_{\text{в}}$. Причем $v_{\text{в}} : \langle v \rangle : \langle v \rangle_{\text{кв}} = 1,41 : 1,60 : 1,73$. Средней квадратичной скоростью пользуются при нахождении физической величины, пропорциональной квадрату скорости (например, $E_{\text{к}}$, P). Средняя скорость используется при вычислении среднего числа столкновений, среднего времени пробега, длины свободного пробега. Наиболее вероятная скорость используется в задачах на закон распределения молекул по скоростям. Закон распределения молекул по скоростям и основное уравнение молекулярно-кинетической теории справедливы только для идеального газа.

ЗАДАЧИ

1. Какой объем занимают 10 г кислорода при давлении 100 кПа и температуре 20 °С?

[7,6·10⁻³ м³]

2. Баллон объемом 12 л наполнен азотом при давлении 8,1 МПа и температуре 17 °С. Какая масса азота находится в баллоне?

[1,13 кг]

3. Каким должен быть наименьший объем баллона, вмещающего 6,4 кг кислорода, если его стенки при 20 °С выдерживают давление 15,7 МПа?

[31·10⁻³ м³]

4. В баллоне находилось 10 кг газа при давлении 10 МПа. Какую массу газа взяли из баллона, если давление стало равным 2,5 МПа? Температуру газа считать постоянной.

[7,5 кг]

5. Найти массу воздуха, заполняющего аудиторию высотой 5 м и площадью пола 200 м², при давлении воздуха 100 кПа и температуре в помещении 17 °С. Молярная масса воздуха равна 0,029 кг/моль.

[1,2 т]

6. 5 г азота, находящиеся в закрытом сосуде объемом 4 л при температуре 20 °С, нагревают до температуры 40 °С. Найти давление газа до и после нагревания.

[108 кПа; 116 кПа]

7. Найти плотность водорода при 15 °С и давлении 97,3 кПа.

[0,081 кг/м³]

8. Некоторый газ при 10 °С и давлении 200 кПа имеет плотность 0,34 кг/м³. Найти молярную массу газа.

[0,004 кг/моль]

9. 12 г газа занимают объем 4 л при 7 °С. После нагревания газа при постоянном давлении его плотность стала равной 0,6 кг/м³. До какой температуры нагрели газ?

[1400 К]

10. В запаянном сосуде находится вода, занимающая объем, равный половине сосуда. Найти давление и плотность водяного пара при 400 °С, зная, что при этой температуре вся вода обращается в пар.

[155 МПа; $0,5 \cdot 10^3$ кг/м³]

11. В первом сосуде объемом 3 л находится газ под давлением 0,2 МПа. Во втором сосуде объемом 4 л находится тот же газ под давлением 0,1 МПа. Температуры газа в обоих сосудах одинаковы. Под каким давлением будет находиться газ, если соединить сосуды?

[143 кПа]

12. В сосуде объемом 2 л находится 6 г углекислого газа и 10 г закиси азота (N_2O) при температуре 127 °С. Найти давление смеси в сосуде.

[604 кПа]

13. В сосуде находится 14 г азота и 9 г водорода при температуре 10 °С и давлении 1 МПа. Найти молярную массу смеси и объем сосуда.

[0,0046 кг/моль; $11,7 \cdot 10^{-3}$ м³]

14. В воздухе содержится 23,6% кислорода и 76,4% азота (по массе) при давлении 100 кПа и температуре 13 °С. Найти плотность воздуха и парциальные давления кислорода и азота.

[1,2 кг/м³; 21 кПа; 79 кПа]

15. В сосуде находится 10 г углекислого газа и 15 г азота. Найти плотность смеси при 27 °С и давлении 150 кПа.

[1,98 кг/м³]

16. В сосуде объемом 4 л находится 1 г водорода. Какое число молекул содержит единица объема сосуда?

[$7,5 \cdot 10^{25}$ м⁻³]

17. Какое число молекул находится в комнате объемом 80 м³ при 17 °С и давлении 100 кПа?

[$2 \cdot 10^{27}$]

18. В сосуде находится количество 10^{-7} молей кислорода и 10^6 г азота. Температура смеси 100 °С, давление в сосуде 133 МПа.

Найти объем сосуда, парциальные давления кислорода и азота и число молекул в единице объема.

[3,2 л; 98 мПа; 35 мПа; $2,6 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$]

19. Найти число молекул водорода в единице объема сосуда при давлении 266,6 Па, если средняя квадратичная скорость его молекул составляет 2,4 км/с.

[$4,2 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$]

20. Плотность некоторого газа равна $0,06 \text{ кг/м}^3$, средняя квадратичная скорость его молекул 500 м/с. Найти давление, которое газ оказывает на стенки сосуда.

[5 кПа]

21. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа 450 м/с. Давление газа 50 кПа. Найти плотность газа при этих условиях.

[$0,74 \text{ кг/м}^3$]

22. Найти среднюю длину свободного пробега молекул воздуха при нормальных условиях. Диаметр молекул воздуха равен 0,3 нм.

[93 нм]

23. В сосуде объемом 0,5 л находится кислород при нормальных условиях. Найти общее число столкновений между молекулами кислорода в этом объеме за единицу времени.

[$3 \cdot 10^{31} \text{ с}^{-1}$]

24. В сосуде объемом 100 см^3 находится 0,5 г азота. Найти среднюю длину свободного пробега молекул азота.

[23 нм]

25. Найти среднее время между двумя последовательными столкновениями молекул азота при давлении 133 Па и температуре 10°C .

[$1,6 \cdot 10^{-7} \text{ с}$]

26. Какое давление надо создать внутри сферического сосуда, чтобы молекулы не сталкивались друг с другом, если диаметр сосуда: а) $D = 1 \text{ см}$; б) $D = 10 \text{ см}$; в) $D = 100 \text{ см}$? Диаметр молекул газа равен 0,3 нм.

[931 мПа; 93,1 мПа; 9,31 мПа]

27. Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул некоторого газа, если средняя длина свободного пробега 5 мкм, а средняя квадратичная скорость его молекул 500 м/с.
[9,2 · 10⁷ с⁻¹]

Глава 7

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Внутренняя энергия одного моля идеального газа

$$U_{\mu} = E_{\kappa} = \frac{i}{2} k T N_A,$$

где k — постоянная Больцмана,

i — число степеней свободы молекулы газа,

T — температура,

N_A — число Авогадро.

Молярная теплоемкость газа при постоянном объеме

$$C_V = \frac{i}{2} R,$$

где R — универсальная газовая постоянная.

Молярная теплоемкость газа при постоянном давлении

$$C_p = C_V + R = \frac{i+2}{2} R.$$

Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A.$$

Полная работа при изменении объема газа

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV.$$

Теплоемкость термодинамической системы

$$C = \frac{\delta Q}{dT}.$$

Работа в изопроцессах:

а) при постоянном давлении ($P = \text{const}$)

$$A_{1-2} = P(V_2 - V_1);$$

б) при постоянной температуре ($T = \text{const}$)

$$A_{1-2} = RT \ln \frac{P_1}{P_2} = RT \ln \frac{V_2}{V_1};$$

в) при постоянном объеме ($V = \text{const}$)

$$A = 0;$$

г) в адиабатическом процессе ($PV^\gamma = \text{const}$, где $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$), $\delta Q = 0$

$$A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = - \int_{T_1}^{T_2} C_{V\mu} dT = C_{V\mu} (T_1 - T_2) = \frac{R}{\gamma - 1} (T_1 - T_2) = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right).$$

Коэффициент полезного действия тепловой машины

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1},$$

где A — работа,

Q_1 — тепло, полученное от нагревателя,

Q_2 — тепло, отданное холодильнику.

Коэффициент полезного действия цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 — температура нагревателя,

T_2 — температура холодильника.

Изменение энтропии в процессе $A \rightarrow B$ определяется формулой

$$\Delta S = S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T}.$$

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. При решении задач на первое начало термодинамики прежде всего необходимо установить характер процесса, протекающего в газе.

2. В изохорном и изобарном процессах $dQ = \frac{m}{\mu} C_{\mu} dT$, где

$C_{\mu} = C_{V\mu}$ — в изохорном процессе, $C_{\mu} = C_{P\mu}$ — в изобарном процессе. Так как обе молярные теплоемкости больше нуля, то знак dQ совпадает со знаком dT . Значит, при нагревании ($dT > 0$) газ получает тепло ($dQ > 0$), при охлаждении — отдает его ($dQ < 0$).

3. При изотермическом процессе $dT = 0$, dQ может быть больше и меньше нуля. При адиабатическом процессе $dQ = 0$, хотя газ может нагреваться ($dT > 0$), если над ним совершают работу внешние силы, или охлаждаться ($dT < 0$), если он сам совершает работу за счет своей внутренней энергии.

4. При решении задач на расчет изменения энтропии следует помнить, что:

а) энтропия является функцией состояния;

б) энтропия системы равна сумме энтропий ее частей (свойство аддитивности).

5. Если переход тела из начального состояния в конечное осуществляется несколькими последовательными процессами, то полное изменение энтропии равно алгебраической сумме изменений энтропии в каждом процессе. Формула $\Delta S_{1-2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$

дает изменение энтропии при переходе тела из состояния 1 в состояние 2. Расчет изменения энтропии в различных процессах будет ясен после решения задач 23—29.

ЗАДАЧИ

1. Найти внутреннюю энергию массы 20 г кислорода при температуре 10 °С. Какая часть этой энергии приходится на долю поступательного движения молекул и какая часть — на долю вращательного движения?

[3,7 кДж]

2. Энергия поступательного движения молекул азота, находящегося в баллоне объемом 20 л, — 5 кДж, а средняя квадратичная скорость его молекул $2 \cdot 10^3$ м/с. Найти массу азота в баллоне и давление, под которым он находится.

[2,5 г; 167 кПа]

3. 1 кг двухатомного газа находится под давлением 80 кПа и имеет плотность 4 кг/м³. Найти энергию теплового движения молекул газа при этих условиях.

[50 кДж]

4. Какое число молекул двухатомного газа содержит объем 10 см³ при давлении 5,3 кПа и температуре 27 °С? Какой энергией теплового движения обладают эти молекулы?

[$1,3 \cdot 10^{19}$; 0,133 Дж]

5. Найти удельную теплоемкость c кислорода для: а) $V = \text{const}$; б) $p = \text{const}$.

[650 Дж/кг·К; 910 Дж/кг·К]

6. Найти удельную теплоемкость при постоянном давлении: а) хлористого водорода; б) неона; в) окиси азота; г) окиси углерода; д) паров ртути.

[800 Дж/кг·К; 1025 Дж/кг·К; 970 Дж/кг·К; 1040 Дж/кг·К; 103 Дж/кг·К]

7. Найти удельную теплоемкость при постоянном давлении газовой смеси, состоящей из 3 кмоль аргона и 2 кмоль азота.

[847 Дж/кг·К]

8. Найти отношение c_p/c_v для газовой смеси, состоящей из 8 г гелия и 16 г кислорода.

[1,59]

9. Удельная теплоемкость газовой смеси, состоящей из 1 кмоль кислорода и некоторой массы аргона, $c_p = 430$ Дж/кг·К. Какая масса аргона находится в газовой смеси?

[35,7 кг]

10. 10 г кислорода находится при давлении 300 кПа и температуре 10 °С. После нагревания при постоянном давлении газ занял объем 10 л. Найти количество теплоты, полученной газом, изменение внутренней энергии газа и работу, совершенную газом при расширении.

[7,9 кДж; 5,6 кДж; 2,3 кДж]

11. 12 г азота находится в закрытом сосуде объемом 2 л при температуре 10 °С. После нагревания давление в сосуде стало равным 1,33 МПа. Какое количество теплоты сообщено газу при нагревании?

[4,15 кДж]

12. В закрытом сосуде находится 14 г азота при давлении 0,1 МПа и температуре 27 °С. После нагревания давление в сосуде повысилось в 5 раз. До какой температуры был нагрет газ? Найти объем сосуда и количество теплоты, сообщенное газу.

[1500 К; 12,4 л; 12,4 кДж]

13. Какое количество теплоты надо сообщить массе 12 г кислорода, чтобы нагреть его на 50 °С при постоянном давлении?

[545 Дж]

14. Масса 6,5 г водорода, находящегося при температуре 27 °С, расширяется вдвое при постоянном давлении за счет притока тепла извне. Найти работу расширения газа, изменение внутренней энергии газа и количество теплоты, сообщенное газу.

[8,1 кДж; 20,2 кДж; 28,3 кДж]

15. 10,5 г азота изотермически расширяется при температуре 250 К, причем его давление изменяется от 250 кПа до 100 кПа. Найти работу, совершенную газом при расширении.

[714 Дж]

16. При изотермическом расширении 10 г азота, находящегося при температуре 17 °С, была совершена работа 860 Дж. Во сколько раз изменилось давление азота при расширении?

[в 2,72 раза]

17. Гелий, находящийся при нормальных условиях, изотермически расширяется от объема 1 л до 2 л. Найти работу, совершенную газом при расширении, и количество теплоты, сообщенное газу.

[70 Дж; 70 Дж]

18. 7,5 л кислорода адиабатически сжимаются до объема 1 л, причем в конце сжатия установилось давление 1,6 МПа. Под каким давлением находился газ до сжатия?

[95 кПа]

19. При адиабатическом сжатии воздуха в цилиндрах двигателя внутреннего сгорания давление изменяется от 0,1 МПа до 3,5 МПа. Начальная температура воздуха 40 °С. Найти температуру воздуха в конце сжатия.

[865 К]

20. Двухатомный газ, находящийся при давлении 2 МПа и температуре 27 °С, сжимается адиабатически от объема V_1 до $V_2 = 0,5V_1$. Найти температуру и давление газа после сжатия.

[396 К; 5,28 МПа]

21. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу 2,94 кДж и отдает за один цикл холодильнику количество теплоты 13,4 кДж. Найти КПД цикла.

[18 %]

22. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу 73,5 кДж. Температура нагревателя 100 °С, температура холодильника 0 °С. Найти КПД цикла, количество теплоты, получаемое машиной за один цикл от нагревателя, и количество теплоты, отдаваемое за один цикл холодильнику.

[26,8%; 274 кДж; 200 кДж]

23. Найти изменение энтропии при превращении массы 10 г льда, находящегося при –20 °С, в пар.

[88 Дж/К]

24. Найти изменение энтропии при переходе 8 г кислорода от объема 10 л при температуре 80 °С к объему 40 л при температуре 300 °С.

[5,4 Дж/К]

25. Найти изменение энтропии при переходе 6 г водорода от объема 20 л под давлением 150 кПа к объему 60 л под давлением 100 кПа.

[71 Дж/К]

26. Найти изменение энтропии при изобарическом расширении 6,6 г водорода от объема V_1 до объема $V_2 = 2V_1$.

[66,3 Дж/К]

27. Найти изменение энтропии при изотермическом расширении 6 г водорода от давления 100 кПа до давления 50 кПа.

[17,3 Дж/К]

28. Азот массой 10,5 г изотермически расширяется от объема 2 л до объема 5 л. Найти изменение энтропии в этом процессе.

[2,9 Дж/К]

29. 10 г кислорода нагревается от температуры 50 °С до температуры 150 °С. Найти изменение энтропии, если нагревание происходит: а) изохорически; б) изобарически.

[1,76 Дж/К; 2,46 Дж/К]

ТАБЛИЦЫ

Таблица 1

Фундаментальные физические константы

Гравитационная постоянная	$G = 6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Скорость света в вакууме	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12,5663706144 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Постоянная Планка	$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Масса покоя электрона	$m_e = 9,109534 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,6726485 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,6749543 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Элементарный заряд	$e = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} = 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,022045 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постоянная Фарадея	$F = 96,48456 \cdot 10^3 \text{ Кл/моль}$
Молярная газовая постоянная	$R = 8,31441 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$V_0 = 22,41383 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$

Таблица 2

Астрономические постоянные

Радиус Земли	$6,378164 \cdot 10^6 \text{ м}$
Средняя плотность Земли	$5,518 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Масса Земли	$5,976 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Радиус Солнца	$6,9599 \cdot 10^8 \text{ м}$
Масса Солнца	$1,989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
Радиус Луны	$1,737 \cdot 10^6 \text{ м}$
Масса Луны	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
Среднее расстояние до Луны	$3,844 \cdot 10^8 \text{ м}$
Среднее расстояние до Солнца	$1,49598 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Период обращения Луны вокруг Земли	27 сут 7 ч 43 мин
Средняя плотность Солнца	$1,41 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$

Таблица 3

Эффективные диаметры атомов и молекул (нм)

Гелий	0,20	Кислород	0,30
Водород	0,23	Азот	0,30

Таблица 4

Свойства некоторых жидкостей

Вещество	Плотность, 103 кг/м3	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	Поверхностное натяжение, Н/м
Бензол	0,88	1720	0,03
Вода	1,00	4190	0,073
Глицерин	1,20	2430	0,064
Касторовое масло	0,90	1800	0,035
Керосин	0,80	2140	0,03
Ртуть	13,60	138	0,5
Спирт	0,79	2510	0,02

Таблица 5

Свойства некоторых твердых тел

Вещество	Плотность, 10 ³ кг/м ³	Температура плавления, С	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	Удельная теплота плавления, кДж/кг	Температурный коэффициент линейного расширения, 10 ⁻⁵ К ⁻¹
Алюминий	2,6	659	896	322	2,3
Железо	7,9	1530	500	272	1,2
Латунь	8,4	900	386	—	1,9
Лед	0,9	0	2100	335	—
Медь	8,6	1100	395	176	1,6
Олово	7,2	232	230	58,6	2,7
Платина	21,4	1770	117	113	0,89
Пробка	0,2	—	2050	—	—
Свинец	11,3	327	126	22,6	2,9
Серебро	10,5	960	234	88	1,9
Сталь	7,7	1300	460	—	1,06
Цинк	7,0	420	391	117	2,9

Таблица 6

Критические значения T_k и P_k

Вещество	T_k, K	$P_k, Па$
Азот	126	3,4
Аргон	151	4,87
Водород	33	1,3
Водяной пар	647	22,0
Гелий	5,2	0,23
Кислород	154	5,07
Углекислый газ	304	7,38

Таблица 7

Диэлектрическая проницаемость диэлектриков

Воск	7,8	Слюда	6
Вода	81	Стекло	6
Керосин	2	Фарфор	6
Масло	5	Эбонит	2,6
Парафин	2	Бумага	2

Таблица 8

Удельное сопротивление проводников (при $0^\circ C$), $мкОм \cdot м$

Алюминий	0,025	Нихром	100
Графит	0,039	Олово	0,115
Железо	0,087	Ртуть	0,94
Медь	0,017	Свинец	0,22
Молибден	0,057	Серебро	0,016
Никель	0,100	Сталь	0,10

Таблица 9

Работа выхода электронов из металла, эВ

Платина	5,3	Литий	2,4
Серебро	4,74	Натрий	2,3
Вольфрам	4,5	Калий	2,0
Цинк	4,1	Цезий	1,9

Таблица 10

Показатели преломления

Алмаз	2,42	Лед	1,31	Скипидар	1,48
Вода	1,33	Сероуглерод	1,63	Стекло	1,5—1,9

Таблица 11

Массы некоторых изотопов, а.е.м.

Изотоп	Масса	Изотоп	Масса
1_1H	1,00783	${}^{13}_7N$	13,00574
2_1H	2,01410	${}^{14}_7N$	14,00307
3_1H	3,01605	${}^{17}_8O$	16,99913
3_2He	3,01603	${}^{23}_{12}Mg$	22,99413
4_2He	4,00260	${}^{24}_{12}Mg$	23,98504
6_3Li	6,01512	${}^{27}_{13}Al$	26,98154
7_3Li	7,01600	${}^{30}_{14}Si$	29,97377
7_4Be	7,01693	${}^{40}_{20}Ca$	39,96257
8_4Be	8,00531	${}^{56}_{27}Co$	55,93984
9_4Be	9,01218	${}^{63}_{29}Cu$	62,92960
${}^{10}_5B$	10,01294	${}^{200}_{80}Hg$	199,96832
${}^{12}_6C$	12,0	${}^{235}_{92}U$	235,04393
${}^{13}_6C$	13,00335	${}^{238}_{92}U$	238,05353

Таблица 12

Периоды полураспада некоторых радиоактивных элементов

${}^{14}_6C$	5568 лет	${}^{222}_{86}Rn$	3,82 сут
${}^{45}_{20}Ca$	164 сут	${}^{226}_{88}Ra$	1590 лет
${}^{90}_{38}Sr$	28 лет	${}^{235}_{92}U$	$7,1 \cdot 10^8$ лет
${}^{210}_{84}Po$	138 сут	${}^{238}_{92}U$	$4,5 \cdot 10^9$ лет

НЕКОТОРЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ И ФОРМУЛЫ

Основные буквы греческого алфавита,
используемые в физике:

α	A	альфа
β	B	бета
γ	Г	гамма
δ	Δ	дельта
ε	E	эпсилон
ζ	Z	дзета
η	H	эта
θ	Θ	тета
ι	I	йота
κ	K	каппа
λ	Λ	ламбда

μ	M	мю
ν	N	ню
ξ	Ξ	кси
π	Π	пи
ρ	P	ро
σ	Σ	сигма
τ	T	тау
φ	Φ	фи
χ	X	хи
ψ	Ψ	пси
ω	Ω	омега

Связь между различными мерами угла

$$\alpha^{\circ} = \alpha \frac{\pi}{180} \text{ рад}.$$

Произвольный треугольник:

1. Сумма внутренних углов

$$\alpha^{\circ} + \beta^{\circ} + \gamma^{\circ} = 180^{\circ},$$

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi \text{ рад}.$$

2. Теорема косинусов:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha;$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta;$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma.$$

3. Теорема синусов:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R \quad (R \text{ — радиус описанной окружности}).$$

Некоторые тригонометрические тождества.

$$\sin (\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta ;$$

$$\cos (\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta ; \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha ;$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha .$$

ЭЛЕМЕНТЫ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ

Физические величины могут быть скалярными и векторными.

Скалярными величинами (скалярами) называются такие величины, которые характеризуются только числовым значением (время t , масса m и т.п.).

Векторными величинами (векторами) называются такие величины, которые характеризуются числовым значением и направлением (скорость $\vec{v}$, сила $\vec{F}$ и т.п.).

Геометрически вектор представляется направленным отрезком. Вектор называется свободным, если его можно перемещать в пространстве параллельно самому себе.

Сложение свободных векторов производится по одному из следующих правил.

Правило параллелограмма: приводят векторы к общему началу и достраивают на них (как на сторонах) параллелограмм. Вектор, совпадающий с диагональю параллелограмма, которая исходит из общего начала данных векторов, называется их суммой.

Правило треугольника: совмещают конец первого вектора и начало второго; тогда вектор, соединяющий начало первого вектора с концом второго, является их суммой.

При вычитании векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ их приводят к общему началу, тогда вектор, соединяющий их концы и направленный в сторону $\vec{a}$, будет разностью $\vec{a} - \vec{b}$ (вектор $\vec{b} - \vec{a}$ направлен в сторону $\vec{b}$).

Произведением вектора $\vec{a}$ на скаляр λ называется вектор $\vec{b}$, сонаправленный с $\vec{a}$ при $\lambda > 0$ и противоположно направленный при $\lambda < 0$, причем его модуль равен $|\vec{b}| = |\lambda| \cdot |\vec{a}|$.

Скалярным произведением $(\vec{a}, \vec{b})$ двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называют скаляр, равный

$$(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha,$$

где α — угол между векторами.

Скалярное произведение коммутативно, т.е. его знак не зависит от порядка сомножителей.

Векторным произведением $[\vec{a}, \vec{b}]$ двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется вектор, модуль которого равен

$$|[\vec{a}, \vec{b}]| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot |\sin \alpha|.$$

Вектор $[\vec{a}, \vec{b}]$ перпендикулярен плоскости, в которой лежат $\vec{a}$ и $\vec{b}$, а его направление определяется по следующему правилу: если смотреть с конца вектора векторного произведения на векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, то кратчайший поворот от вектора $\vec{a}$ к вектору $\vec{b}$ будет происходить против часовой стрелки. Такая тройка векторов называется правой.

Модуль векторного произведения равен площади параллелограмма, построенного на векторах-сомножителях.

Векторное произведение не коммутативно, оно меняет направление при перестановке сомножителей.

ПРОИЗВОДНЫЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ НЕКОТОРЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Производная. Если $f(x)$ — непрерывная функция одной переменной, то ее производной называется

$$f'_x = \frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Дифференциал. $dy = f'(x)dx$, $f'(x) = \frac{dy}{dx}$.

Дифференцирование арифметических комбинаций

(u, v, w — дифференцируемые функции, α и β — постоянные)

$$(\alpha u + \beta v)' = \alpha u' + \beta v', \quad d(\alpha u + \beta v) = \alpha du + \beta dv,$$

$$(u v)' = u'v + u v', \quad d(u v) = u dv + v du,$$

$$(u v w)' = u' v w + u v' w + u v w',$$

$$d(u v w) = v w du + u w dv + u v dw,$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, \quad d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{vdu - u dv}{v^2} \quad (v \neq 0).$$

ПРОИЗВОДНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ

Функция	Производная
C	0
x	1
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}, x > 0$
$1/x$	$-1/x^2$
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$1/x$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$

ИНТЕГРАЛ

1. Неопределенный интеграл.

Дифференцируемая функция $F(x)$ называется первообразной для функции $f(x)$ на данном промежутке, если для всех значений x из этого промежутка справедливо равенство $F'(x) = f(x)$.

Если на некотором промежутке x функция $F(x)$ является первообразной для $f(x)$, то выражение

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

называется неопределенным интегралом функции $f(x)$, где C — произвольная постоянная, $f(x)dx$ — подынтегральное выражение.

2. Основные правила интегрирования:

$$\begin{aligned}\int af(x)dx &= a \int f(x)dx ; \\ \int [f_1(x) \pm f_2(x)]dx &= \int f_1(x)dx \pm \int f_2(x)dx ; \\ \int f(ax+b)dx &= \frac{1}{a} F(ax+b) + C .\end{aligned}$$

Таблица простейших интегралов

$\int 0dx = C$	$\int 1dx = x + C$
$\int xdx = \frac{x^2}{2} + C$	$\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$
$\int \sin xdx = -\cos x + C$	$\int \cos xdx = \sin x + C$
$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$

3. Определенный интеграл.

Определенным интегралом на промежутке $[a; b]$ от непрерывной функции $f(x)$ называется приращение $F(b) - F(a)$ любой первообразной F этой функции на промежутке $[a; b]$ и обозначается

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) ,$$

где a и b — нижний и верхний пределы интегрирования.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ВВЕДЕНИЕ	4
§ 1. Физика и ее предмет. Связь физики с другими науками, техникой и производством. Методы физического исследования	4
§ 2. Измерение физических величин. Построение системы единиц	6

Раздел I. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Глава 1. Кинематика материальной точки	8
§ 1.1. Механическое движение. Пространство и время в механике Ньютона	8
§ 1.2. Основные понятия кинематики	9
§ 1.3. Способы задания движения. Скорость и ускорение. Закон пути и скорости.	11
§ 1.4. Ускорение при криволинейном движении	15
§ 1.5. Движение материальной точки по окружности. Угловые характеристики движения и их связь с линейными	18
Контрольные вопросы	21
Глава 2. Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела	22
§ 2.1. Первый закон Ньютона. Инерция. Инерциальные системы отсчета	22
§ 2.2. Сила, масса, импульс. Второй и третий законы Ньютона	23
§ 2.3. Взаимодействие тел. Закон всемирного тяготения	28
§ 2.4. Силы трения. Трение покоя, скольжения и качения	30
§ 2.5. Упругие силы. Закон Гука	32
§ 2.6. Система материальных точек. Закон сохранения импульса	34
§ 2.7. Движение тел переменной массы	36
§ 2.8. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности	38
§ 2.9. Постулаты специальной теории относительности. Границы применимости классической механики	40

§ 2.10. Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции при поступательном и вращательном движении.....	45
<i>Контрольные вопросы</i>	50
Глава 3. Энергия и работа	51
§ 3.1. Энергия и работа. Работа силы. Мощность.....	51
§ 3.2. Кинетическая энергия.....	53
§ 3.3. Силовое поле. Потенциальная энергия материальной точки в силовом поле	54
§ 3.4. Энергия упругой деформированной пружины.....	58
§ 3.5. Закон сохранения механической энергии	60
<i>Контрольные вопросы</i>	61
Глава 4. Динамика вращательного движения твердого тела	62
§ 4.1. Вращение твердого тела около неподвижной оси. Момент инерции.....	62
§ 4.2. Момент силы. Закон динамики вращательного движения	65
§ 4.3. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса.....	67
§ 4.4. Кинетическая энергия вращающегося тела. Работа силы при вращательном движении	69
<i>Контрольные вопросы</i>	71
Глава 5. Механические колебания и волны	72
§ 5.1. Колебательное движение. Гармонические колебания и их характеристики.....	72
§ 5.2. Кинематика и динамика гармонических колебаний	74
§ 5.3. Энергия гармонических колебаний	76
§ 5.4. Простейшие колебательные системы и периоды их колебаний ...	77
§ 5.5. Сложение одинаково направленных гармонических колебаний. .	80
§ 5.6. Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний	81
§ 5.7. Затухающие колебания	83
§ 5.8. Вынужденные колебания. Резонанс	86
§ 5.9. Образование и распространение волн. Принцип Гюйгенса.....	89
§ 5.10. Интерференция и дифракция волн	92
§ 5.11. Энергия волны. Вектор Умова.....	95

§ 5.12. Стоячие волны	96
§ 5.13. Звук и звуковые волны.....	98
§ 5.14. Эффект Доплера в акустике.....	102
<i>Контрольные вопросы</i>	104

Раздел II. ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ

Глава 6. Молекулярно-кинетическая теория	105
§ 6.1. Основные положения молекулярно-кинетической теории и их опытное обоснование	105
§ 6.2. Термодинамическая система. Параметры состояния.....	107
§ 6.3. Экспериментальные газовые законы.....	109
§ 6.4. Идеальный газ. Уравнение состояния идеального газа. Универсальная газовая постоянная.....	110
§ 6.5. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории и некоторые следствия из него.....	112
§ 6.6. Распределение молекул по скоростям (распределение Максвелла).....	114
§ 6.7. Барометрическая формула. Распределение Больцмана	117
<i>Контрольные вопросы</i>	119
Глава 7. Физические основы термодинамики	120
§ 7.1. Внутренняя энергия термодинамической системы и способы ее изменения. Первое начало термодинамики	120
§ 7.2. Работа газа при изменении его объема. Теплоемкость газа.....	123
§ 7.3. Анализ изопроцессов на основе первого начала термодинамики. Уравнение Майера.....	125
§ 7.4. Адиабатический процесс. Уравнение Пуассона. Работа при адиабатическом процессе	128
§ 7.5. Распределение энергии по степеням свободы. Классическая теория теплоемкости идеального газа, ее успехи и трудности...	130
§ 7.6. Циклы. Цикл тепловой машины. КПД цикла	133
§ 7.7. Цикл Карно и его КПД	134
§ 7.8. Второе начало термодинамики и его различные формулировки ..	136

§ 7.9. Энтропия и вероятность состояния. Статистический смысл второго начала термодинамики.....	138
<i>Контрольные вопросы.....</i>	143

<i>Вопросы к экзамену (зачету) по механике и молекулярной физике.....</i>	144
--	-----

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

§ 1. Некоторые общие рекомендации по решению физических задач...	148
§ 2. Основные правила приближенных вычислений	149

<i>Глава 1. Кинематика материальной точки.....</i>	152
<i>Основные формулы</i>	152
<i>Методические указания</i>	155
<i>Задачи</i>	156

<i>Глава 2. Динамика материальной точки</i>	160
<i>Основные формулы</i>	160
<i>Методические указания</i>	161
<i>Задачи</i>	162

<i>Глава 3. Энергия. Работа. Мощность</i>	166
<i>Основные формулы</i>	166
<i>Методические указания</i>	168
<i>Задачи</i>	169

<i>Глава 4. Динамика вращательного движения.....</i>	172
<i>Основные формулы</i>	172
<i>Методические указания</i>	175
<i>Задачи</i>	176

<i>Глава 5. Механические колебания и волны</i>	181
<i>Основные формулы</i>	181
<i>Методические указания</i>	184
<i>Задачи</i>	185

Глава 6. Основы молекулярно-кинетической теории	190
<i>Основные формулы</i>	<i>190</i>
<i>Методические указания</i>	<i>192</i>
<i>Задачи</i>	<i>193</i>
Глава 7. Физические основы термодинамики	196
<i>Основные формулы</i>	<i>196</i>
<i>Методические указания</i>	<i>198</i>
<i>Задачи</i>	<i>199</i>
ТАБЛИЦЫ	203
НЕКОТОРЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ И ФОРМУЛЫ	207

Изд. лиц. ЛР № 020742. Подписано в печать 26.11.2008. Формат 60×84 1/16
Бумага для множительных аппаратов. Гарнитура Times
Усл. печ. листов 13,5. Тираж 500 экз. Заказ 800

*Отпечатано в Издательстве
Нижневартковского государственного гуманитарного университета
628615, Тюменская область, г.Нижневартовск, ул.Дзержинского, 11
Тел./факс: (3466) 43-75-73, E-mail: ngpirc@wsmail.ru*