

*Ф.М. Дягилев*

# ФИЗИКА

Учебное пособие

В двух частях

*Часть 2*

*Электродинамика, оптика, основы атомной и ядерной физики*

Допущено Учебно-методическим объединением  
по направлениям педагогического образования  
Министерства образования и науки РФ  
в качестве учебного пособия для студентов высших  
учебных заведений, обучающихся по направлению  
050200 «Физико-математическое образование»



**Издательство  
Нижевартовского государственного  
гуманитарного университета  
2008**

**ББК 22.3я73**

**Д 99**

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой  
физической электроники Российского государственного педагогического  
университета им. А.И.Герцена *С.Д.Ханин*

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики  
Тобольского государственного педагогического института  
им. Д.И.Менделеева *В.И.Новоселов*;

**Дягилев Ф.М.**

**Д 99 Физика:** Учебное пособие: В 2 ч. / Под общ. ред. Ф.М.Дяги-  
лева. — Нижневартовск: Изд-во Нижневарт. гуманит. ун-та,  
2008. Ч. 2: Электромагнетизм, оптика, основы атомной и ядер-  
ной физики. — 274 с.

**ISBN 978–5–89988–543–2 (ч. 2)**

Часть 2 пособия содержит теорию по курсу «Электромагнетизм, оптика, основы атомной и ядерной физики», более 190 задач с ответами, методические указания по их решению, свод основных формул по каждой теме, вопросы для подготовки к экзамену или зачёту.

Пособие предназначено для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 540200 «Физико-математическое образование», а также для начинающих преподавателей.

**ББК 22.3я73**

**ISBN 978–5–89988–543–2 (ч. 2)**

© Дягилев Ф.М., 2008

© Издательство НГТУ, 2008

## Предисловие

Данное пособие по физике предназначено для бакалавров высших учебных заведений по направлению 540200 «Физико-математическое образование». Оно является комплексным, так как содержит необходимую теорию по всем разделам примерной программы, рекомендованной МО РФ, вопросы для самоконтроля усвоения материала, перечень основных формул, методические указания по решению задач, более 370 задач с ответами, вопросы для зачетов и экзаменов. В приложении даются правила приближенных вычислений и необходимый справочный материал.

Автор надеется, что пособие будет полезным, удобным и достаточным по объему для направлений бакалавриата, где на изучение физики в течение двух семестров отводится около 100 аудиторных часов, при общем объеме 200 часов.

Пособие будет выпущено в двух частях: часть 1 — Механика и молекулярная физика; часть 2 — Электромагнетизм, оптика, волновые и квантовые свойства излучения, основы атомной и ядерной физики.

Для понимания и усвоения курса необходимо знание физики и математики в объеме средней школы, знание основ дифференциального и интегрального исчисления.



## Раздел III

# ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

---

---

## Глава 8

### ЭЛЕКТРОСТАТИКА

#### § 8.1. Два рода электрических зарядов. Элементарный заряд. Закон сохранения электрического заряда

Еще в древней Греции было обнаружено, что янтарь и ряд других материалов, натертые о мех, притягивают легкие предметы. А два куска янтаря, потертые тряпочкой, отталкиваются друг от друга. *Такое взаимодействие назвали электрическим (от греческого «электрон» — янтарь), а тела — наэлектризованными.*

В конце XVI — начале XVII вв. английский ученый Д.Гильберт обнаружил, что свойством притягивать после натирания легкие предметы, кроме янтаря, обладают более 20 веществ. В процессе изучения электрических явлений было установлено, *что существует два рода электричества (электрических зарядов): положительное и отрицательное.* Заряду янтаря, потертого о мех, приписали знак «минус» — отрицательный заряд. Заряд стекла, потертого о мех (шелк, бумагу), назвали положительным. *Явление разделения зарядов на телах стало называться электризацией. Электризация трением стала первым способом получения заряженных тел.*

В 30-х годах XVIII в. (Ш.Дюфе, Франция) было установлено, *что одноименные заряды отталкиваются, а разноименные — притягиваются.* Первым простейшим прибором, фиксирующим наличие электрических зарядов, стал электроскоп, а первым прибором для измерения электрических зарядов стал электрический указатель (электрометр) Г.Рихмана (1745 г.). Действие его основано на свойстве отталкивания одноименных зарядов.

В середине XVIII в. была установлена электрическая природа молнии (Б.Фрактин, М.Ломоносов, Г.Рихман), и первым практическим применением учения об электричестве стал громоотвод.

В 1759 г. английский естествоиспытатель Р.Симмер, развивая идеи Ш.Дюфе, сделал очень важное заключение о том, что *незаряженные тела содержат в одинаковых количествах оба рода зарядов, взаимно нейтрализующих друг друга. При электризации происходит перераспределение зарядов между телами.* Прекрасным подтверждением этого вывода стало открытие русским академиком Ф.Эпинусом электростатической индукции (электризации через влияние).

В 1785 г. французский инженер Ш.Кулон открыл закон взаимодействия точечных электрических зарядов. Именно после открытия этого закона учение об электричестве было поставлено на математическую основу.

В конце XIX — начале XX вв. на основе опытов было установлено, что *электрический заряд любого тела состоит из целого числа элементарных зарядов  $e$ :  $e = \pm 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Это наименьший существующий в свободном состоянии заряд. Наименьшей устойчивой частицей — носителем элементарного отрицательного заряда — является электрон. Заряд электрона  $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Электрон был открыт в 1897 г. английским ученым Д.Томсоном. Масса покоя электрона  $m_{0e} = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг. Устойчивой частицей — носителем положительного элементарного заряда является протон (открыт Э.Резерфордом в 1919 г.):  $m_{0p} = 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг;  $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Значит, любой заряд  $q = Ne$ , где  $N$  — целое число. Следовательно, электрический заряд дискретен и квантуется. В результате исследования электрических явлений был открыт закон сохранения электрического заряда: *в электрически замкнутой системе алгебраическая сумма зарядов есть величина постоянная.**

Электрические заряды могут возникать и исчезать, но при этом обязательно появляется или исчезает равное количество элементарных зарядов противоположных знаков. И если система электрически изолирована, то ее суммарный заряд остается неизменным. В физике установлено, что величина электрического заряда не зависит от скорости его движения.

## § 8.2. Закон Кулона

В 1784 г. Ш.Кулон изобрел крутильные весы, которые позволили измерять очень малые силы по углу закручивания нити. В 1785 г. с помощью этих весов он измерил силу взаимодействия между точечными зарядами. *Точечный заряд — это заряженное тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.* В опыте Кулона это были заряженные шарики. Полагая, что при касании незаряженного металлического шарика к точно такому же заряженному шарика заряд распределяется между ними поровну, Кулон сумел установить зависимость силы взаимодействия от величины зарядов и расстояния между ними. Оказалось, что сила

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (1)$$

и направлена вдоль прямой, соединяющей заряды. В этой формуле  $q_1$  и  $q_2$  — величины зарядов,  $r$  — расстояние между зарядами,  $k$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц и электрических свойств среды. Электрические свойства среды характеризуются величиной  $\varepsilon$  — относительной диэлектрической проницаемостью. Эта безразмерная величина показывает, во сколько раз сила электрического взаимодействия между зарядами в вакууме больше, чем в данной среде при прочих равных условиях (для вакуума  $\varepsilon = 1$ ). Тогда формулу (1) можно записать так:

$$F = k' \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2},$$

где  $k'$  зависит только от выбора системы единиц.

В СИ  $k' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ , где  $\varepsilon_0$  — электрическая постоянная, равная  $8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

Таким образом, в СИ закон Кулона запишется так:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}. \quad (2)$$

В этой форме мы и будем его использовать в дальнейшем.

В СИ одной из основных единиц является ампер ( $A$ ) — единица силы тока. Она устанавливается на основе взаимодействия параллельных токов. И поскольку  $I = \frac{q}{t}$ , то на основании этого соотношения в СИ устанавливается единица измерения заряда:

$$[q] = [I] \cdot [t] = 1 A \cdot 1 c = 1 \text{ Кл.}$$

*Кулоновские силы являются центральными, т.е. действуют по прямой, соединяющей точечные заряды.* Если взаимодействуют одноименные заряды, то  $F > 0$ . Это силы отталкивания. Если взаимодействуют разноименные заряды, то  $F < 0$  — силы притяжения.

Опыт показывает, что *сила взаимодействия двух данных зарядов не зависит от того, имеются ли вблизи них другие заряды. Значит, результирующая сила, действующая на заряд  $q_0$  со стороны зарядов  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ , определится по формуле*

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_{0i}, \quad (3)$$

где  $\vec{F}_{0i}$  — сила взаимодействия зарядов  $q_0$  и  $q_i$ .

Современная физика показывает, что силы Кулона существенны до расстояний порядка  $10^{-15}$  м (нижний предел). На меньших расстояниях начинают действовать ядерные силы, значительно превосходящие кулоновские. Что касается верхнего предела, то для сил Кулона  $r \rightarrow \infty$ .

### **§ 8.3. Электростатическое поле. Напряженность. Принцип суперпозиции. Индукция. Силовые линии**

В XVIII в. считалось, что взаимодействие заряженных тел передается мгновенно и среда между телами не оказывает никакого влияния на этот процесс. Данная концепция получила название дальнего действия. Современная физика установила, что взаимодействие заряженных тел осуществляется благодаря полю и передается со скоростью, не превышающей скорость света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с. Эта концепция называется ближкодействием. Оказывается, всякий заряд изменяет свойства окружающего его пространства — создает в нем электрическое поле. Поле неподвижного заряда называется электростатическим. Значит, кулоновское взаимодействие

между неподвижными зарядами осуществляется посредством электростатического поля. Электрическое поле является частным случаем электромагнитного поля, посредством которого осуществляется взаимодействие между движущимися заряженными частицами.

Электрическое поле можно обнаружить по его силовому действию на заряд. Заряд, который используется для обнаружения и исследования поля, называется пробным. Чтобы пробный заряд не искажал и характеризовал поле в данной точке, он должен быть точечным и малым по величине.

Силовой характеристикой электрического поля является векторная величина  $\vec{E}$  — напряженность поля. Она равна отношению силы, действующей на пробный заряд  $q_0$ , к величине этого заряда, т.е.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}.$$

Как видно, вектор напряженности совпадает по направлению с вектором силы, если пробный заряд  $q_0 > 0$ . В СИ напряженность измеряется в Н/Кл или В/м. На заряд  $q_1$  в точке поля с напряженностью  $\vec{E}$  будет действовать сила  $\vec{F} = q_1 \vec{E}$ .

Пусть электростатическое поле создается точечным зарядом  $q$ . Найдем выражение для напряженности такого поля. На пробный заряд  $q_0$  заряд  $q$  будет действовать с силой

$$F = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}.$$

Следовательно, напряженность поля точечного заряда  $q$  в точках, отстоящих от него на расстоянии  $r$ , определится выражением

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}. \quad (4)$$

Векторы  $\vec{E}$  во всех точках поля точечного заряда  $q$  направлены по радиусу от заряда, если  $q > 0$ , и к заряду, если  $q < 0$  (рис. 8.3.1).

Если поле создано системой неподвижных зарядов  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , то на основании соотношения (3) напряженность результирующего поля может быть найдена по формуле

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{\Sigma \vec{F}_{0i}}{q_0} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i,$$

т.е. напряженность результирующего поля равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из зарядов (принцип суперпозиции). В частности, для поля, созданного двумя зарядами (рис. 8.3.2), имеем:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2;$$

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha.$$

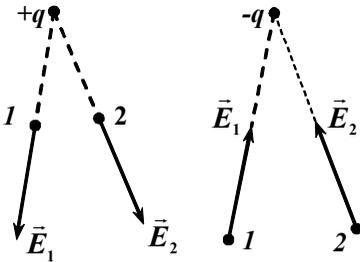


Рис. 8.3.1

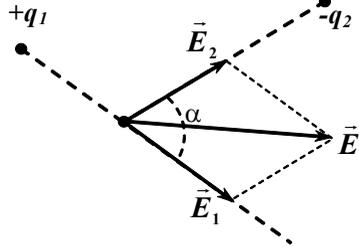


Рис. 8.3.2

Графически электростатическое поле изображается с помощью силовых линий или линий напряженности. Силовая линия — это такая линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора силы, действующей на положительный заряд, или вектора напряженности поля в этой точке (рис. 8.3.3).

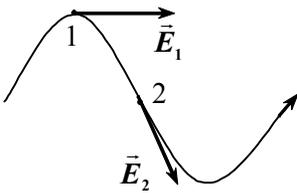


Рис. 8.3.3

Силовым линиям приписывается такое же направление, как и вектору напряженности. В случае одиночных точечных зарядов это будут радиальные прямые. Они начинаются на положительных зарядах, уходя в бесконечность, и заканчиваются на отрицательных, приходя из бесконечности.

Из формулы (4) для напряженности поля точечного заряда видно, что напряженность поля зависит от свойств среды. Это оказывается очень неудобным для теории диэлектриков и общей

теории электромагнитного поля. Поэтому для характеристики электростатического поля наряду с напряженностью вводится еще одна величина  $\vec{D}$  — электрическое смещение или электрическая индукция. В СИ связь между  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  для электрически изотропной среды дается формулой

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}.$$

Следовательно, для поля точечного заряда

$$D = \epsilon \epsilon_0 \frac{q}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi r^2}; \quad [D] = 1 \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

При графическом изображении полей условились проводить число силовых линий через единичную площадку равным величине  $E$  или  $D$ . Поскольку  $D$  не зависит от свойств среды, то при переходе из одной среды в другую линии индукции не прерываются; линии же напряженности прерываются, т.к.  $E = f(\epsilon)$ .

Если  $\vec{E}$  — величина постоянная во всех точках поля, то поле называется однородным. Примером может служить поле плоского конденсатора.

### § 8.4. Поток вектора индукции (напряженности). Теорема Остроградского—Гаусса и ее некоторые приложения

Число линий индукции, пронизывающих данную поверхность, называется потоком вектора индукции ( $\Phi_D$ ).

Если поле однородное, т.е.  $\vec{D} = \text{const}$ , и  $\vec{D}$  перпендикулярен площадке  $S$ , то, по определению,  $\Phi_D = D \cdot S$  (рис. 8.4.1а).

Если вектор  $\vec{D}$  образует с нормалью к площадке угол  $\alpha$  (рис. 8.4.1б), то

$$\Phi_D = D \cdot S \cos \alpha = D_n \cdot S,$$

где  $D_n = D \cos \alpha$  — проекция вектора  $\vec{D}$  на направление нормали к площадке.

Если поле неоднородное, то элементарный

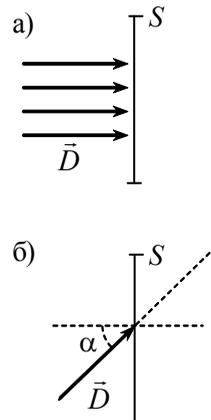


Рис. 8.4.1

поток  $d\Phi_D$  через площадку  $dS$  можно записать так:  $d\Phi_D = D_n dS$ . Тогда весь поток

$$\Phi_D = \int_S D_n dS.$$

Нетрудно видеть, что  $[\Phi_D] = \text{Кл.}$  Совершенно аналогично можно записать и выражение для потока вектора напряженности

$$\Phi_E = \int_S E_n dS.$$

Решение основной задачи электростатики — расчет напряженности поля в каждой точке, если известны заряды и их распределение в пространстве, — методом суперпозиции полей оказывается довольно сложным в математическом плане. Если система зарядов обладает определенной симметрией, то есть более простой метод расчета электростатических полей, основанный на теореме Остроградского—Гаусса.

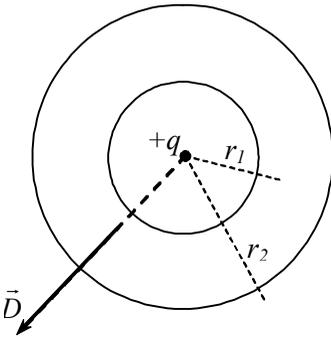


Рис. 8.4.2

поверхности сферы, то

$$D_{n_1} = D_1 = \frac{q}{4\pi r_1^2}.$$

Следовательно,

$$\Phi_{D_1} = \frac{q}{4\pi_1^2} \cdot 4\pi r_1^2 = q.$$

Аналогичный результат получится, если заряд  $q$  окружить сферой радиуса  $r_2$ . Это еще раз подтверждает ранее отмеченное свойство о непрерывности линий индукции. Оказывается, полученный результат для потока вектора индукции через сферу можно обобщить на случай любой замкнутой поверхности, охватывающей заряд  $q$ . Если же поверхность охватывает несколько зарядов,

то результирующий поток индукции через эту поверхность будет равен алгебраической сумме потоков индукции через нее от отдельных зарядов (рис. 8.4.3).

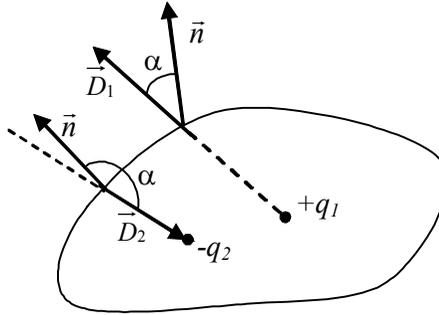


Рис. 8.4.3

$$\Phi_{D_1} > 0 \left( \alpha < \frac{\pi}{2}; \cos \alpha > 0 \right)$$

$$\Phi_{D_2} < 0 \left( \alpha > \frac{\pi}{2}; \cos \alpha < 0 \right)$$

$$\Phi_{D_1} = q_1; \quad \Phi_{D_2} = -q_2$$

$$\Phi_D = \Phi_{D_1} + \Phi_{D_2} = q_1 + (-q_2);$$

в общем случае

$$\Phi_D = \oint D_n dS = \sum_{i=1}^n q_i .$$

Таким образом, *поток вектора индукции через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме электрических зарядов, охватываемых этой поверхностью.*

*Полученный результат и составляет содержание теоремы Остроградского–Гаусса.*

Если поверхность заряд не охватывает, то  $\Phi_D = 0$  (сколько линий индукции входит в эту поверхность, столько же

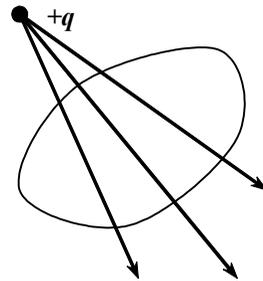


Рис. 8.4.4

и выходит из нее). Поскольку  $D = \epsilon \epsilon_0 E$ , то Теореме Остроградского—Гаусса можно записать и для  $\Phi_E$ :

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \frac{D_n}{\epsilon \epsilon_0} dS = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \Phi_D \rightarrow \Phi_E = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i.$$

Рассмотрим некоторые приложения теоремы Остроградского—Гаусса.

### 1. Электрическое поле равномерно заряженной плоскости.

Пусть поверхностная плотность заряда  $\sigma = q/S$  на всей плоскости будет одинакова (рис. 8.4.5). Вектор  $\vec{E}$  в любой точке перпендикулярен поверхности. Окружим элементарную площадку  $dS$  плоскости цилиндрической поверхностью, образующие которой параллельны вектору  $\vec{E}$ , а основания  $dS$  лежат на одинаковом расстоянии от плоскости. Тогда по теореме Остроградского—

Гаусса  $d\Phi_E = \frac{\sigma \cdot dS}{\epsilon \epsilon_0}$ . С другой стороны, поток вектора напряженности через основания цилиндрической поверхности будет  $d\Phi_E = E \cdot 2dS$ . Следовательно,

$$\frac{\sigma dS}{\epsilon \epsilon_0} = E 2dS, \text{ т.е. } E = \frac{\sigma}{2\epsilon \epsilon_0}.$$

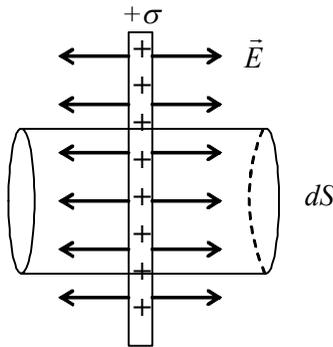


Рис. 8.4.5

Таким образом, поле равномерно заряженной плоскости слева и справа от нее является однородным.

**2. Поле двух параллельных плоскостей, заряженных разноименно.** Пусть поверхностная плотность заряда на одной плоскости равна  $+\sigma$ , на другой  $-\sigma$ . Данная система представляет, по существу, плоский конденсатор (рис. 8.4.6). Для нахождения напряженности поля воспользуемся предыдущим случаем. Поле такой системы равно сумме полей двух плоскостей. Вне системы складываемые напряженности имеют противоположные направления, и напряженность результирующего поля равна нулю. Внутри системы они направлены одинаково. Поэтому

$$E = E_+ + |E_-| = 2E_+ = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}.$$

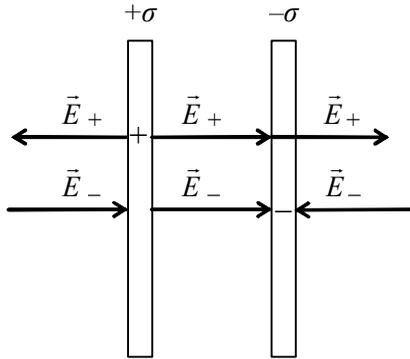


Рис. 8.4.6

**3. Поле равномерно заряженной сферы.** Пусть сферическая поверхность радиуса  $R$  заряжена равномерно с поверхностной плотностью  $\sigma$ . Найдём напряженность поля вне сферы. Окружим заданную сферу другой сферой радиуса  $r$  (рис. 8.4.7). Тогда

$$\Phi_{Er} = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{\epsilon\epsilon_0}.$$

Так как густота линий одинакова по всей поверхности и силовые линии перпендикулярны поверхности сферы, то

$$\Phi_{Er} = ES_r = E \cdot 4\pi r^2 \rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} = \frac{\sigma 4\pi R^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}.$$

Таким образом, при  $r > R$  поле равномерно заряженной сферы совпадает с полем заряда, равного заряду сферы и помещенного в ее центре.

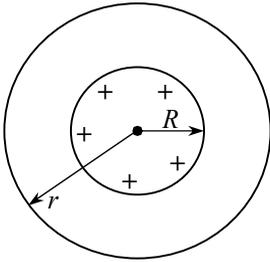


Рис. 8.4.7

Если  $r = R$ , то  $E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}$ . Эта формула

выражает напряженность поля поверхности заряженной сферы. Если  $r < R$ , то поверхность, проведенная внутри сферы, не будет содержать заряд, и, следовательно, напряженность поля внутри сферы равна нулю.

### § 8.5. Работа сил электростатического поля по перемещению заряда. Циркуляция вектора напряженности

Пусть в неоднородном электростатическом поле заряд  $q_0$  перемещается из точки 1 в точку 2 (рис. 8.5.1). Вычислим работу  $A_{1-2}$ . Поскольку сила, действующая на заряд  $q_0$ , будет разной в разных точках траектории, то формулу для работы можно записать так:

$$A_{1-2} = \int_1^2 dA;$$

$$dA = Fdl \cos \alpha = q_0 E dl \cos \alpha = q_0 E_l dl \rightarrow A_{1-2} = \int_1^2 q_0 E_l dl,$$

где  $E_l$  — проекция вектора  $\vec{E}$  на перемещение  $d\vec{l}$ .

Пусть поле создается точечным зарядом  $q$ . Тогда (рис. 8.5.2)

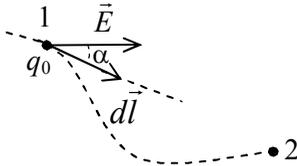


Рис. 8.5.1

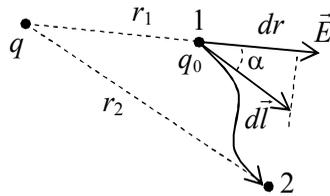


Рис. 8.5.2

$$dA = q_0 E dl \cos \alpha = q_0 E dr,$$

где  $dr = dl \cos \alpha$ .

Так как

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}, \text{ то } dA = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} dr.$$

$$\text{Значит, } A_{1-2} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Как видно, работа сил электростатического поля не зависит от формы траектории и по замкнутому контуру равна нулю. Значит, кулоновские силы являются консервативными силами. Это означает, что электростатическое поле является потенциальным силовым полем. Таким образом,  $A_{1-2-1} = q_0 \oint E_l dl = 0$ .

Поскольку  $q_0 \neq 0$ , то  $\oint E_l dl = 0$ . Величина  $\oint E_l dl$  называется циркуляцией вектора напряженности по замкнутому контуру. И если она равна нулю, то поле является потенциальным. Если  $\oint E_l dl \neq 0$ , то поле называется вихревым.

Силовые линии потенциального поля незамкнуты, а вихревого поля замкнуты. Примерами потенциальных полей могут служить гравитационное поле, поле тяжести, поле упругих сил, электростатическое поле. Магнитное и электромагнитное поля относятся к вихревым.

### **§ 8.6. Потенциал. Потенциал поля точечного заряда и системы зарядов. Связь между напряженностью и потенциалом**

Так как на заряд в электростатическом поле действуют силы, зависящие от положения заряда, то это означает, что электрический заряд в электростатическом поле обладает потенциальной энергией. Величина  $\varphi$ , равная отношению потенциальной энергии  $W$ , которой обладает заряд  $q_0$ , к величине самого заряда, называется потенциалом поля в данной точке, т.е.  $\varphi = \frac{W}{q_0}$ .

Единицей измерения потенциала в СИ является вольт:  
 $[\varphi] = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ Кл}} = 1 \text{ В}$ . Потенциал является энергетической характеристикой поля и с помощью него довольно просто можно находить работу сил электростатического поля.

Поскольку кулоновские силы являются консервативными, то их работа равна изменению потенциальной энергии, взятому с обратным знаком, т.е. разности потенциальной энергии:

$$A_{1-2} = -\Delta W = W_1 - W_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Пусть электростатическое поле создается точечным зарядом  $q$ . Тогда работа по перемещению в этом поле заряда  $q_0$  из положения 1 в положение 2

$$A_{1-2} = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Следовательно,

$$\frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1} - \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_2} = W_1 - W_2.$$

Это означает, что потенциальная энергия заряда  $q_0$  в электростатическом поле точечного заряда  $q$  будет определяться выражением  $W = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}$ , где  $r$  — расстояние между зарядами. Тогда

потенциал поля точечного заряда  $q$  в точке, отстоящей от него на расстоянии  $r$ , определится так:

$$\varphi = \frac{W}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}.$$

Из последней формулы видно, что  $\varphi$  — величина алгебраическая:  $\varphi > 0$ , если  $q > 0$ ;  $\varphi < 0$ , если  $q < 0$ .

Если поле создается системой зарядов  $q_1, q_2, \dots, q_n$ , то потенциал поля в любой точке найдется на основании принципа суперпозиции, т.е.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n = \sum_{i=1}^n \varphi_i,$$

где  $\varphi_i$  — потенциал поля в данной точке от заряда  $q_i$ . Таким образом, при наложении электростатических полей потенциал

результатирующего поля равен алгебраической сумме потенциалов складываемых полей. В этом состоит значительное преимущество энергетической характеристики поля — потенциала перед силовой характеристикой поля — напряженностью, являющейся векторной величиной.

Рассмотрим связь между этими двумя характеристиками поля. Поверхность, все точки которой имеют одинаковый потенциал, называется эквипотенциальной (рис. 8.6.1):

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3.$$

Пусть по эквипотенциальной поверхности из т. 1 перемещается заряд  $q_0$ . Элементарная работа

$$dA = -q_0 d\varphi = 0, \text{ т.к. } d\varphi = 0.$$

С другой стороны,

$$dA = q_0 E dl \cos \alpha.$$

Так как  $q_0 \neq 0$ ,  $\vec{E} \neq 0$ ,  $d\vec{l} \neq 0$ ,  $\cos \alpha = 0$ . Следовательно,  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , т.е.

вектор  $\vec{E}$  перпендикулярен к эквипотенциальной поверхности в каждой ее точке (рис. 8.6.1).

Пусть даны две эквипотенциальные поверхности с потенциалами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ . Расстояние по нормали между ними  $\Delta n$ . Выберем расстояние настолько малым, чтобы напряженность  $\vec{E}$  вдоль отрезка 1—2 можно было считать величиной постоянной. Пусть заряд  $q_0$  перемещается из т. 1 в т. 2 (рис. 8.6.2). Определим работу перемещения через потенциал и напряженность поля:

$$\Delta A = -q_0 \Delta \varphi \text{ и } \Delta A = q_0 E \Delta n.$$

Следовательно,

$$E \Delta n = -\Delta \varphi \text{ или } E = -\frac{\Delta \varphi}{\Delta n},$$

т.е. напряженность электростатического поля равна изменению потенциала на единицу длины вдоль силовой линии. Знак «минус» означает, что вдоль силовой

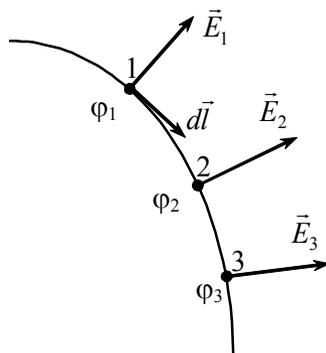


Рис. 8.6.1

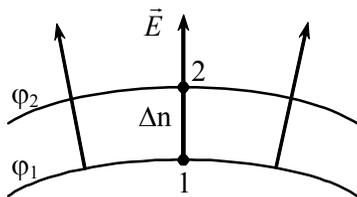


Рис. 8.6.2

линии потенциал убывает. Из этой формулы можно установить единицу измерения напряженности:  $[E] = \frac{1\text{В}}{1\text{м}}$ . В пределе

$E = -\frac{d\varphi}{dn}$ , т.е. напряженность равна градиенту потенциала с обратным знаком.

Используя это соотношение и зная  $E$ , можно найти потенциал для различных случаев.

1. Поле равномерно заряженной плоскости (рис. 8.6.3).

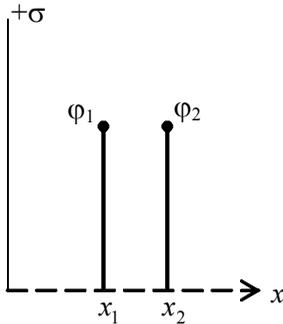


Рис. 8.6.3

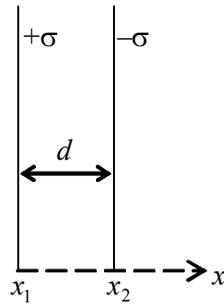


Рис. 8.6.4

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} = -\frac{d\varphi}{dx};$$

$$-d\varphi = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} dx \rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} \int_{x_1}^{x_2} dx = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} (x_2 - x_1).$$

2. Поле между двумя параллельными плоскостями (рис. 8.6.4).

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} (x_2 - x_1) = E \cdot d$$

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}.$$

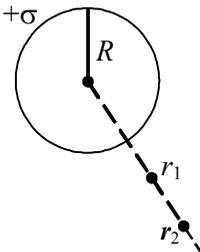


Рис. 8.6.5

3. Поле равномерно заряженной сферы (рис. 8.6.5).

При  $r > R$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

Найдем разность потенциалов между двумя точками, лежащими от центра сферы на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$ :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

При  $r_2 \rightarrow \infty$ ,  $\varphi_2 \rightarrow 0$ . Следовательно,  $\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1}$ .

Если  $r_1 = R$ , то получим потенциал заряженной сферической поверхности

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R}.$$

При  $r < R$ ,  $E = 0$ . Следовательно, внутри сферы  $\varphi = \text{const}$ , и он такой же, как на ее поверхности.

### § 8.7. Проводник в электростатическом поле

По способности проводить электрический ток все вещества делятся на проводники, полупроводники и диэлектрики (изоляторы). Количественной характеристикой электропроводности является удельное сопротивление  $\rho$  или удельная электропроводимость  $\left( \gamma = \frac{1}{\rho} \right)$ . Удельные сопротивления для вышеперечисленных классов веществ лежат в следующих пределах:

металлы —  $10^{-8} \div 10^{-6}$  Ом·м;

полупроводники —  $10^{-5} \div 10^8$  Ом·м;

диэлектрики —  $10^8 \div 10^{23}$  Ом·м.

Заряд, сообщенный проводнику, может по нему свободно перемещаться. Благодаря силам отталкивания между одноименными зарядами весь заряд сосредоточится на поверхности проводника. Движение зарядов по поверхности проводника прекратится, когда потенциалы всех

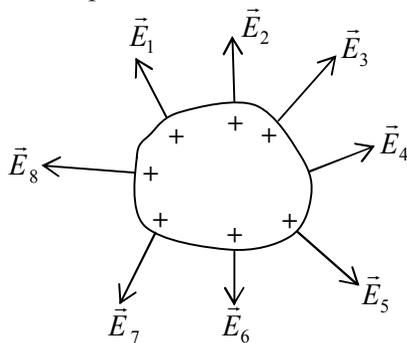


Рис. 8.7.1

точек поверхности проводника будут равны. Таким образом, *поверхность заряженного проводника является эквипотенциальной, а вектор напряженности  $\vec{E}$  в каждой точке поверхности проводника направлен по нормали к ней (рис. 8.7.1). Внутри проводника объемные заряды отсутствуют, и электрического поля нет.* Этот вывод экспериментально в свое время был доказан М.Фарадеем. И если поверхностная плотность заряда равна  $\sigma$ , то, по теореме Остроградского—Гаусса, напряженность поля вблизи поверхности проводника будет  $E = \sigma/\epsilon\epsilon_0$ . Следует заметить, что поверхностная плотность заряда в разных точках даже при одинаковом потенциале всей поверхности может оказаться разной. Это зависит от формы проводника. Рассмотрим такой пример.

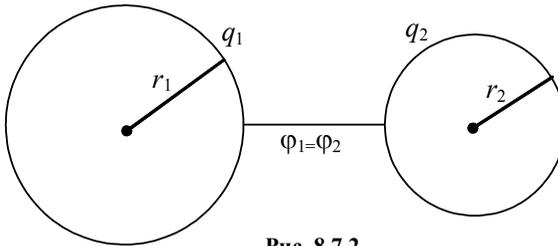


Рис. 8.7.2

Пусть даны две сферы радиуса  $r_1$  и  $r_2$  и пусть  $r_1 > r_2$  (рис. 8.7.2). Сообщим одной из них заряд  $q$  и соединим сферы проводником. В результате перераспределения заряда потенциалы сфер будут равны. При этом

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1} = \frac{4\pi r_1^2 \sigma_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1} = \frac{r_1 \sigma_1}{\epsilon\epsilon_0} \text{ и } \varphi_2 = \frac{r_2 \sigma_2}{\epsilon\epsilon_0} \rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

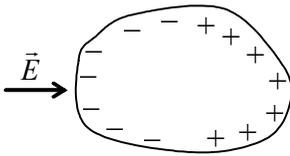


Рис. 8.7.3

Таким образом, *поверхностная плотность заряда будет обратно пропорциональна радиусу кривизны поверхности.* Поэтому на остриях и выступах проводника поверхностная плотность заряда будет больше. Около них будет больше и напряженность поля. Это приводит к стечению

заряда с острия и к образованию «электрического ветра». Если проводник внести в электростатическое поле, то под действием

поля в нем произойдет разделение зарядов (свободные электроны переместятся в направлении против поля). *Это явление называется электризацией через влияние или электростатической индукцией* (рис. 8.7.3).

## § 8.8. Электроемкость. Конденсаторы. Соединение конденсаторов

*Способность проводника накапливать и удерживать на себе заряд характеризуется его электроемкостью.* Если уединенному проводнику сообщить заряд  $q$ , то он будет иметь некоторый потенциал  $\varphi$ . При сообщении новых порций заряда они на проводнике будут распределяться точно таким же образом, как и первые, увеличивая его потенциал. Поэтому заряд уединенного проводника и его потенциал будут прямо пропорциональны, т.е.  $q = C\varphi$ , где  $C$  — электроемкость проводника. Таким образом,  $C = q/\varphi$ , т.е. *емкость проводника численно равна заряду, сообщенные которого проводнику изменяет его потенциал на единицу.*

$$[C] = \frac{[q]}{[\varphi]} = \frac{1\text{ Кл}}{1\text{ В}} = 1\text{ Ф (фарад)}.$$

Фарад — очень большая величина. Поясним это.

Потенциал на поверхности уединенного шара

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r},$$

где  $r$  — радиус шара. Следовательно, емкость уединенного шара выразится формулой  $C = q/\varphi = 4\pi\epsilon\epsilon_0 r$ . Отсюда следует, что емкостью в 1 Ф обладает шар, радиус которого  $r \approx 10^7$  км.

Земля, радиус которой 6400 км, обладает емкостью всего лишь  $6,4 \cdot 10^{-4}$  Ф. Поэтому на практике пользуются следующими единицами измерения: микрофарадом —  $\text{мкФ} = 10^{-6}$  Ф; нанофарадом —  $\text{нФ} = 10^{-9}$  Ф; пикофарадом —  $\text{пФ} = 10^{-12}$  Ф.

Уединенные проводники обладают обычно небольшой емкостью. На практике часто требуются устройства, которые бы могли нести на себе большой заряд. *Такие устройства называются конденсаторами.* При их конструировании учтен тот факт, что электроемкость проводника увеличивается, если к нему приближать

другие проводники. Это связано с тем, что под действием поля заряженного проводника на приближающемся проводнике возникают индуцированные заряды. Причем ближе к заряженному про-

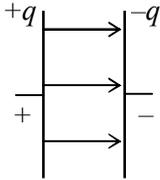


Рис. 8.8.1

воднику располагаются индуцированные заряды противоположного знака. Это приводит к уменьшению потенциала заряженного проводника, что при неизменном на нем заряде означает увеличение его емкости. Обычно конденсаторы выполняют в виде двух проводников, расположенных близко друг к другу. Они называются обкладками. Обкладкам придают такую форму и так располагают относительно друг друга, чтобы поле было сосредоточено внутри конденсатора. В этом случае внешние тела не будут оказывать влияния на емкость конденсатора. Этому условию удовлетворяют плоские, сферические и цилиндрические конденсаторы. Поскольку поле сосредоточено внутри конденсатора, силовые линии начинаются на одной обкладке и заканчиваются на другой. Это значит, что заряды на обкладках равны по величине и противоположны по знаку.

Емкость конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U},$$

где  $q$  — заряд на обкладке,  $\varphi_1 - \varphi_2 = U$  — разность потенциалов или напряжение между обкладками конденсатора.

Плоский конденсатор (рис. 8.8.1).

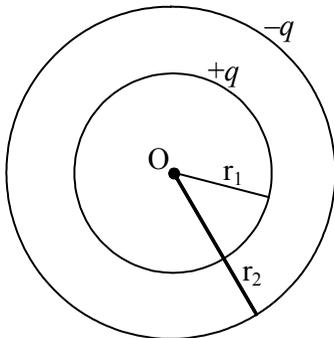


Рис. 8.8.2

Пусть заряд на пластине равен  $q$ , расстояние между пластинами —  $d$ , конденсатор заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ ,  $S$  — площадь каждой пластины.

Тогда

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\sigma \cdot S}{E \cdot d} = \frac{\sigma \cdot S}{\frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0} \cdot d} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}.$$

Сферический конденсатор состоит из двух сферических обкладок с радиусами  $r_1$  и  $r_2$ . Расстояние между обкладками  $d = r_2 - r_1$  (рис. 8.8.2).

$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1} \text{ — потенциал первой обкладки,}$$

$$\varphi_2 = \frac{|q|}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_2} \text{ — потенциал второй обкладки.}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{q(r_2 - r_1)}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1 r_2} \rightarrow$$

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1 r_2}{(r_2 - r_1)}.$$

а) если  $r_1 \ll r_2$ , то  $C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1^2$ , т.е. емкость такого сферического конденсатора равна емкости уединенного шара (сферы) радиуса  $r_1$ .

б) если  $d = r_2 - r_1 \ll r_1$ , то

$$C = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}{d} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d},$$

где  $S = 4\pi r^2$  — площадь поверхности сферической обкладки.

Таким образом, в этом случае емкость сферического конденсатора равна емкости плоского конденсатора.

Другой очень важной характеристикой конденсаторов является максимальное напряжение, которое можно подавать на их обкладки.

Если приложенное напряжение  $U > U_{\max}$ , то между обкладками проскакивает искра (пробой конденсатора), и конденсатор выходит из строя.

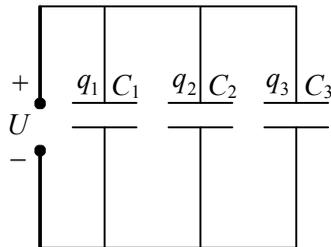


Рис. 8.8.3

В зависимости от технических требований конденсаторы бывают разного типа: бумажные, электролитические, керамические, переменной емкости и др. Для получения различных емкостей конденсаторы соединяют в батареи параллельно, последовательно или смешанным способом.

Пусть три конденсатора  $C_1, C_2, C_3$  соединены параллельно (рис. 8.8.3). Найдем емкость такой батареи конденсаторов на

основании определения  $C = \frac{q}{U}$ . Напряжение на всех конденсато-

рах равно  $U$ . Тогда заряд первого конденсатора  $q_1 = C_1 U$ ;

второго —  $q_2 = C_2 U$ ;

третьего —  $q_3 = C_3 U$ .

Общий заряд

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3)U.$$

Следовательно, емкость батареи

$$C = \frac{q}{U} = \frac{(C_1 + C_2 + C_3)U}{U} = C_1 + C_2 + C_3.$$

В общем случае при параллельном соединении  $n$  конденсаторов

$$C = \sum_{i=1}^n C_i.$$

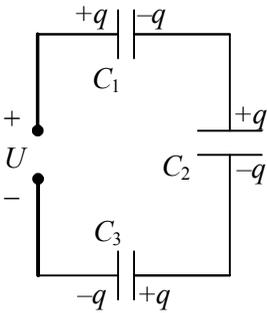


Рис. 8.8.4

При последовательном соединении конденсаторов (рис. 8.8.4) заряд на каждом конденсаторе будет один и тот же и равен заряду батареи.

Общее напряжение  $U = U_1 + U_2 + U_3$ , где  $U_1, U_2, U_3$  — напряжение, соответственно, на первом, втором и третьем конденсаторе. Тогда

$$U_1 = \frac{q}{C_1}; U_2 = \frac{q}{C_2}; U_3 = \frac{q}{C_3}.$$

Следовательно,

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{q \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)}, \text{ или}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

В общем случае при последовательном соединении  $n$  конденсаторов

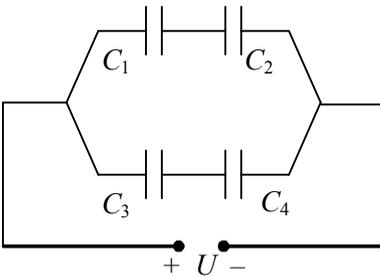


Рис. 8.8.5

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

Смешанное (комбинированное) соединение показано на рисунке 8.8.5. Емкость таких батарей рассчитывается на основе выше приведенных правил. В данном случае это можно сделать так:

$$\frac{1}{C''} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{— для верхней части цепи,}$$

$$\frac{1}{C'''} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} \quad \text{— для нижней части цепи.}$$

$$\text{Полная емкость } C = C'' + C''' = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 \cdot C_4}{C_3 + C_4}.$$

### § 8.9. Энергия системы зарядов, заряженного проводника и конденсатора. Энергия электростатического поля

Если имеется два заряда  $q_1$  и  $q_2$ , находящиеся на расстоянии  $r$ , то их взаимная потенциальная энергия

$$W = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}.$$

Обобщим этот вывод на основе понятия потенциала. Потенциальная энергия заряда  $q_1$ , находящегося в поле заряда  $q_2$  (рис. 8.9.1), может быть записана так:

$$W_{12} = q_1 \cdot \Phi_{12},$$

где  $\Phi_{12} = \frac{q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}$  — потенциал поля в точке, где находится заряд  $q_1$ .

Таким образом,

$$W_{12} = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}.$$

Совершенно аналогично

$$W_{21} = q_2 \cdot \Phi_{21} = \frac{q_2 \cdot q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r},$$

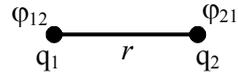


Рис. 8.9.1

где  $\varphi_{21}$  — потенциал поля, создаваемого зарядом  $q_1$ , в точке, где находится заряд  $q_2$ .

Естественно,  $W_{12} = W_{21} = W$  — потенциальная энергия взаимодействия двух зарядов, которую можно записать так:

$$W = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2),$$

где  $\varphi_1$  — потенциал поля в точке нахождения заряда  $q_1$ ,  $\varphi_2$  — потенциал поля в точке нахождения заряда  $q_2$ .

*Полученный вывод можно обобщить на систему 3-х, 4-х и т.д. зарядов, т.е. потенциальная энергия системы  $n$  зарядов:*

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i. \quad (1)$$

Пусть имеется заряженный проводник. Его заряд  $q$ , полностью сосредоточенный на поверхности проводника, его можно рассматривать как систему точечных зарядов  $q_i$ . Тогда потенциальная энергия их взаимодействия будет равна:

$$W = \frac{1}{2} \sum q_i \varphi_i.$$

Но поскольку потенциалы всех точек поверхности заряженного проводника одинаковы и равны потенциалу проводника  $\varphi$ , то

$$W = \frac{1}{2} \varphi \sum q_i = \frac{1}{2} q \varphi.$$

С учетом понятия емкости проводника последнее равенство можно записать в разных формах:

$$W = \frac{1}{2} q \varphi = \frac{C \varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C}. \quad (2)$$

Любое из этих выражений дает энергию заряженного проводника.

Найдем энергию заряженного конденсатора. Пусть заряд на одной обкладке конденсатора  $q$  и потенциал обкладки  $\varphi_1$ ; заряд на другой обкладке будет  $-q$ , а ее потенциал  $\varphi_2$ . Энергия такой системы на основании формулы (1) будет равна:

$$W = \frac{1}{2} [q\varphi_1 + (-q)\varphi_2] = \frac{1}{2} q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2} qU.$$

Так как  $C = \frac{q}{U}$ , то

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

Как видно, эти формулы отличаются от формул (2) только заменой  $\phi$  на  $U$ .

Энергию заряженного конденсатора можно вычислить и через величины, характеризующие электростатическое поле в конденсаторе. Для плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}.$$

Следовательно,

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S (Ed)^2}{2d} = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2 V}{2},$$

где  $V = Sd$  — объем, занимаемый полем,

$E = \frac{U}{d}$  — напряженность поля.

Естественно, возникает вопрос: где же сосредоточена энергия заряженного конденсатора — на обкладках или в электрическом поле? В рамках электростатики на этот вопрос ответить нельзя, так как электростатические поля не могут существовать без создающих их зарядов. Однако электромагнитные поля могут существовать отдельно от возбудивших их движущихся зарядов и распространяются в пространстве в виде электромагнитных волн. Как известно, электромагнитные волны переносят энергию. Таким образом, энергия заряда или заряженного тела сосредоточена в электрическом поле. Если поле однородно, то энергия в нем распределяется равномерно, и ее плотность можно найти следующим образом:

$$w'_0 = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} = \frac{E \cdot D}{2} = \frac{D^2}{2\epsilon\epsilon_0}.$$

Полученные формулы для плотности энергии верны и для случая неоднородного поля.

## § 8.10. Диэлектрики. Поляризация диэлектриков. Вектор поляризации. Поле в диэлектрике

В диэлектриках, в отличие от проводников, нет свободных зарядов. Они связаны с атомами и молекулами диэлектрика. Вот почему их и называют связанными. Атомы и молекулы диэлектрика в целом электронейтральны, т.е. содержат одинаковое количество положительных и отрицательных зарядов. Но, тем не менее, они

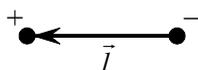


Рис. 8.10.1

обладают электрическими свойствами. В первом приближении атом или молекулу диэлектрика можно рассматривать как диполь. Дипольный момент молекулы можно записать так:  $p' = ql$ , где  $q$  — суммарный положительный заряд молекулы,  $l$  — расстояние между центрами масс суммарного положительного и суммарного отрицательного зарядов (рис. 8.10.1). В векторном виде  $\vec{p}' = q \cdot \vec{l}$ , где  $\vec{l}$  — плечо диполя.

*Различают два типа диэлектриков: полярные и неполярные.* У неполярных диэлектриков электроны в атомах и молекулах расположены симметрично относительно ядра. Это значит, что центры масс положительного и отрицательного зарядов совпадают, т.е.  $l = 0$ . Следовательно, дипольный момент такой молекулы  $p' = 0$ .

К неполярным диэлектрикам относятся, например,  $H_2$ ,  $N_2$ ,  $O_2$ . Если такой диэлектрик поместить в поле, то электронные оболочки молекул начинают деформироваться, что приводит к разделению центров масс положительного и отрицательного зарядов молекулы ( $l \neq 0$ ). Значит, у молекулы диэлектрика возникает индуцированный (наведенный) дипольный момент  $p'_i$ , величина которого, как показывает опыт, пропорциональна напряженности поля, т.е.  $p'_i = \alpha \varepsilon_0 E$ , где  $\alpha$  — поляризуемость молекулы. Из формулы видно, что с ростом  $E$  растет и плечо индуцированного диполя, т.е.  $l = f(E)$ . Это означает, что молекула неполярного диэлектрика ведет себя в электрическом поле как упругий диполь (т.е. диполь, в котором между зарядами действуют как бы упругие

силы). В отсутствие поля дипольный момент неполярного диэлектрика, естественно, равен нулю:

$$\vec{P}' = \sum \vec{p}'_i = 0, \text{ т.к. } \vec{p}'_i = 0.$$

У полярных диэлектриков центры масс положительного и отрицательного электричества в молекуле разделены, т.е. для полярных молекул  $l \neq 0$  в отсутствие поля. Примеры полярных диэлектриков:  $H_2O$ ,  $HCl$ ,  $CO$ . Хотя дипольные моменты полярных молекул не равны нулю, общий дипольный момент полярного диэлектрика в отсутствие поля ( $\vec{E} = 0$ ) равен нулю, т.е.  $\vec{P}' = \sum \vec{p}'_i = 0$ . Это обусловлено хаотичностью в расположении дипольных моментов молекул из-за теплового движения. Заметим, что для полярных молекул  $l \neq f(E)$  при не очень больших полях. Поэтому полярные молекулы подобны жестким диполям.

*При внесении диэлектрика во внешнее электростатическое поле происходит его поляризация, состоящая в том, что у диэлектрика появляется результирующий дипольный момент, отличный от нуля. В зависимости от строения молекул диэлектрика различают два типа поляризации: ориентационную и электронную.*

Ориентационная поляризация происходит в полярных диэлектриках и сводится к ориентации дипольных моментов молекул вдоль поля (рис.8.10.2). Это обусловлено тем, что на диполь в однородном электрическом поле действует пара сил, стремящаяся повернуть диполь вдоль поля (если поле неоднородное, то диполь поворачивается вдоль поля и вытягивается в область поля с большей напряженностью).

$$M = qEl \cdot \sin \alpha = p' \cdot E \sin(\vec{p}', \wedge \vec{E}).$$

Диполь будет поворачиваться так, чтобы направление вектора  $\vec{p}'$  совпадало с направлением вектора  $\vec{E}$ .

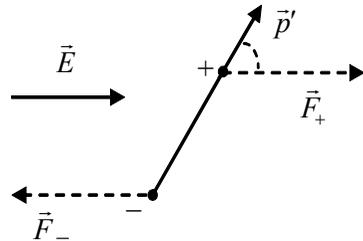


Рис. 8.10.2

Электронная поляризация происходит в неполярных диэлектриках. Она связана с деформацией электронных оболочек атомов и молекул в электрическом поле и с наведением у них

дипольных моментов, которые под действием внешнего поля ориентируются вдоль него.

Количественной мерой поляризации диэлектрика является вектор поляризации  $\vec{P}$ . Он равен дипольному моменту единичного объема диэлектрика, т.е.

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum \vec{p}'_i,$$

где  $\vec{p}'_i$  — дипольный момент  $i$ -той молекулы.

Для изотропных диэлектриков любого типа, как показывает теория и подтверждает опыт, вектор поляризации  $\vec{P} = k\epsilon_0\vec{E}$ , где  $\vec{E}$  — напряженность поля в диэлектрике,  $k$  — безразмерная величина, не зависящая от  $\vec{E}$  и называемая диэлектрической восприимчивостью диэлектрика.

Поместим диэлектрик правильной формы в однородное электрическое поле. Под действием поля происходит поляризация диэлектрика, в целом обусловленная смещением связанных зарядов в микроскопических объемах. В результате на поверхности диэлектрика появляются поляризационные заряды. Суммарный же заряд внутри диэлектрика будет равен нулю (рис. 8.10.3). Если  $\sigma'$  — поверхностная плотность поляризационных зарядов, а  $S$  — площадь основания диэлектрика, то поляризационный заряд  $q' = \sigma'S$ . Такой диэлектрик подобен большому диполю. Тогда

$$P' = q'L = \sigma'SL = \sigma'V,$$

где  $L$  — длина диэлектрика,  $V$  — его объем. Следовательно,

$$|\vec{P}| = \frac{P'}{V} = \sigma'.$$

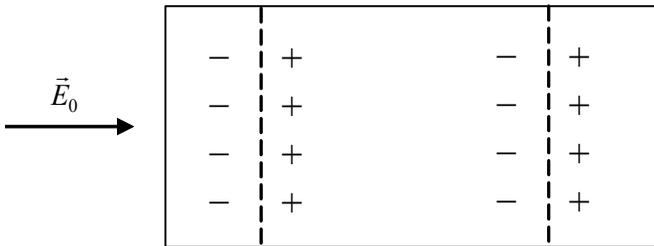


Рис. 8.10.3

Если напряженность поля  $\vec{E}_0$  не перпендикулярна основанию диэлектрика, то

$$\sigma' = P_n,$$

где  $P_n$  — нормальная составляющая вектора поляризации.

Пусть имеется плоский конденсатор, обкладки которого заряжены с поверхностной плотностью  $\sigma$ . Если конденсатор не заполнен диэлектриком, то напряженность поля в нем выразится соотношением  $E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ .

Внесем в зазор между обкладками проводник в виде металлической пластинки (рис. 8.10.4). В результате электризации на верхней и нижней стороне пластинки появятся заряды, а поле внутри пластинки будет равно нулю (внешнее поле полностью компенсируется индуцированным полем). Значит, поверхностная плотность индуцированных зарядов  $\sigma'$  на пластинке равна поверхностной плотности заряда  $\sigma$  на обкладках конденсатора, т.е.  $\sigma' = \sigma$ . Поле в зазоре между пластинкой и обкладкой конденсатора останется при этом неизменным и равным  $\sigma/\epsilon_0$ .

Пусть в конденсатор вставлена пластинка из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  (рис. 8.10.5). На поверхности диэлектрика в результате поляризации появятся поляризационные заряды. Это связанные заряды. Однако в этом случае поверхностная плотность зарядов  $\sigma'$  будет меньше плотности  $\sigma$  свободных зарядов на обкладках конденсатора. Это значит, что не все поле  $E_0$  компенсируется полем  $E'$ , т.е. внутри диэлектрика будет

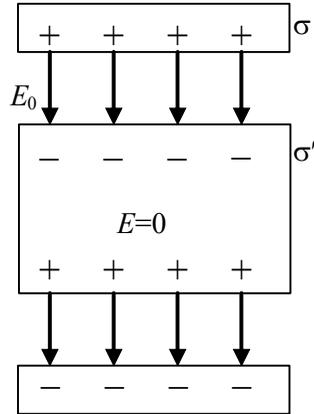


Рис. 8.10.4

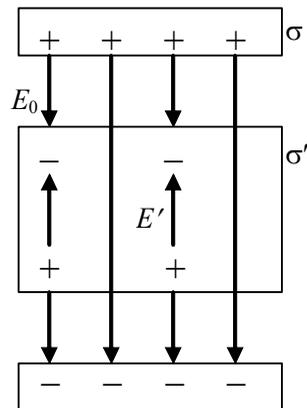


Рис. 8.10.5

поле  $E = E_0 - E'$ . Поскольку электрическое смещение не зависит от свойств среды, то

$$D = \varepsilon_0 E_0 = \varepsilon \varepsilon_0 E \rightarrow E = \frac{E_0}{\varepsilon}, \text{ т.е.}$$

напряженность поля внутри диэлектрика в  $\varepsilon$  раз меньше напряженности поля в вакууме. Найдем связь  $\varepsilon$  с поляризуемостью диэлектрика.

Так как

$$E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{P}{\varepsilon_0} = \frac{k\varepsilon_0 E}{\varepsilon_0} = kE,$$

то  $E = E_0 - kE$ , т.е.

$$E = \frac{E_0}{1+k} \rightarrow \varepsilon = 1+k.$$

Установим связь между  $\vec{D}$  и  $\vec{P}$ :

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} = (1+k)\varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + k\varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

## § 8.11. Дивергенция вектора $\vec{D}$ . Уравнение Пуассона

Согласно теореме Остроградского—Гаусса поток вектора индукции электростатического поля через замкнутую поверхность  $\Phi_D = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^n q_i$ . Соответственно, поток вектора напряженности

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon \varepsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i \quad (1)$$

это интегральная форма данной теоремы.

Рассмотрим дифференциальную форму этой теоремы. Пусть электростатическое поле создается непрерывно распределённым зарядом с объёмной плотностью  $\rho$ . Выделим в поле произвольную точку  $A$  и возьмём около неё малую замкнутую поверхность  $\Delta S$ , ограничивающую объём  $\Delta V$ . Поток индукции (напряжённости) через эту поверхность разделим на объём  $\Delta V$  и перейдём к пределу при  $\Delta V \rightarrow 0$ , т.е. когда поверхность  $\Delta S$  стягивается к точке  $A$ . Этот предел называется дивергенцией вектора  $\vec{D}$  ( $\vec{E}$ ).

Таким образом,  $\operatorname{div} \vec{D} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV} = \rho$ ;

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0} \quad (2)$$

это дифференциальная форма теоремы Остроградского—Гаусса. В прямоугольной системе координат

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \quad (3)$$

Смысл дивергенции состоит в том, что она характеризует расходимость или сходимость линий поля в данной точке. Если дивергенция поля в точке А положительна ( $q > 0$ ), то точка А называется источником поля (рис. 8.11.1а). При отрицательной дивергенции ( $q < 0$ ) т. А называется стоком поля (рис. 8.11.1 б)



Рис. 8.11.1

Поэтому часто говорят, что дивергенция характеризует интенсивность (обильность) источников и стоков поля. В прямоугольной (декартовой) системе координат

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cdot \vec{k}\right) = -\overrightarrow{\operatorname{grad}} \varphi \quad (4)$$

Следовательно,

$$\operatorname{div} \vec{E} = -\operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{grad}} \varphi) = \frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0} \quad (5)$$

Уравнение (5) называется уравнением Пуассона. На основании соотношений (3), (4), (5) получим:

$$\operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{grad}} \varphi) = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \Delta \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0} \quad (6)$$

где  $\Delta$  — оператор Лапласа. В таком виде уравнение Пуассона используется для расчета электростатических полей и считается основным дифференциальным уравнением электростатики.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое электризация? Какие тела называются наэлектризованными?
2. Что такое элементарный заряд? Чему он равен?
3. Сформулируйте закон сохранения электрического заряда.
4. Запишите в СИ закон Кулона.
5. В чем состоит принцип независимого взаимодействия зарядов?
6. Что такое напряженность электростатического поля? Чему она равна от точечного заряда? Как направлен вектор  $\vec{E}$ ?
7. В чем состоит принцип суперпозиции полей?
8. Какая линия называется силовой или линией напряженности?
9. Как связаны между собой индукция и напряженность электростатического поля?
10. Дайте понятие потока индукции (напряженности) электростатического поля.
11. Сформулируйте теорему Остроградского—Гаусса. Приведите примеры ее использования для расчета полей.
12. Чему равна работа перемещения заряда в электростатическом поле?
13. В чем состоит потенциальность электростатического поля?
14. Что такое потенциал? Как вычислить потенциал поля точечного заряда и системы зарядов?
15. Как связаны между собой напряженность и потенциал электростатического поля? (Покажите на примерах).
16. По какому признаку все вещества делятся на проводники, полупроводники и диэлектрики?
17. Что представляет собой поверхность заряженного проводника? Одинакова ли будет поверхностная плотность зарядов на эквипотенциальной поверхности?
18. Что такое емкость? В каких единицах в СИ она измеряется?
19. Что представляет собой конденсатор? Вспомните формулы емкости плоского и сферического конденсаторов.
20. Какие способы соединения конденсаторов Вы знаете? Как при этом вычислить емкость батареи конденсаторов?

21. Чему равна потенциальная энергия системы зарядов, заряженного проводника и конденсатора?
22. Чему равна объемная плотность энергии электростатического поля?
23. Что такое диэлектрик? Назовите типы диэлектриков.
24. Что означает поляризация диэлектрика? В чем она состоит для полярных и неполярных диэлектриков?
25. Как найти напряженность поля в диэлектрике с макроскопической точки зрения и с точки зрения поляризации?

## Глава 9

### ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

#### § 9.1. Постоянный электрический ток. Сила и плотность тока

Пусть имеется положительно заряженное тело с потенциалом  $\varphi_1 > 0$  и отрицательно заряженное тело с потенциалом  $\varphi_2 < 0$ . Если эти тела соединить с помощью проводника, то по проводнику будут перемещаться положительные заряды в сторону уменьшения потенциала и отрицательные — в сторону увеличения потенциала.

*Упорядоченное движение электрических зарядов называется электрическим током. За направление тока принято направление движения положительных зарядов.* Как только потенциалы тел будут равны, ток по проводнику, их соединяющему, прекратится. Чтобы ток в проводнике существовал длительное время, надо на его концах поддерживать разность потенциалов, т.е. напряжение  $U = \varphi_1 - \varphi_2$ .

*Приспособления для поддержания тока в цепи называются источниками тока или источниками напряжения.*

*Любой источник тока, какой бы конструкции он ни был, действует на основе общего принципа — перехода какого-либо вида энергии в электрическую (энергию электрического поля).* Прохождение тока по проводникам связано с рядом сопровождающих его действий: тепловых, химических, магнитных. *Ток в проводниках*

называется током проводимости. Он обусловлен упорядоченным движением электронов и ионов.

Ток, связанный с движением макроскопических заряженных тел, называется конвекционным током.

Следует заметить, что при движении зарядов по проводнику нарушается их равновесное распределение: поверхность проводника уже не является эквипотенциальной, силовые линии поля не перпендикулярны к ней и поле внутри проводника не равно нулю (рис. 9.1.1).

Физическая величина, равная заряду, переносимому через данную площадку  $S$  в единицу времени, называется силой тока:

$$i = \frac{dq}{dt}, [i] = 1 \text{ А (ампер)}.$$

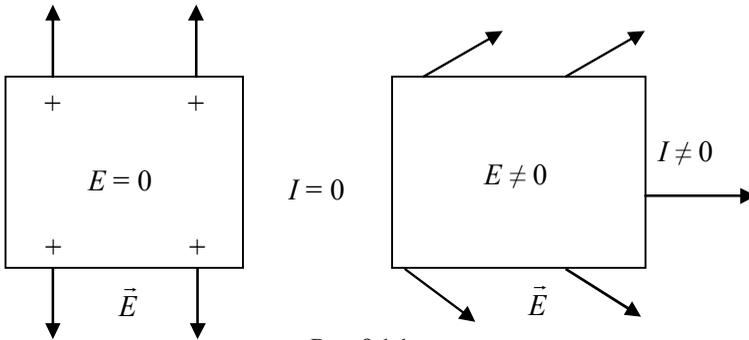


Рис. 9.1.1

Если ток остается неизменным по величине и направлению, то он называется постоянным. Для постоянного тока

$$I = \frac{q}{t}.$$

Для измерения силы тока используются амперметры (миллиамперметры, микроамперметры, гальванометры). Эти приборы включаются в цепь последовательно и, чтобы не вносить заметного влияния, обладают малым сопротивлением. Поскольку в общем случае сила тока в разных участках площадки  $S$  может быть разной, более точной характеристикой является плотность тока.

$$j = \frac{di}{dS_n},$$

где  $dS_n$  — элементарная площадка, перпендикулярная скорости движения зарядов. *Плотность тока* — вектор, сонаправленный с вектором скорости положительных зарядов.

$$[j] = \frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$$

Если плотность тока по всей площадке одинакова, то

$$j = \frac{i}{S_n}.$$

Если рассматривать поперечное сечение проводника (что и важно для практики), то  $dS_n = dS$ , а  $i = \int_S j dS$ . Для постоянного

тока  $I = jS$ , поскольку  $j$  в этом случае одинакова по всему поперечному сечению однородного проводника. Заметим, что сила постоянного тока в любом сечении проводника одна и та же. Это следует из закона сохранения электрического заряда.

## § 9.2. Закон Ома для однородного участка цепи.

### Сопrotивление проводников. Соединение сопротивлений

В 1827 г. немецкий физик Г.Ом экспериментально установил закон, согласно которому *сила тока в однородном проводнике прямо пропорциональна напряжению на концах проводника и обратно пропорциональна его сопротивлению*, т.е.

$$I = \frac{U}{R},$$

где  $U$  — напряжение (в данном случае разность потенциалов) на концах проводника,  $R$  — электрическое сопротивление проводника.

$$[R] = \frac{[U]}{[I]} = \frac{1 \text{ В}}{1 \text{ А}} = 1 \text{ Ом} —$$

единица измерения сопротивления в СИ.

Величина  $G = \frac{1}{R}$  называется электрической проводимостью.

$$[G] = \frac{1}{\text{Ом}} = 1 \text{ См (сименс)} —$$

единица измерения проводимости в СИ.

Сопротивление проводника зависит от формы и размеров проводника, от материала, из которого он сделан, и от температуры.

Для однородного проводника с постоянным поперечным сечением

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где  $l$  — длина проводника,

$S$  — площадь его поперечного сечения,

$\rho$  — удельное электрическое сопротивление вещества.

Если  $l = 1 \text{ м}$ ,  $S = 1 \text{ м}^2$ , то  $R$  численно равно  $\rho$ . Таким образом, в СИ удельное сопротивление есть сопротивление проводника длиной 1 м и площадью поперечного сечения 1 м<sup>2</sup>.

$$[\rho] = \frac{[R] \cdot [S]}{[l]} = 1 \frac{\text{Ом} \cdot \text{м}^2}{\text{м}} = 1 \text{ Ом} \cdot \text{м} —$$

единица измерения удельного сопротивления в СИ.

Величина  $\gamma = \frac{1}{\rho}$  называется удельной электрической проводимостью:

$$[\gamma] = \frac{1}{[\rho]} = \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}.$$

Ранее было указано, что удельное сопротивление металлов лежит в пределах  $10^{-8} — 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ . Ниже приведены значения  $\rho$  для некоторых из них.

**Удельное сопротивление проводников (при 0 °С), мкОм·м**

Алюминий	0,025	Нихром	100
Графит	0,039	Олово	0,115
Железо	0,087	Ртуть	0,94
Медь	0,017	Свинец	0,22
Молибден	0,057	Серебро	0,016
Никель	0,100	Сталь	0,10

Опыт показывает, что *удельное сопротивление металлов с ростом температуры увеличивается*. Для небольших интервалов температур изменение сопротивления описывается линейным законом  $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$ , где  $\rho_0$  — удельное сопротивление при  $0^\circ\text{C}$ ,  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления. Для всех чистых металлов  $\alpha \approx \frac{1}{273} = 0,004 \text{ град}^{-1}$ . Некоторые сплавы имеют очень малое значение  $\alpha$ . Для константана, например,  $\alpha \approx 10^{-5} \text{ град}^{-1}$ . Такие металлы используются для изготовления эталонов сопротивления. Зависимость сопротивления металлов от температуры используется для изготовления термометров сопротивления. В простейшем виде это намотанная на слюдяную пластинку тонкая проволока, сопротивление которой хорошо известно при разных температурах.

При низких температурах линейный закон зависимости сопротивления от температуры нарушается. В большинстве случаев зависимость  $\rho$  от  $T$  описывается кривой 1 (рис. 9.2.1).

Величина остаточного сопротивления  $\rho_{\text{ост}}$  зависит от чистоты материала и механических напряжений в нем.

Для многих металлов и сплавов при низких температурах, порядка 1—8 К, сопротивление резко уменьшается и становится практически равным нулю (кривая 2 на рис. 9.2.1). Это явление было открыто в 1911 г. голландским физиком Х.Камерлинг-Оннесом и названо сверхпроводимостью. Теоретическое объяснение сверхпроводимости было дано в 60-х гг. XX в. (в 80-х гг. XX в. открыто явление высокотемпературной сверхпроводимости).

Для электролитов и полупроводников  $\alpha < 0$ , т.е. их сопротивление с ростом температуры уменьшается.

Используя закон Ома для однородного участка цепи, можно получить формулы для нахождения общего сопротивления при последовательном и параллельном соединении сопротивлений.

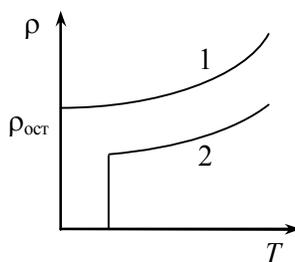


Рис. 9.2.1

При последовательном соединении (рис. 9.2.2а) общее сопротивление

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U_1 + U_2 + U_3}{I} = \frac{I(R_1 + R_2 + R_3)}{I} = R_1 + R_2 + R_3, \text{ т.е.}$$

$$R = \sum_{i=1}^n R_i .$$

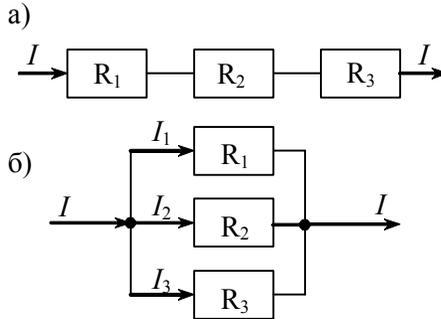


Рис. 9.2.2

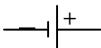
При параллельном соединении

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_1 + I_2 + I_3} = \frac{U}{\frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}, \text{ т.е.}$$

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} .$$

### § 9.3. Источники тока. ЭДС. Закон Ома для замкнутой цепи

Как уже отмечалось, в любом источнике тока происходит превращение какого-либо вида энергии в энергию электрического поля. Любой источник тока имеет два полюса, к которым подключаются потребители. Полюс с более высоким потенциалом называется положительным, а с более низким — отрицательным. Между полюсами источника существует разность потенциалов (напряжение).

Условное обозначение источников на схемах: 

Любой источник обладает внутренним сопротивлением.

Пусть имеется источник тока, не замкнутый на внешнее сопротивление (цепь разомкнута). Потенциал положительного полюса  $\varphi_+$ , отрицательного  $\varphi_-$ . Тогда напряжение на полюсах источника

$$U = \varphi_+ - \varphi_- .$$

Это же напряжение приложено и к внутреннему сопротивлению. Под действием электрического поля заряды должны были бы прийти в движение по направлению к разноименным полюсам. Это быстро привело бы к выравниванию потенциалов полюсов, и источник, как таковой, прекратил бы свое существование. Практика же показывает, что внутри разомкнутого источника тока нет, и источник сохраняет свою работоспособность длительное время. Объясняется это тем, что *внутри источника кроме электрических (кулоновских) сил действуют сторонние силы, направленные против первых*. Напряжение электрического поля полностью компенсируется напряжением поля сторонних сил или электродвижущей силой (ЭДС). Таким образом, ЭДС  $\mathcal{E}$  — это напряжение поля сторонних сил. На рисунке 9.3.1  $\mathcal{E}$  и  $U$  условно показаны стрелками ( $\mathcal{E}$  и  $U$  — величины скалярные).  $\mathcal{E}$ , как и  $U$ , измеряется в вольтах. Следовательно, ЭДС источника равна напряжению на полюсах разомкнутого источника.

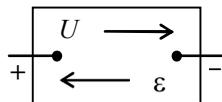


Рис. 9.3.1

Составим из источника тока и внешнего сопротивления  $R$  замкнутую цепь (рис. 9.3.2). Электрическое напряжение  $U = \varphi_+ - \varphi_-$  действует как на внешнем ( $R$ ), так и на внутреннем ( $r$ ) сопротивлениях. Под действием сил электрического поля во внешней цепи возникает ток; в частности, положительные заряды придут в упорядоченное движение от положительного полюса к отрицательному. Но для того чтобы источник действовал, положительные заряды, пришедшие на отрицательный полюс, необходимо

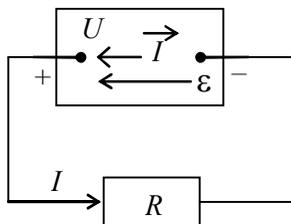


Рис. 9.3.2

вернуть на положительный полюс. Кулоновские силы сделать это не могут. Более того, они препятствуют переносу положительных зарядов с отрицательного полюса на положительный внутри источника. Этот перенос осуществляют сторонние силы. И если *при разомкнутой цепи*  $\mathcal{E}$  источника компенсирует напряжение  $U$  на его полюсах, то в замкнутой цепи ЭДС, кроме этого, еще и обеспечивает ток  $I$  внутри источника от отрицательного полюса к положительному. Значит, в этом случае  $\mathcal{E} > U$ . Поэтому ток внутри источника определяется выражением  $I = \frac{\mathcal{E} - U}{r}$ , ток во внешней цепи — выражением  $I = \frac{U}{R}$ .

Исключив из двух последних уравнений  $U$ , получим:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \text{ — это и есть закон Ома для замкнутой цепи.}$$

Из последнего равенства имеем:

$$\mathcal{E} = IR + Ir = U_{\text{вн}} + U_{\text{вн}},$$

т.е. ЭДС источника равна сумме напряжений на внешней и внутренней частях замкнутой цепи. Так как  $A_{1-2} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU_{1-2}$ , то величина  $IR$  численно равна работе по перемещению единичного положительного заряда по внешней цепи, а величина  $Ir$  — работе по перемещению единичного положительного заряда по внутренней части цепи. Таким образом, ЭДС источника измеряется работой по перемещению единичного положительного заряда по всей замкнутой цепи. Поскольку  $A_{1-2-1} = q_0 \oint E_1 dl = q_0 \mathcal{E}$ , то  $\mathcal{E} = \oint E_1 dl$  — циркуляции вектора напряженности по замкнутому контуру.

#### § 9.4. Закон Ома в дифференциальной и обобщенной формах

Формула  $I = \frac{U}{R}$  выражает закон Ома для однородного участка цепи в интегральной форме. Найдем связь между плотностью тока в данной точке проводника и напряженностью поля в этой точке. Выделим мысленно в окрестности выбранной точки элементарный цилиндрический объем, длина которого равна  $dl$ ,

площадь сечения —  $dS$ , а образующие параллельны вектору  $\vec{E}$ . Пусть плотность тока в этом сечении равна  $j$ . Вектор  $\vec{j}$  параллелен вектору  $\vec{E}$ . Тогда:

$$I = jdS \text{ — ток через площадку } dS,$$

$$U = Edl \text{ — напряжение на концах цилиндра,}$$

$$R = \rho \frac{dl}{dS} \text{ — сопротивление цилиндра.}$$

Следовательно,

$$jdS = \frac{Edl}{\rho \frac{dl}{dS}}, \text{ или } j = \frac{1}{\rho} E = \gamma E.$$

В векторной форме последнее уравнение запишется так:  $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ . Две последние формулы и выражают закон Ома в дифференциальной форме.

Пусть дан неоднородный участок цепи, т.е. участок цепи, на котором кроме кулоновских сил действуют и сторонние силы (рис. 9.4.1).

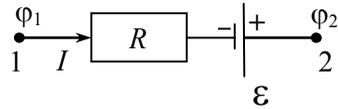


Рис. 9.4.1

Пусть из точки 1 в точку 2 переносится заряд  $q$ . Работа  $A_{1-2}$  по перемещению этого заряда будет равна сумме работ кулоновских и сторонних сил, т.е.

$$A_{1-2} = A_{кул} + A_{стор};$$

$$A_{кул} = q(\varphi_1 - \varphi_2); \quad A_{стор} = q\mathcal{E}_{1-2};$$

$$A_{1-2} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q\mathcal{E}_{1-2}.$$

Напряжением  $U_{1-2}$  на участке цепи называется физическая величина, численно равная работе кулоновских и сторонних сил по перемещению вдоль этого участка единичного положительного заряда. Следовательно,

$$U_{1-2} = \frac{A_{1-2}}{q} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{1-2}.$$

Это наиболее полное и наиболее общее понятие напряжения.

Для тока  $I$  на этом участке получим

$$I = \frac{U_{1-2}}{R_{1-2}} = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{1-2}}{R_{1-2}},$$

где  $R_{1-2}$  — суммарное сопротивление всей цепи между точками 1 и 2. Эта формула выражает закон Ома в обобщенной форме (обобщенный закон Ома).

Следует заметить, что  $\mathcal{E}$ , как и сила тока  $I$ , есть величина алгебраическая. ЭДС берется со знаком «плюс» ( $\mathcal{E} > 0$ ), если она способствует движению положительных зарядов (току) в выбранном направлении, и со знаком «минус» ( $\mathcal{E} < 0$ ), если она препятствует току в выбранном направлении:

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{1-2}}{R + r}; \quad I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) - \mathcal{E}_{1-2}}{R + r}.$$

### § 9.5. Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа

Цепь называется разветвленной, если в ней имеются такие точки, в которых сходятся (расходятся) более двух проводников. Эти точки называются узлами. Расчет разветвленных цепей постоянного тока значительно упрощается, если воспользоваться правилами Кирхгофа. Первое правило вытекает из закона сохранения электрического заряда и выражает тот факт, что в случае установившегося постоянного тока ни в одной точке проводника не должны накапливаться электрические заряды. Если токи, текущие к узлу, считать с одним знаком (скажем, с плюсом), а токи, вытекающие из узла, считать с другим знаком (скажем, с минусом), то первое правило Кирхгофа можно сформулировать так: **алгебраическая сумма токов в узле равна нулю**. Для узла А (рис. 9.5.1):

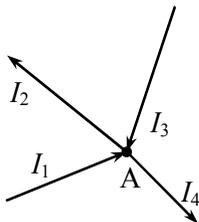


Рис. 9.5.1

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0.$$

В общем случае  $\sum_{k=1}^n I_k = 0$ ,

где  $n$  — число проводников, сходящихся в узле,  $I_k$  — токи в них.

Второе правило Кирхгофа является обобщением закона Ома для неоднородного участка цепи на разветвление цепи. Оно, как и закон

Она в обобщенной форме, выражает закон сохранения и превращения энергии и состоит в следующем: **в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма напряжений на всех сопротивлениях равна алгебраической сумме ЭДС**, т.е.

$$\sum I_k R_k = \sum \varepsilon_i$$

Порядок действий при составлении уравнения, выражающего второе правило Кирхгофа, обычно такой:

- 1) на схеме произвольно указывают стрелками направление токов на каждом участке;
- 2) задают (произвольно) направление обхода контура;
- 3) токи, направление которых совпадает с направлением обхода, считают положительными; токи, направленные против обхода, — отрицательными;
- 4) ЭДС берут со знаком «плюс», если она повышает потенциал (способствует току) в направлении обхода, т.е. ЭДС будет положительной, если при обходе придется «идти» от «минуса» к «плюсу» внутри источника.

Рассмотрим контур, изображенный на рисунке 9.5.2. На основании вышеизложенного второе правило Кирхгофа для него запишется следующим образом:

$$-I_1 R_1 - I_1 r_1 - I_2 R_2 - I_2 r_2 + I_3 R_3 + I_3 r_3 = -\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3.$$

При расчете электрических цепей постоянного тока с помощью правил Кирхгофа необходимо придерживаться следующих указаний:

1. Число независимых уравнений, составленных по первому правилу Кирхгофа, всегда на единицу меньше числа узлов.

2. В разветвленной цепи, состоящей из  $m$  узлов и  $k$  участков, имеется  $(k - m + 1)$  независимых уравнений второго правила Кирхгофа. При их составлении необходимо, чтобы каждый новый контур содержал хотя бы один участок цепи, не входящий в уже рассмотренные контуры.

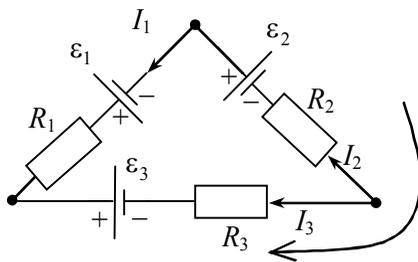


Рис. 9.5.2

3. Число независимых уравнений должно равняться числу искомых величин.

4. Если при расчете ток окажется со знаком «минус», то необходимо сменить его направление.

5. Если со знаком «минус» окажется сопротивление, то это тоже свидетельствует о неправильном выборе направления тока. Однако в этом случае неверным будет и числовое значение сопротивления. Для его нахождения надо изменить на чертеже направление тока, составить новую систему уравнений и решить ее.

### § 9.6. Работа и мощность постоянного тока. Закон Джоуля—Ленца

*Если по проводнику идет электрический ток, т.е. перемещаются заряды, то силы поля совершают работу. Это и есть работа электрического тока.* При переносе заряда поле совершает работу

$$dA = dq \cdot u = idt \cdot u,$$

где  $i$  и  $u$  — мгновенные значения силы тока и напряжения на данном участке.

Используя закон Ома, последнюю формулу можно записать в разных формах:

$$dA = iudt = i^2 R dt = \frac{u^2}{R} dt.$$

Чтобы найти всю работу за время  $t$ , надо данные выражения проинтегрировать по времени, т.е.

$$A = \int_t dA.$$

И если ток постоянный, то

$$A = IUt = I^2 Rt = \frac{U^2}{R} t.$$

*Работа, совершаемая в единицу времени, называется мощностью.* Следовательно,

$$P = \frac{dA}{dt} = iu = i^2 R = \frac{u^2}{R}.$$

Для постоянного тока

$$P = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Работа тока в СИ измеряется в джоулях:

$$[A] = 1 \text{ А} \cdot 1 \text{ В} \cdot 1 \text{ с} = 1 \text{ Дж}.$$

Мощность измеряется в ваттах:

$$[P] = \frac{[A]}{[t]} = \frac{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ В} \cdot 1 \text{ с}}{1 \text{ с}} = 1 \text{ А} \cdot 1 \text{ В} = 1 \text{ Вт}.$$

Если ток проходит по неподвижному проводнику первого рода, то вся работа тока переходит в тепло, т.е.

$$Q = IUt = I^2 Rt = \frac{U^2}{R} t.$$

Это соотношение было установлено экспериментально Дж.Джоулем (1841 г.) и, независимо от него, Э.Х.Ленцем (1842 г.) и носит название закона Джоуля—Ленца.

Если в цепи имеется электродвигатель, то за счет работы тока  $A = IUt$  совершается механическая работа  $A_{\text{мех}}$  и происходит нагревание проводов.

$$A_{\text{мех}} = IUt - I^2 Rt,$$

где  $R$  — сопротивление обмотки и проводов.

Если ток проходит через электролит, то часть работы тока расходуется на химические превращения в электролите, другая — выделяется в виде тепла.

Найдем количество тепла, выделяющееся в единичном объеме проводника в единицу времени (иногда эту величину называют удельной тепловой мощностью тока). Выделим небольшой объем проводника длиной  $dl$  и площадью сечения  $ds$ . Тогда

$$dQ = I^2 R dt = (j dS)^2 \rho \frac{dl}{dS} dt = j^2 \rho dV dt = \gamma^2 E^2 \frac{1}{\gamma} dV dt = \gamma E^2 dV dt.$$

Следовательно,

$$P_{\text{вд}} = \frac{dQ}{dV dt} = \gamma E^2 = jE.$$

Эта формула выражает закон Джоуля—Ленца в дифференциальной форме.

## § 9.7. Природа электрического тока в металлах. Основные положения классической теории электропроводности металлов, ее успехи и трудности

Рассматривая проводники из металлов, мы полагаем, что их электропроводность обусловлена движением свободных электронов. Это было подтверждено экспериментально в начале XX в. Одним из первых опытов в этом направлении был опыт Э.Рикке (1901 г.). Суть его (рис. 9.7.1) состояла в том, что по трем последовательно соединенным цилиндрическим проводникам — медному, алюминиевому и медному — в течение длительного времени (более года) пропускался электрический ток. Перенесенный заряд по проводникам составил  $3,5 \cdot 10^6$  Кл. Но никакого переноса вещества (меди или алюминия) обнаружено не было.

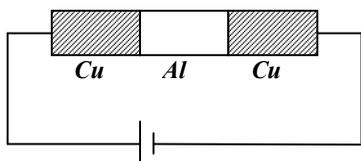


Рис. 9.7.1

Из этого опыта следовало, что электропроводность металлов обусловлена перемещением таких частиц, которые являются общими для всех металлов. Возможно, это электроны. Если в металлах есть свободные электроны, то при резком торможении и остановке движущегося металлического проводника они должны продолжать свое движение по инерции до тех пор, пока взаимодействие с ионами решетки не остановит их. Поэтому в замкнутой цепи в момент остановки движущегося проводника должен возникнуть электрический ток, который можно измерить гальванометром. Это действительно наблюдалось на опыте. Кроме того, по направлению тока в гальванометре можно определить знак носителей заряда, а с помощью несложных вычислений найти для них и удельный заряд, т.е.  $q/m$ .

В результате исследований эти характеристики были определены. Оказалось, что переносят заряд в металлах отрицательно заряженные частицы. Их удельный заряд, в пределах точности опыта, для всех металлов оказался одинаковым:

для *Cu* —  $1,60 \cdot 10^{11}$  Кл/кг;

для *Al* —  $1,54 \cdot 10^{11}$  Кл/кг;

для *Ag* —  $1,49 \cdot 10^{11}$  Кл/кг.

Эти результаты хорошо совпадают с величиной удельного заряда для электронов, измеренного по их отклонению в электрическом и магнитном полях ( $e/m = -1,7 \cdot 10^{11}$  Кл/кг).

*На основе всех опытов и был сделан вывод, что электрический ток в металлах обусловлен упорядоченным движением свободных (валентных) электронов — электронов проводимости, которые слабо связаны с ядрами атомов, могут легко переходить от атома к атому, т.е. являются как бы «обобществленными». Они равномерно распределены по всей кристаллической решетке металла, в узлах которой колеблются положительные ионы. Электроны проводимости участвуют в хаотическом тепловом движении, аналогичном тепловому движению атомов газа. При наложении поля они приходят в упорядоченное движение, обуславливая тем самым электрический ток.*

Электронная теория проводимости металлов была впервые разработана П.Друде (1900 г.), а в дальнейшем развита и усовершенствована Г.Лоренцем. Основные ее положения можно сформулировать следующим образом:

*1. Свободные электроны в металлах можно рассматривать как электронный газ, аналогичный по своим свойствам одноатомному идеальному газу.*

*2. Под действием внешнего электрического поля в металле возникает упорядоченное движение электронов проводимости, т.е. электрический ток.*

*3. При своем движении электроны проводимости «сталкиваются» с ионами кристаллической решетки металла. Этим и объясняется электрическое сопротивление.*

Расстояние, проходимое электроном от одного узла решетки до другого, можно считать длиной свободного пробега  $\lambda$ , т.е.  $\lambda = d$  — расстоянию между узлами кристаллической решетки.

На основе классической теории электропроводности оказалось возможным теоретически вывести экспериментально установленные законы Ома, Джоуля—Ленца, Видемана—Франца. Это были ее успехи. Однако классическая теория электропроводности встретила ряд непреодолимых трудностей. Например, опыт показывает, что удельное сопротивление металлов  $\rho \sim T$ . Из теории же следует, что  $\rho \sim \sqrt{T}$ , т.е. классическая электронная теория

не объясняла зависимости удельного сопротивления от температуры. Еще бóльшие затруднения возникли при подсчете теплоемкости металлов. Молярная теплоемкость металлов должна складываться из теплоемкости ионной кристаллической решетки  $C_{\mu 1} = 3R$  Дж/моль·К и теплоемкости электронного газа

$$C_{\mu 2} = \frac{3}{2} R \text{ Дж/моль}\cdot\text{К}.$$

Таким образом,

$$C_{\mu} = 4,5R \text{ Дж/моль}\cdot\text{К}.$$

Опыт же для всех металлов дает значение  $C_{\mu}$ , близкое к  $3R$  Дж/моль·К (т.е. по непонятным причинам электронный газ в металле не вносил вклада в теплоемкость металла). Кроме того, для совпадения теоретического значения  $\rho$  с экспериментальным приходилось полагать, что  $\langle \lambda \rangle \approx 100d$ .

Все эти трудности свидетельствовали о приближенном характере классической электронной теории электропроводности. Преодолены они были квантовой теорией металлов.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое электрический ток? Что такое сила тока? Какой ток называется постоянным?
2. Что такое плотность тока? Как по плотности тока в общем случае вычислить ток через данное сечение?
3. Запишите закон Ома для однородного участка цепи. Что такое сопротивление и удельное сопротивление? Как они зависят для металлов от температуры?
4. Выведите формулы для расчета сопротивления батарей при последовательном и параллельном соединении сопротивлений.
5. Что такое ЭДС? Чему равна ЭДС разомкнутой и замкнутой цепи?
6. Запишите закон Ома для неоднородного участка цепи.
7. Запишите закон Ома в дифференциальной форме.
8. Сформулируйте правила Кирхгофа и поясните их на конкретном примере.
9. Запишите закон Джоуля–Ленца в интегральной и дифференциальной формах.
10. Сформулируйте основные положения классической теории электропроводности металлов. Охарактеризуйте ее успехи и трудности.

## Глава 10

### МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА

#### § 10.1. Магнитное поле тока. Силовые линии. Индукция и напряженность магнитного поля

Свойство некоторых тел притягивать другие тела было известно с глубокой древности. Тела, обладающие этим свойством, стали называть магнитами. Давно было известно свойство свободного магнита устанавливаться на Земле в определенном направлении. В Китае, например, уже во II в. до н.э. использовали это свойство во время путешествий. Первое опытное исследование магнита было проведено в XIII в. (Франция), в результате которого было установлено наличие у магнита двух полюсов, отталкивание одноименных и притяжение разноименных полюсов. В 1600 г. У.Гильберт выдвинул гипотезу о том, что Земля представляет собой гигантский магнит: этим и обусловлена возможность определения направления с помощью компаса.

Что касается природы магнетизма, то она оставалась неясной до XIX в., а электрические и магнитные явления рассматривались независимо друг от друга, зачастую даже противопоставлялись. И только в 1820 г. датский физик Х.Эрстед открыл действие электрического тока на магнитную стрелку. Пространство, в котором на магнитную стрелку действуют силы, получило название магнитного поля. Значит, около проводника с током существует магнитное поле. Именно такой вывод впервые сделал Эрстед. В 1820 г. был установлен закон Био—Савара—Лапласа, который позволял вычислять напряженность магнитного поля проводника с током. В этом же году А.Ампер установил закон взаимодействия параллельных токов, дал формулу для силы действия магнитного поля на проводник с током. Так формировалась электродинамика. Благодаря М.Фарадею, установившему в 1831 г. закон электромагнитной индукции, в физику входило понятие поля. В 60-х годах XIX в. Д.Максвелл обобщил учение Фарадея об электрическом и магнитном полях, создав теорию электромагнитного поля, и установил электромагнитную природу света.

Электрическое и магнитное поля стали частными случаями единого электромагнитного поля. Экспериментально теория Максвелла была подтверждена в 1888 г. Г.Герцем в результате открытия электромагнитных волн.

Опыты показали, что магнитное поле создают только движущиеся заряды и что магнитное поле взаимодействует только с движущимися электрическими зарядами. Подобно тому, как в электростатике для исследования электростатического поля используют пробный заряд, для исследования магнитного поля используют маленькие магнитные стрелки (маленькие свободные магниты). Графически магнитное поле изображают с помощью силовых линий.

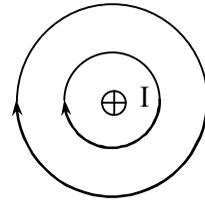


Рис. 10.1.1

Силовая линия магнитного поля — это такая линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением силы, действующей на северный конец магнитной стрелки. Силовые линии магнитного поля проводника с током представляют, например, concentric окружности, расположенные в плоскости, перпендикулярной проводнику. Центры окружностей лежат на оси проводника. Направление силовых линий определяется по правилу буравчика (рис. 10.1.1).

Для кругового тока силовые линии магнитного поля показаны на рисунке 10.1.2. В этом случае можно пользоваться обращенным правилом буравчика: направление силовых линий внутри контура совпадает с поступательным движением буравчика, если его вращение происходит по направлению кругового тока.

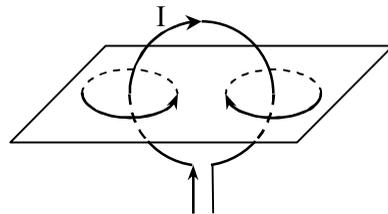


Рис. 10.1.2

На рисунке 10.1.3 изображены: а) магнитное поле между северным ( $N$ ) и южным ( $S$ ) полюсами магнита; б) магнитное поле прямого магнита; в) магнитное поле соленоида — катушки с током. Из последнего рисунка видно, что катушка с током по своим магнитным свойствам аналогична постоянному магниту. Следует заметить, что силовые линии магнитного поля не могут

обрываться ни в каких точках поля: они замкнуты. Магнитное поле является вихревым. Напомним, что электростатическое поле является потенциальным — силовые линии его не замкнуты: они

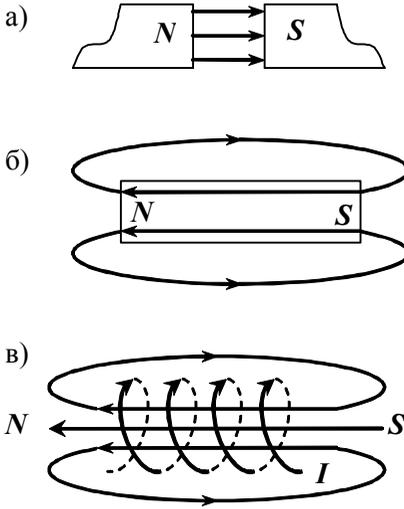


Рис. 10.1.3

начинаются на положительных и заканчиваются на отрицательных зарядах. Магнитных же зарядов в природе не существует, полюса магнита никогда не удастся отделить друг от друга, т.е. нельзя получить магнит с одним полюсом. Поэтому силовые линии магнитного поля не могут ни начинаться где-либо, ни обрываться где-либо — они замкнуты.

Силовые линии магнитного поля можно сделать видимыми (т.е. получить спектр магнитного поля), например, с помощью железных опилок, которые в

магнитном поле становятся малыми магнитами.

Силовыми характеристиками магнитного поля являются векторные величины: напряженность  $\vec{H}$  и индукция  $\vec{B}$ . Величина  $\vec{H}$  не зависит от магнитных свойств среды. Но так как среда оказывает влияние на магнитные взаимодействия, то это учитывается второй силовой характеристикой — индукцией магнитного поля

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H},$$

где  $\mu$  — относительная магнитная проницаемость среды. Это безразмерная величина. Для вакуума  $\mu = 1$ . Величина  $\mu_0$  называется магнитной постоянной. В СИ  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м. Так как для вакуума  $\vec{B}_0 = \mu_0\vec{H}$ , то  $\vec{B} = \mu\vec{B}_0$ . Следовательно,  $\mu$  показывает, во сколько раз индукция магнитного поля в данной среде больше (меньше), чем в вакууме.

Направление векторов  $\vec{H}$  и  $\vec{B}$  совпадает с направлением вектора силы, действующей на северный конец магнитной

стрелки. Таким образом, вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  и вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  направлены по касательной к силовым линиям (линиям напряженности или линиям магнитной индукции). Если  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$  — величины постоянные во всех точках поля, то поле называется однородным.

### § 10.2. Закон Био—Савара—Лапласа и его частные случаи

В 1820 г. после опытов Эрстеда французские физики Ж.Био и Ф.Савар исследовали магнитные поля в воздухе от различных источников: прямолинейного, кругового и соленоидального токов. Они пришли к выводу, что во всех случаях напряженность магнитного поля прямо пропорциональна силе тока, она зависит от формы и размеров проводника с током и от расстояния данной точки поля до проводника.

Решить до конца задачу они не смогли из-за математических сложностей. Общий закон был найден П.Лапласом — математиком, астрономом и физиком. Считая, что для магнитных полей справедлив принцип суперпозиции, П.Лаплас высказал следующую гипотезу: напряженность  $\vec{H}$  в каждой точке поля равна векторной сумме напряженностей  $\Delta\vec{H}_i$ , создаваемых в этой точке каждым участком проводника  $\Delta l_i$ , т.е.

$$\vec{H} = \sum \Delta\vec{H}_i.$$

Чтобы эту задачу решить математически, надо перейти к пределу, и тогда

$$\vec{H} = \int d\vec{H},$$

где  $l$  — длина проводника.

П.Лаплас показал (рис. 10.2.1), что

$$d\vec{H} = k \frac{I}{r^3} [d\vec{l} \cdot \vec{r}],$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.

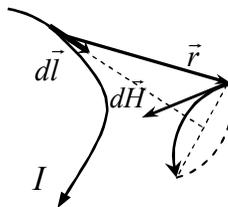


Рис. 10.2.1

В СИ

$$k = \frac{1}{4\pi}.$$

Таким образом,

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{I}{r^3} [d\vec{l} \cdot \vec{r}].$$

Направление  $d\vec{H}$  определяется правилом векторного произведения. Тогда  $d\vec{B}$ , на основании определения, можно записать так:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^3} [d\vec{l} \cdot \vec{r}].$$

*Эти две формулы и выражают закон Био—Савара—Лапласа в дифференциальной форме.*

Рассмотрим некоторые частные случаи.

1. Магнитное поле прямолинейного проводника с током (рис. 10.2.2).

Пусть проводник и точка  $C$ , где нужно вычислить напряженность магнитного поля, лежат в плоскости чертежа. Тогда все векторы  $d\vec{H}$  будут перпендикулярны плоскости чертежа и направлены на нас.

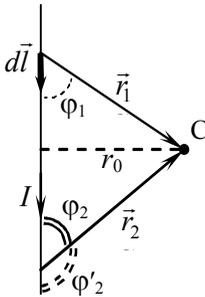


Рис. 10.2.2

Следовательно,

$$H = \sum \Delta H_i \text{ и } dH = \frac{1}{4\pi} \frac{Idl \cdot \sin \varphi}{r^2}.$$

Выразив  $dl$  и  $r$  через  $r_0$  и  $\varphi$ , получим:

$$H = \frac{I}{4\pi r_0} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin \varphi d\varphi = \frac{I}{4\pi r_0} (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2) = \frac{I}{4\pi r_0} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi'_2).$$

Если проводник бесконечно длинный, то

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 0 \rightarrow \cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = 1.$$

Следовательно, для бесконечно длинного прямолинейного проводника  $H = \frac{I}{2\pi r_0}$ .

Пользуясь полученным выражением, можно установить единицу измерения  $H$  в СИ.

Как видно,  $[H] = 1 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ .

2. Поле в центре кругового тока (рис. 10.2.3). Пусть виток с током лежит в плоскости чертежа, и ток направлен по часовой стрелке. В этом случае все векторы  $d\vec{H}$  перпендикулярны плоскости чертежа и направлены от нас. Следовательно,

$$dH = \frac{I}{4\pi R^3} dlR \cdot \sin 90 = \frac{I}{4\pi R^2} dl.$$

Тогда

$$H = \int_l dH = \frac{I}{4\pi R^2} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{I}{2R},$$

где  $R$  — радиус кругового витка.

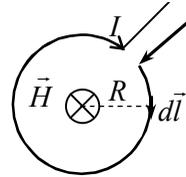


Рис. 10.2.3

Напряженность поля внутри бесконечно длинного соленоида на основании закона Био—Савара—Лапласа выражается формулой  $H = n \cdot I$ , где  $n$  — число витков на единицу длины. Чтобы получить формулы для индукции поля  $B$ , нужно найденные выражения для напряженности  $H$  умножить на  $\mu_0$ .

### § 10.3. Действие магнитного поля на ток. Закон Ампера. Взаимодействие параллельных токов

Исследуя действие однородного магнитного поля на прямолинейный проводник с током, А.Ампер пришел к выводу, что

$$F = kIlB \cdot \sin \alpha,$$

где  $I$  — сила тока в проводнике,

$l$  — длина проводника,

$B$  — индукция магнитного поля,

$\alpha$  — угол между направлением тока в проводнике и вектором  $\vec{B}$ ,

$k$  — коэффициент пропорциональности.

Закон Ампера можно обобщить и на случай неоднородного поля и проводника произвольной формы. Для этого нужно взять бесконечно малый элемент проводника  $dl$  (его всегда можно считать прямолинейным, а поле в его области однородным). Тогда

$$dF = kIdlB \cdot \sin \left( dl \wedge \vec{B} \right).$$

Если все величины в этих формулах измерять в единицах одной системы, то  $k = 1$ . Следовательно,

$$dF = IdlB \cdot \sin\left(\vec{dl} \wedge \vec{B}\right).$$

Из закона Ампера устанавливается смысл индукции магнитного поля и единица ее измерения. Пусть элемент  $\vec{dl} \perp \vec{B}$ . Тогда

$$B = \frac{dF}{Idl}.$$

Таким образом, индукция  $B$  численно равна силе, действующей на единицу длины проводника, по которому течет ток единичной силы и который расположен перпендикулярно силовым линиям магнитного поля. В СИ

$$[B] = 1 \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{м}^2} = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{А} \cdot \text{с}}{\text{Ам}^2} = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} = 1 \text{Тл}.$$

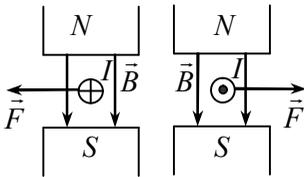


Рис. 10.3.1

Выше приведенные формулы закона Ампера позволяют вычислить величину силы, но не определяют ее направление. Опыты показывают, что в простейшем случае, когда  $\vec{dl} \perp \vec{B}$ , направление силы Ампера можно установить по правилу левой руки: если силовые линии входят в ладонь, а четыре вытянутые пальца совпадают с направлением тока в проводнике, то отставленный большой палец покажет направление силы Ампера (рис. 10.3.1). Если  $\vec{dl}$  не перпендикулярно  $\vec{B}$ , то правило нуждается в дополнениях. Наиболее общее правило дается законом Ампера, записанным в векторной форме, а именно:

$$d\vec{F} = I[\vec{dl} \cdot \vec{B}]$$

Это равенство позволяет определить и величину, и направление силы Ампера по правилу векторного произведения векторов.

Рассмотрим взаимодействие параллельных токов (рис. 10.3.2). Оба тока  $I_1$  и  $I_2$  направлены перпендикулярно плоскости чертежа.

$\vec{B}_1$  — индукция магнитного поля, создаваемого током  $I_1$ ,  
 $\vec{B}_2$  — индукция магнитного поля, создаваемого током  $I_2$ ,  
 $d$  — расстояние между проводниками.

По закону Ампера на проводник 2 со стороны первого проводника действует сила  $\vec{F}_{21}$ , а на первый проводник со стороны второго — сила  $\vec{F}_{12}$ . Как показано на рисунке 10.3.2, если токи  $I_1$  и  $I_2$  направлены в одну сторону, то проводники притягиваются. Если токи направлены в разные стороны, то проводники отталкиваются (рис. 10.3.3).

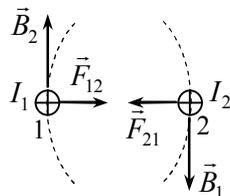


Рис. 10.3.2

Пользуясь законом Ампера, запишем выражение для силы  $dF_{21}$ , действующей на элемент  $dl_2$  второго проводника со стороны первого

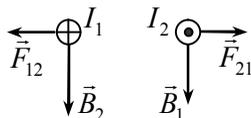


Рис. 10.3.3

$$dF_{21} = I_2 dl_2 B_1 \sin\left(\vec{dl}_2, \hat{\vec{B}}_1\right).$$

Если длина первого проводника во много раз превышает расстояние  $d$  между проводниками, а  $dl_2$  находится вдали от концов первого проводника, то

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{d}.$$

И так как  $\vec{B}_1 \perp \vec{dl}_2$ , то

$$dF_{21} = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} dl_2.$$

Совершенно аналогично можно записать выражение и для силы  $dF_{12}$ . Если один из проводников считать бесконечно длинным, то можно найти силу  $F$ , действующую с его стороны на другой проводник длиной  $l$ . Для этого надо проинтегрировать последнее выражение от 0 до  $l$ . Таким образом,

$$F = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} l.$$

На основании этого соотношения устанавливается единица измерения силы тока в СИ — ампер.

### § 10.4. Рамка с током в магнитном поле. Магнитный момент

Рассмотрим прямоугольную рамку с током в однородном магнитном поле. Пусть рамка имеет возможность вращаться вокруг оси  $OO$ , проходящей через середину её сторон, длиной  $a$  и перпендикулярной вектору индукции магнитного поля  $\vec{B}$  (рис 10.4.1)

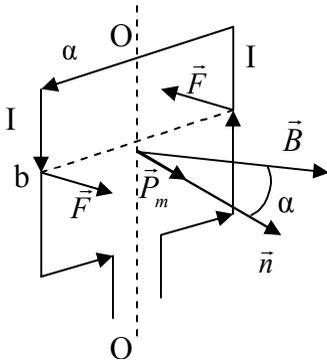


Рис. 10.4.1

На стороны  $a$  рамки будут действовать силы Ампера, направленные вдоль оси  $OO$  в противоположные стороны. Они будут деформировать рамку (в данном случае растягивать). На стороны  $b$  рамки действуют силы Ампера  $\vec{F}$ . Они перпендикулярны сторонам рамки  $b$  и вектору  $\vec{B}$ . Их величина  $F = IbB$ .

Эти силы создают вращающий момент  $M = F \cdot a \sin \alpha = IbBa \sin \alpha$ .

Вектор  $\vec{M}$  направлен вдоль оси вращения, в данном случае вверх (правило буравчика).

Векторная величина  $\vec{P}_m = IS\vec{n} = Iab\vec{n}$  называется магнитным моментом, где  $S$  — площадь контура,  $\vec{n}$  — вектор нормали. Следовательно, магнитное поле будет вращать рамку с током в таком направлении, чтобы векторы  $\vec{P}_m$  и  $\vec{B}$  оказались сонаправленными. Используя приведенные соотношения, можно записать:  $\vec{M} = [\vec{P}_m \cdot \vec{B}]$ .

Часто контур с током называют магнитным диполем. Как видно, поведение магнитного диполя в магнитном поле аналогично поведению электрического диполя в электростатическом поле.

## § 10.5. Циркуляция вектора напряженности магнитного поля. Закон полного тока. Понятие ротора вектора.

При рассмотрении электростатического поля было обращено внимание на тот факт, что оно является потенциальным, т.е. работа кулоновских сил не зависит от формы траектории и по замкнутому контуру равна нулю. Силовые линии такого поля незамкнуты.

Математическим выражением потенциальности электростатического поля является равенство нулю циркуляции вектора напряженности  $\vec{E}$  по замкнутому контуру, т.е.

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = \oint_l E_l dl = 0.$$

Магнитное поле является вихревым, силовые линии его замкнуты, а циркуляция вектора напряженности  $\vec{H}$  по замкнутому контуру в общем случае не равна нулю и зависит от выбора контура, т.е.

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \oint_l H_l dl \neq 0.$$

В качестве примера рассмотрим магнитное поле бесконечного прямолинейного тока  $I$  (рис. 10.5.1а). Линии напряженности такого поля представляют собой концентрические окружности с центром на проводнике, их плоскости перпендикулярны проводнику. Выберем окружность радиуса  $r$  и вычислим по ней циркуляцию вектора  $\vec{H}$ . Так как векторы  $\vec{H}$  и  $d\vec{l}$  направлены одинаково, то

$$H_l = H \cos 0 = H.$$

Следовательно,

$$\oint_l H_l dl = \oint_l H dl = \frac{I}{2\pi r} \oint_l dl = \frac{I}{2\pi r} \cdot 2\pi r = I,$$

где  $l = 2\pi r$  — длина контура.

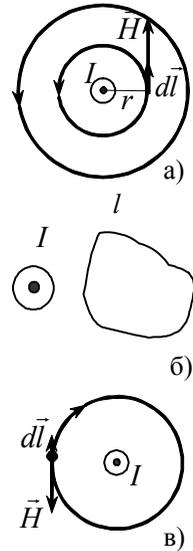


Рис. 10.5.1

Если взять другую окружность, то в вычислениях ничего не изменится. Справедливость полученного соотношения можно доказать и для любого другого контура, охватывающего ток.

Если же контур ток не охватывает (рис. 10.5.1б), то

$$\oint H_l dl = 0.$$

Если в приведенном примере циркуляцию вектора напряженности вычислить, обходя контур в противоположном направлении, то она окажется со знаком «минус», поскольку угол между векторами  $\vec{H}$  и  $\vec{dl}$  будет равен  $\pi$ . Следовательно,  $H_l = -H$ . Условились циркуляцию всегда брать со знаком «плюс», а знак «минус» относить к токам. Если направление обхода контура соответствует по правилу буравчика направлению тока, то  $I > 0$ . В противном случае  $I < 0$  (рис. 10.5.1в).

Пусть контур охватывает несколько токов. Выберем направление обхода по часовой стрелке. Результирующая напряженность в точке  $A$  найдется на основе принципа суперпозиции как векторная сумма отдельных напряженностей, т.е.

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \vec{H}_3.$$

Тогда

$$\oint_l \vec{H} \vec{dl} = \oint_l (\vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \vec{H}_3) \vec{dl} = \oint_l \vec{H}_1 \vec{dl} + \oint_l \vec{H}_2 \vec{dl} + \oint_l \vec{H}_3 \vec{dl} = -I_1 + I_2 + I_3.$$

В общем случае

$$\oint H_l dl = \sum_{k=1}^n I_k, \quad (1)$$

**т.е. циркуляция вектора напряженности магнитного поля по замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром.**

*Это и есть закон полного тока.*

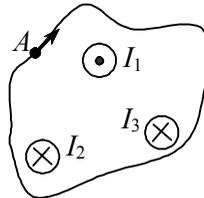


Рис. 10.5.2

Через циркуляцию вектора  $\vec{B}$  он запишется следующим образом:

$$\oint_l B_l dl = \mu\mu_0 \sum_{k=1}^n I_k. \quad (2)$$

*Закон полного тока для расчета магнитных полей имеет такое же значение, как теорема Остроградского—Гаусса для расчета электростатических полей.*

Формулы (1) и (2) выражают закон создания магнитных полей электрическим током. Они являются интегральной формой для циркуляции векторов напряженности и индукции магнитного поля по замкнутому контуру.

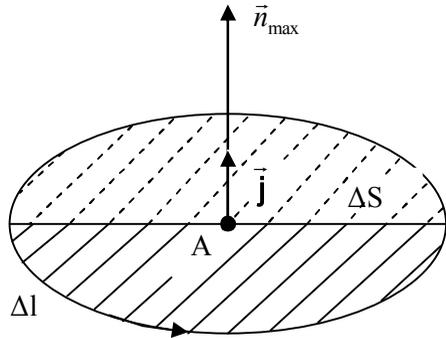


Рис. 10.5.3.

Возьмем произвольный контур  $\Delta l$ , площадь его  $\Delta S$  (рис. 10.5.3). Выделим внутри контура точку  $A$  и проведём к плоскости контура вектор нормали  $\vec{n}_{\max}$  так, чтобы вектор плотности тока  $\vec{j}$  в этой точке совпал с направлением  $\vec{n}_{\max}$ . Силу тока через контур обозначаем  $I$ . В этом случае циркуляция вектора  $\vec{H}$  по контуру  $\Delta l$  будет максимальной. Найдем предел отношения этой циркуляции к  $\Delta S$  при условии, что  $\Delta S \rightarrow 0$ , т.е. при стягивании контура  $\Delta l$  к точке  $A$ . Этот предел называется ротором вектора напряженности магнитного поля. Расчет показывает, что

$$\begin{aligned} \overrightarrow{rotH} &= \vec{j}; \\ \overrightarrow{rotB} &= \mu\mu_0 \vec{j}. \end{aligned} \quad (3)$$

Это дифференциальная (локальная) форма для циркуляции  $\vec{H}$  и  $\vec{B}$ . Модули векторов  $\overrightarrow{rotH}$  и  $\overrightarrow{rotB}$  характеризуют степень завихренности магнитного поля. Направлены эти векторы по нормали к плоскости, в которой завихренность магнитного поля максимальна (нормаль  $\vec{n}_{\max}$ , по ней направлен и вектор плотно-

сти тока  $\vec{j}$ ). Для вычисления ротора его записывают в форме определителя третьего порядка и разлагают этот определитель по элементам первой строки:

Если  $\vec{H} = H_x \vec{i} + H_y \vec{j} + H_z \vec{k}$ , то

$$\vec{\text{rot}}H = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \left( \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \vec{i} + \left( -\frac{\partial H_z}{\partial x} + \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) \vec{j} + \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \vec{k}$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  — единичные векторы по осям X, Y, Z.

### § 10.6. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле

Если на проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера, то это означает, что сила действует и на каждый движущийся заряд. *Сила, действующая на заряд в магнитном поле, получила название силы Лоренца.* Найдем выражение для этой силы. По закону Ампера  $\vec{dF} = I[\vec{dl} \cdot \vec{B}]$ . Так как  $I = qn_0 v S$ , где  $n_0$  — концентрация носителей заряда,  $v$  — скорость их упорядоченного движения,  $S$  — площадь сечения проводника, то

$$d\vec{F} = qn_0 v \cdot S [d\vec{l} \cdot \vec{B}].$$

Поскольку направления векторов  $\vec{v}$  и  $d\vec{l}$  совпадают, то последнее равенство можно записать так:

$$d\vec{F} = qn_0 S dl [\vec{v} \cdot \vec{B}] = qdN[\vec{v} \cdot \vec{B}],$$

где  $dN = n_0 S dl = n_0 dV$  — число зарядов в объеме проводника  $dV$ . Тогда сила, действующая на один заряд, т.е. сила Лоренца, будет равна:

$$\vec{F}_n = \frac{d\vec{F}}{dN} = q[\vec{v} \cdot \vec{B}].$$

На рисунке 10.6.1 показаны направления силы Лоренца. Видно, что направление силы Лоренца определяется правилом век-

торного произведения, если  $q > 0$ , и она направлена в противоположную сторону, если  $q < 0$ .

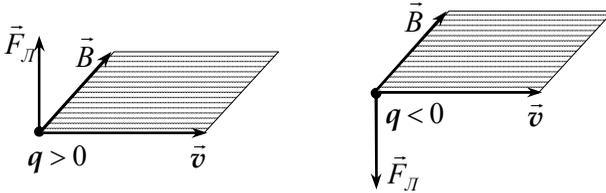


Рис. 10.6.1

Абсолютное значение сил Лоренца найдется как модуль векторного произведения:

$$F_L = qvB \cdot \sin(\widehat{\vec{v}, \vec{B}}).$$

Если  $\vec{v} \perp \vec{B}$ , то для определения направления силы Лоренца можно пользоваться правилом левой руки. Только нужно учесть, что четыре вытянутые пальца направляются вдоль вектора скорости  $\vec{v}$ , если  $q > 0$ , и против  $\vec{v}$ , если  $q < 0$ .

Рассмотрим несколько частных случаев движения заряженных частиц в однородном магнитном поле.

1. Если скорость  $\vec{v}$  заряда направлена вдоль линий индукции магнитного поля, то  $F_L = 0$ . (В этом случае  $\alpha = 0$  или  $\alpha = \pi$ ).

2. Сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно скорости  $\vec{v}$  движения заряда. Значит, она не совершает работы, а только изменяет направление скорости. И если  $\vec{v} \perp \vec{B}$  и обе эти величины постоянные, то сила Лоренца является центростремительной, а траектория частицы приобретает форму окружности (рис. 10.6.2.)

$$F_L = F_{ц.с} \rightarrow qvB = \frac{mv^2}{R},$$

следовательно, радиус окружности  $R = \frac{mv}{qB}$ .

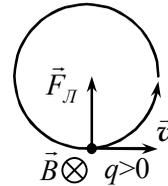


Рис. 10.6.2

Период обращения частицы по окружности, т.е. время одного оборота, найдется по формуле

$$T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi \frac{m}{qB}.$$

Если скорость движения частиц  $v \ll c$ , то  $m = const$ . В этом случае период  $T$  не зависит от скорости. Эти соотношения используют для расчета ускорителей заряженных частиц.

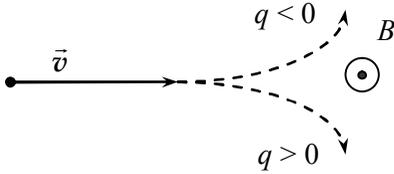


Рис. 10.6.3

3. Если в магнитное поле влетают частицы, несущие разноименные заряды, то под действием силы Лоренца они разделяются (рис. 10.6.3) Это тоже широко используется в исследованиях элементарных частиц.

4. Пусть заряженная частица влетает в магнитное поле под углом  $\alpha$  к вектору  $\vec{B}$ . Разложим вектор  $\vec{v}$  на две составляющие — параллельную ( $\vec{v}_{\parallel}$ ) вектору  $\vec{B}$  и перпендикулярную ( $\vec{v}_{\perp}$ ) ему (рис. 10.6.4):

$$v_{\parallel} = v \cdot \cos \alpha; v_{\perp} = v \cdot \sin \alpha.$$

В результате частица будет участвовать в двух движениях: вдоль поля со скоростью  $v_{\parallel}$  и по окружности со скоростью  $v_{\perp}$ .

$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv \cdot \sin \alpha}{qB}.$$

Траекторией заряженной частицы в этом случае будет винтовая линия, ось которой совпадает с линией индукции магнитного поля. Шаг винтовой линии (т.е. расстояние между витками)

$$h = v_{\parallel} \cdot T = v \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2\pi m}{qB}.$$

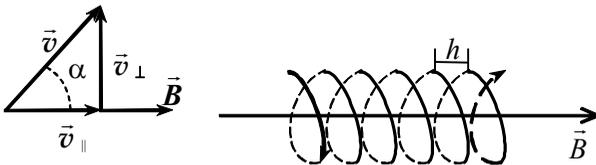


Рис. 10.6.4

**§ 10.7. Магнитный поток.**  
**Работа перемещения проводника**  
**и контура с током в магнитном поле**

Пусть индукция магнитного поля в данной области равна  $\vec{B}$ . Выберем в этой области элементарную площадку  $dS$ ;  $\vec{n}$  — вектор нормали к площадке  $dS$ ;  $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{B}$  и  $\vec{n}$  (рис. 10.7.1).

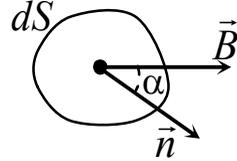


Рис. 10.7.1

Величина  $d\Phi_m = B_n dS \cos \alpha = B_n dS$  называется магнитным потоком или потоком вектора магнитной индукции через площадку  $dS$ .

Чтобы вычислить магнитный поток  $\Phi_m$  через произвольную поверхность  $S$ , надо от написанного выше выражения взять интеграл по  $S$ , т.е.

$$\Phi_m = \int_S B_n dS .$$

Если поле однородное ( $\vec{B} = \text{const}$ ), то  $\Phi_m = B_n \cdot S$ . И если  $\vec{B} \perp S$ , то  $\Phi_m = B \cdot S$  (рис. 10.7.2).

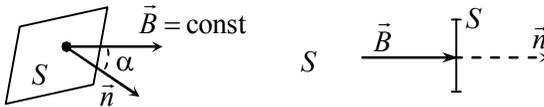


Рис. 10.7.2

Магнитный поток — величина алгебраическая, т.е. может быть больше или меньше нуля. За единицу магнитного потока в СИ принимается 1 Вб (вебер).

$$[\Phi_m] = [B] \cdot [S] = 1 \text{ Тл} \cdot 1 \text{ м}^2 = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} \cdot \text{м}^2 = 1 \text{ В} \cdot \text{с} = 1 \text{ Вб} .$$

В электродинамике доказывается очень важная теорема Остроградского—Гаусса для магнитного поля: **магнитный поток сквозь произвольную замкнутую поверхность равен нулю**, т.е.

$$\Phi_B = \Phi_m = \oint_l B_n dS = 0 .$$

Это равенство означает, что в природе нет магнитных зарядов, на которых могли бы начинаться и заканчиваться линии магнитной индукции.

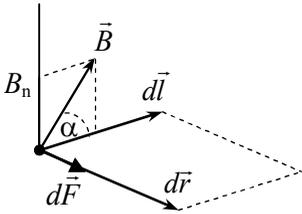


Рис. 10.7.3

Если в магнитном поле имеется проводник с током, то на него действует сила Ампера; перемещая его, она совершает работу. Пусть под действием силы Ампера  $\vec{dF}$  элемент проводника  $\vec{dl}$  перемещается в магнитном поле на  $\vec{dr}$  (рис. 10.7.3). Тогда работа

$$dA = \vec{dF} \cdot \vec{dr} = dF \cdot dr,$$

т.к. векторы  $\vec{dF}$  и  $\vec{dr}$  совпадают по направлению. Сила

$$dF = IdlB \sin \alpha = IdlB_n,$$

где  $B_n$  — проекция вектора  $\vec{B}$  на нормаль к  $\vec{dl}$ . Таким образом,

$$dA = IdlB_n dr = IB_n dS = Id\Phi_m,$$

где  $dS = dl \cdot dr$  — площадь, прочерчиваемая элементом проводника  $dl$  при его движении.

Если проводник длиной  $l$  с постоянным током  $I$  совершает конечное перемещение, то  $A = \int dA = \int_0^{\Phi_m} Id\Phi_m = I\Phi_m$  — работа силы

*Ампера при движении проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока  $I$  на магнитный поток  $\Phi_m$  сквозь поверхность, которую прочерчивает проводник при своем движении.*

Если в магнитном поле перемещается из положения 1 в положение 2 контур с током  $I$ , то

$$A = I\Delta\Phi_m,$$

где  $\Delta\Phi_m = \Phi_{m_2} - \Phi_{m_1}$  — изменение магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную контуром.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимается под магнитным полем? Когда и кем было открыто магнитное поле проводника с током?
2. Как графически изображаются магнитные поля? Что такое силовая линия? Изобразите графически простейшие магнитные поля.
3. Какими силовыми величинами характеризуется магнитное поле? Почему их две? Как они связаны между собой?
4. Запишите закон Био—Савара—Лапласа в дифференциальной форме и рассмотрите его частные случаи. В каких единицах измеряется напряженность магнитного поля в СИ?
5. Как определить величину и направление силы Ампера?
6. Как установить единицу измерения индукции магнитного поля в СИ? Найдите силу взаимодействия двух параллельных токов.
7. Что такое магнитный момент рамки с током? Как рамка с током устанавливается в однородном магнитном поле?
8. Сформулируйте и поясните закон полного тока. Дайте понятие ротора вектора.
9. Что такое магнитный поток? В каких единицах он измеряется в СИ? Чему равна работа перемещения проводника и контура с током в магнитном поле?
10. Что понимается под силой Лоренца? Как определить ее величину и направление?
11. Рассмотрите некоторые частные случаи движения заряженных частиц в однородном магнитном поле.

# Глава 11

## МАГНЕТИКИ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

### § 11.1. Взаимодействие магнитного поля с веществом. Поле в магнетике. Виды магнетиков и их свойства

Если вещество внести в магнитное поле, то оно приходит в особое состояние, которое называется намагниченностью. Вещества, способные намагничиваться, называются магнетиками. В теории электромагнитного поля магнитные свойства среды характеризуются величиной  $\mu$  — относительной магнитной проницаемостью, которая показывает, во сколько раз индукция магнитного поля в данной среде отличается от индукции магнитного поля в вакууме, т.е.  $\mu = B/B_0$ . Природа же этого явления макроскопической теорией (макроэлектродинамикой) не устанавливается. Для выяснения природы магнетизма и сущности процесса намагничивания надо рассмотреть строение вещества и взаимодействие его частиц с магнитным полем.

Как известно, все вещества состоят из атомов. Атом состоит из ядра и электронных оболочек. Электронную орбиту можно рассматривать как виток с током, а значит, можно говорить об орбитальном магнитном моменте  $\vec{P}_{ml}$  электрона (рис. 11.1.1).

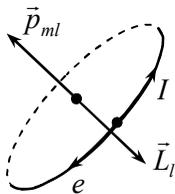


Рис. 11.1.1

Магнитный момент витка с током

$$P_m = I \cdot S,$$

где  $I$  — ток в витке,

$S$  — площадь витка.

Для электронной орбиты

$$I = e \cdot \nu,$$

где  $\nu$  — частота обращения электрона,

$e$  — его заряд.

$$\nu = \frac{v}{2\pi R}; \quad S = \pi R^2,$$

где  $v$  — скорость движения электрона по орбите,  $R$  — радиус орбиты.

Следовательно, орбитальный магнитный момент электрона

$$P_{ml} = ev \cdot \pi R^2 = \frac{ev}{2\pi R} \cdot \pi R^2 = \frac{evR}{2}.$$

Величина  $L_l = m\omega R$  есть орбитальный момент импульса (орбитальный механический момент). Направления векторов  $\vec{P}_{ml}$  и  $\vec{L}_l$  показаны на рисунке 11.1.1 (правило буравчика). Величина

$$g_l = \frac{P_{ml}}{L_l} = \frac{e}{2m}$$

называется *орбитальным гиромагнитным отношением*.

Кроме орбитального момента у электрона имеется собственный механический момент  $\vec{L}_s$  — спин и собственный магнитный момент  $\vec{P}_{ms}$ . Чтобы найти магнитный момент атома, надо сложить орбитальные и собственные магнитные моменты электронов, т.е.

$$\vec{P}_m = \sum \vec{P}_{ml} + \sum \vec{P}_{ms}.$$

*Явление намагничивания обусловлено взаимодействием магнитных моментов атомов с внешним магнитным полем. При этом происходят следующие процессы:*

- 1) *прецессия электронных орбит;*
- 2) *ориентация магнитных моментов атомов вдоль поля.*

При прецессии электронной орбиты вектор  $\vec{P}_{ml}$  описывает коническую поверхность вокруг вектора  $\vec{B}_0$  — индукции магнитного поля. В результате этого появляется дополнительный магнитный момент  $\Delta\vec{P}_m$ , направленный против внешнего магнитного поля (рис. 11.1.2). Этот эффект свойственен для всех магнетиков и называется диамагнитным.

Если у атомов магнетика  $\vec{P}_m \neq 0$ , то при внесении такого магнетика в поле эти магнитные моменты устанавливаются вдоль поля, перекрывают диамагнитный эффект и увеличивают общее поле в магнетике. В этом случае говорят о пара- и ферромагнетизме.

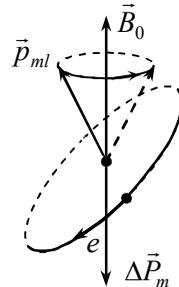


Рис. 11.1.2

Количественной мерой намагниченности является вектор намагниченности  $\vec{J}$  или интенсивность намагничивания.

Вектор  $\vec{J}$  равен магнитному моменту единичного объема, т.е.

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum \vec{P}_{mi},$$

где  $\vec{P}_{mi}$  — магнитный момент  $i$ -го атома. Суммирование идет по всем атомам, входящим в данный объем  $\Delta V$ .

Опыт и теория показывают, что

$$\vec{J} = \chi_m \vec{H},$$

где  $\chi_m$  — магнитная восприимчивость.

Пусть имеется магнетик, внесенный во внешнее магнитное поле  $\vec{B}_0$ . Общее поле в магнетике будет равно сумме внешнего  $\vec{B}_0$  и наведенного  $\vec{B}'$  магнитных полей, т.е.

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'.$$

Можно показать, что

$$B' = \mu_0 J = \mu_0 \chi_m H = \chi_m B_0.$$

Следовательно

$$B = B_0 + \chi_m B_0 = (1 + \chi_m) B_0 = \mu B_0.$$

Как видно,  $\mu = 1 + \chi_m$  — так связаны между собой относительная магнитная проницаемость среды и ее магнитная восприимчивость.

В зависимости от того, какие значения принимают величины  $\chi_m$  и  $\mu$ , магнетики делятся на три группы:

диамагнетики —  $\chi_m < 0, \mu < 1$ ;

парамагнетики —  $\chi_m > 0, \mu > 1$ ;

ферромагнетики —  $\chi_m \gg 0, \mu \gg 1$ .

К диамагнетикам относятся инертные газы, большинство органических соединений, многие металлы (висмут, цинк, золото, серебро, медь, ртуть и др.), смолы, вода, стекло, мрамор и ряд других веществ. Особенность диамагнетиков состоит в том, что в отсутствии поля магнитные моменты их атомов равны нулю, т.е.  $\vec{P}_m = 0$ . При внесении диамагнетика в магнитное поле электронные орбиты

начинают прецессировать и возникающее при этом в диамагнетике поле направлено против внешнего поля. Следовательно, поле внутри диамагнетика меньше магнитного поля в вакууме, т.е.  $B < B_0$ . Величина  $\chi_m$  небольшая:  $|\chi_m| = 10^{-6}$ , следовательно,  $\mu$  для диамагнетиков немного меньше единицы. Следует заметить, что при малых и средних значениях напряженности магнитного поля магнитная восприимчивость диамагнетиков не зависит от  $H$ , т.е.  $\chi_m \neq f(H)$ . Не зависит она, за небольшим исключением для некоторых веществ, и от температуры:  $\chi_m \neq f(T)$ . График намагничивания диамагнетика показан на рисунке 11.1.3.

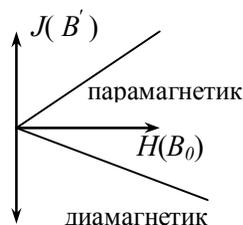


Рис. 11.1.3

Если магнитный момент атома не равен нулю (за счет орбитальных и собственных моментов электронов), то такое вещество является парамагнетиком. К парамагнетикам относятся кислород, водород, азот, щелочные и щелочноземельные металлы, редкоземельные элементы, алюминий, платина и другие вещества. Для них  $\chi_m = 10^{-3} - 10^{-5}$ , а  $\mu$  немного больше 1. При внесении парамагнетика в поле магнитные моменты его атомов ориентируются вдоль поля. И диамагнитный эффект, возникающий от прецессии электронных орбит, перекрывается превосходящим его эффектом намагничивания от ориентации магнитных моментов атомов вдоль поля. Таким образом, поле  $B$  в парамагнетике больше внешнего поля  $B_0$ :  $B > B_0$ . Магнитная восприимчивость парамагнетиков обратно пропорциональна абсолютной температуре:  $\chi_m \sim 1/T$  — закон Кюри. На рисунке 11.1.3 показана зависимость намагниченности парамагнетика от величины внешнего поля.

Магнетики, для которых  $\chi_m \gg 0$ , а  $\mu \gg 1$  ( $\mu = 10 \div 10^5$ ), относятся к ферромагнетикам. Большая величина  $\mu$  означает, что поле внутри ферромагнетика может во много раз превышать внешнее магнитное поле. Особенностью ферромагнетиков является зависимость  $\chi_m$  и  $\mu$  от напряженности (индукции) внешнего магнитного поля и температуры:  $\mu = f(H, T)$ .

Экспериментальное изучение ферромагнетиков было начато в 1871 г. А.Г.Столетовым. Исследуя зависимость намагниченности ферромагнетика от напряженности внешнего магнитного поля, А.Г.Столетов получил кривую намагничивания, обнаружил явление магнитного насыщения, установил характер зависимости  $\mu$  от  $H$  и открыл у ферромагнетиков способность сохранять намагниченность после выключения внешнего магнитного поля. На рисунке 11.1.4 показаны эти закономерности.

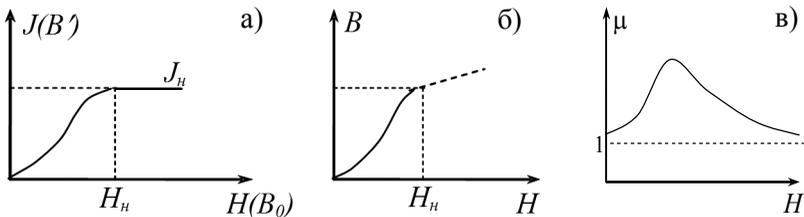


Рис. 11.1.4

С ростом напряженности внешнего магнитного поля намагниченность ферромагнетика возрастает. Но, начиная с некоторого значения  $H = H_{\text{нас}}$ , рост намагниченности прекращается. В этом и состоит явление магнитного насыщения. График зависимости  $B$  от  $H$  отличается от графика  $J = f(H)$  отсутствием горизонтального участка. Это связано с тем, что после наступления магнитного насыщения рост  $B$  при увеличении  $H$  не прекращается, но идет по линейному закону:

$$B = B_0 + B' = \mu_0 H + \mu_0 J = \mu_0 (H + J).$$

Относительная магнитная проницаемость  $\mu$  ферромагнетика с ростом  $H$  вначале растет очень быстро, достигает максимума, а затем медленно убывает, стремясь к единице (рис. 11.1.4 в). Значит, при больших полях  $B$  стремится к  $B_0$

Типичными представителями ферромагнетиков являются железо, никель, кобальт и их сплавы. Для железа  $\mu_{\text{max}} \approx 5 \cdot 10^3$ , для кремнистого железа  $\mu_{\text{max}} \approx 10^4$ , для пермаллоя (78% Ni и 22% Fe)  $\mu_{\text{max}} \approx 10^5$ .

Возьмем полностью размагниченный ферромагнетик, поместим его внутрь катушки и будем увеличивать в катушке ток. Зависимость  $J$  от  $H$  изобразится так называемой начальной кривой намагничивания  $0a$ . Если затем ток в катушке уменьшать, то на-

магнитность  $J$  начнет убывать, но уже по другому закону. И при  $I = 0$  ( $H = 0$ ) она примет некоторое значение  $J_{\text{ост}}$  — остаточная намагнитенность. Чтобы образец полностью размагнитить, необходимо направление тока в катушке изменить на противоположное, т.е. создать поле  $H_k$ , направленное в противоположную сторону по сравнению с первоначальным. Величина  $H_k$  называется коэрцитивной (задерживающей) силой. При дальнейшем увеличении поля ферромагнетик полностью перемагничивается (точка  $b$ ). Если ток  $I$  в катушке снова уменьшать, а затем перейти к току первоначального направления и увеличивать его, то получим замкнутую кривую, называемую петлей гистерезиса. Само же явление гистерезиса состоит в отставании намагнитенности ферромагнетика от изменения напряженности внешнего магнитного поля.

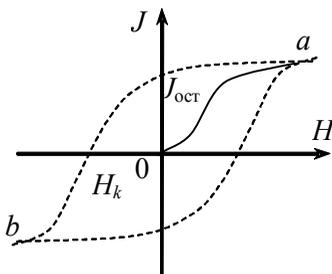


Рис. 11.1.5

Коэрцитивная сила  $H_k$  характеризует способность ферромагнетика сохранять намагнитенность. Большой коэрцитивной силой обладают углеродистые ( $H_k \approx 4,5 \cdot 10^3$  А/м), вольфрамовые и хромовые ( $H_k \approx 5,6 \cdot 10^3$  А/м), алюминиево-никелевые стали ( $H_k \approx 5,6 \cdot 10^4$  А/м). Эти материалы дают широкую петлю гистерезиса, и их называют твердыми магнитными материалами. Из них изготавливают постоянные магниты. Если  $H_k$  мало, ферромагнетики называются «мягкими». Это сплавы железа с никелем: пермаллой ( $H_k \approx 3,2$  А/м), супермаллой ( $H_k \approx 0,32$  А/м). Из таких материалов изготавливают сердечники для трансформаторов.

Особенностью ферромагнетиков является и то, что для каждого из них существует некоторая температура  $T_C$  — точка Кюри, при которой ферромагнетик теряет свои свойства и превращается в парамагнетик. Для железа она равна  $780$  °С; для никеля —  $350$  °С; для кобальта —  $1150$  °С; для пермаллоя —  $550$  °С.

Исследование ферромагнетизма привело к выводу о том, что в ферромагнетике имеются небольшие области (домены), намагниченные до насыщения. Это области самопроизвольной (спонтан-

ной) намагниченности. Их линейные размеры порядка  $10^{-1} \div 10^{-2}$  мм. В отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты доменов в пространстве разориентированы, так что результирующий магнитный момент всего ферромагнетика равен нулю. Это соответствует минимуму энергии системы и ее устойчивому состоянию.

Если ферромагнетик внести во внешнее магнитное поле, то происходит ориентация магнитных моментов доменов (а не отдельных атомов и электронов, как в парамагнетике) вдоль поля. Это и приводит к намагничиванию ферромагнетика. Ориентацию магнитных моментов доменов можно нарушать тряской (ударами) и повышением температуры. Вот почему намагниченность ферромагнетика в этих случаях уменьшается.

*При  $T = T_C$  происходит разрушение доменов и ферромагнетик переходит в парамагнетик.*

## **§ 11.2. Явление электромагнитной индукции.**

### **Опыты Фарадея. Правило Ленца.**

### **Закон электромагнитной индукции**

В 1820 г. Х.Эрстед обнаружил магнитное поле электрического тока. В результате работ А.Ампера в 1820—1821 гг. была создана электродинамика. Но если электрические и магнитные явления взаимосвязаны, если вокруг проводника с током возникает магнитное поле, то естественно предположить, что в замкнутом проводнике под действием магнитного поля должен возникать электрический ток. Так думал М.Фарадей и в 1821 г. поставил перед собой задачу «превратить магнетизм в электричество».

10 лет потребовалось ученому, чтобы в результате упорных экспериментальных поисков решить эту задачу. В 1831 г. М.Фарадеем были открыты явление и закон электромагнитной индукции.

Рассмотрим опыты М.Фарадея (рис. 11.2.1).

1. На деревянный стержень намотаны две катушки. В цепь первой включена батарея и ключ  $K$ , вторая замкнута на гальванометр  $G$ . Оказалось, что при включении и выключении тока в 1-й катушке, во 2-й катушке возникал электрический ток, причем при замыкании ключа  $K$  он имел одно направление, при размыкании — противоположное. Ток, возникающий во 2-й катушке, был назван Фарадеем индукционным током, а само явление его возникновения — **электромагнитной индукцией**. Индукционный ток  $I_2$  во 2-й

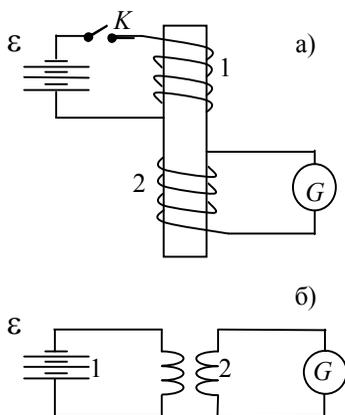


Рис. 11.2.1

катушке возникал и в том случае, если в 1-й катушке изменялся ток. Причем направление индукционного тока зависело от того, увеличивался или уменьшался ток  $I_1$ . Возник вопрос: «Что же является причиной возникновения индукционного тока — изменение тока  $I_1$  или изменение его магнитного поля?». Ответ на вопрос был дан новым опытом.

2. Брались две катушки: катушка 1 замыкалась на батарею, катушка 2 — на гальванометр. Если, не меняя тока  $I_1$ , изменять положение 2-й катушки относительно первой, то в катушке 2 возникает индукционный ток. При неизменном положении катушек индукционный ток  $I_2$  отсутствует. Следовательно, *причиной индукционного тока  $I_2$  является изменение магнитного поля, создаваемого током  $I_1$  и пронизывающего катушку 2*. Взяв полосовой магнит и перемещая его вдоль оси 2-й катушки (вводя и выводя), Фарадей обнаружил в ней возникновение индукционного тока  $I_2$  и окончательно убедился в ранее сделанном выводе. Поскольку при изменении магнитного поля изменяются обе характеристики —  $B$  и  $H$ , то возникает вопрос: изменением какой из них обусловлен индукционный ток? Ответ на этот вопрос можно получить, если деревянный сердечник в первом опыте Фарадея заменить железным. При всех прочих одинаковых условиях ток  $I_2$  при этом оказывается больше. Таким образом, *явление возникновения индукционного тока связано с изменением магнитной индукции*.

Так как ток проводимости в замкнутой цепи может возникнуть только под действием сторонних сил, это означает, что в переменном магнитном поле в замкнутом проводнике возникает электродвижущая сила — ЭДС электромагнитной индукции  $\mathcal{E}_i$ . В результате опытов М.Фарадеем было установлено, что

$$\mathcal{E}_i = k \frac{d\Phi_m}{dt},$$

т.е. электродвижущая сила электромагнитной индукции в контуре прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока  $\Phi_m$  сквозь поверхность, натянутую на контур (закон Фарадея). В системе СИ  $k = 1$ .

В 1834 г. Э.Ленц установил правило, согласно которому индукционный ток имеет такое направление, что своим магнитным полем препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток (правило Ленца). Условились считать, что

$\mathcal{E}_i > 0$ , если магнитный момент  $\vec{P}_m$  индукционного тока образует угол  $\alpha < \frac{\pi}{2}$  с линиями магнитной индукции поля, которое этот ток наводит. Если  $\alpha > \frac{\pi}{2}$ , то  $\mathcal{E}_i < 0$  (рис. 11.2.2).

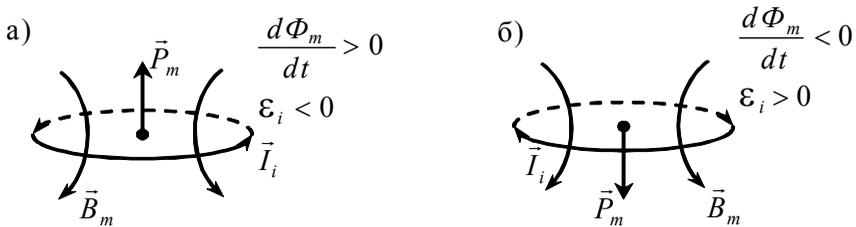


Рис. 11.2.2

Сопоставив этот результат с законом Фарадея, приходим к выводу, что  $k = -1$ . Таким образом,

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_m}{dt}$$

основной закон электромагнитной индукции, объединяющий закон Фарадея и правило Ленца. Заметим, что ЭДС индукции возникает не только в замкнутом проводнике, но и в отрезке провод-

ника, пересекающем при своем движении линии индукции магнитного поля.

В этом случае ЭДС индукции находится так же:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt},$$

но здесь  $d\Phi_m$  означает величину магнитного потока сквозь поверхность, прочерчиваемую проводником при его движении за бесконечно малый промежуток времени  $dt$ , а величину  $\frac{d\Phi_m}{dt}$  час-то называют скоростью пересечения проводником линий индукции магнитного поля.

### § 11.3. Самоиндукция.

#### ЭДС самоиндукции. Индуктивность

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из катушки  $K$ , резистора  $R$  и источника тока. Если в цепи менять ток  $I$  (например, с помощью резистора), то будет меняться и магнитный поток  $\Phi_m$ , пронизывающий катушку  $K$ . Следовательно, в катушке должен возникнуть индукционный ток. *Явление возникновения индукционного тока в контуре при изменении в нем основного тока называется самоиндукцией.*

$$\varepsilon_c = -\frac{d\Phi_{mc}}{dt},$$

где  $\varepsilon_c$  — ЭДС самоиндукции,  $\Phi_{mc}$  — поток самоиндукции. Можно показать, что  $\Phi_{mc} = LI$ , где  $I$  — ток в контуре,  $L$  — коэффициент самоиндукции или индуктивность контура. Тогда

$$\varepsilon_c = -\frac{d}{dt}(LI) = -L\frac{dI}{dt},$$

если индуктивность контура не изменяется. Из последних формул можно установить единицу измерения индуктивности:

$$[L] = \frac{1\text{Вб}}{1\text{А}} = \frac{1\text{В} \cdot \text{лс}}{1\text{А}} = 1\text{Гн (генри)}.$$

Индуктивность катушки зависит от ее формы, размеров, от материала, которым она заполнена. Индуктивность длинного

соленоида, например, вычисляется по формуле  $L = \mu\mu_0 n^2 V$ , где  $n$  — число витков на единицу длины,  $V = lS$  — объем соленоида,  $l$  — его длина,  $S$  — площадь, ограниченная одним витком.

*Наличие в электрических цепях индуктивности делает их более инертными, различные процессы в таких цепях идут медленнее. Индуктивность в электрических цепях играет такую же роль, какую играет масса в механических системах.* Например,

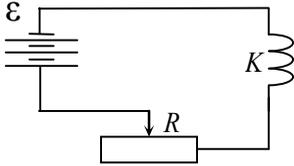


Рис. 11.3.1

при замыкании и размыкании электрических цепей ток в них устанавливается не мгновенно. Время его установления тем больше, чем больше индуктивность цепи. Закон изменения тока в такой цепи (рис. 11.3.1) можно найти из следующих соображений.

По закону Ома для полной цепи

$$I = \frac{\varepsilon + \varepsilon_c}{R} = \frac{\varepsilon - L \frac{dI}{dt}}{R},$$

где  $\varepsilon$  — алгебраическая сумма ЭДС источников, включенных в цепь,  $\varepsilon_c$  — ЭДС самоиндукции,  $R$  — электрическое сопротивление цепи.

При выключении цепи  $\varepsilon = 0$ . Следовательно,

$$I = -\frac{L}{R} \frac{dI}{dt}.$$

Разделив переменные, получим:

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt.$$

Тогда  $\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} \int_0^t dt$ . Откуда  $\ln \frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L} t$ .

Следовательно, при выключении источника ЭДС ток в цепи будет убывать по закону  $I = I_0 e^{-\frac{R}{L} t}$  (рис. 11.3.2 а).

При включении источника ЭДС ток в цепи увеличивается по закону  $I = I_0(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$  (рис. 11.3.2 б).

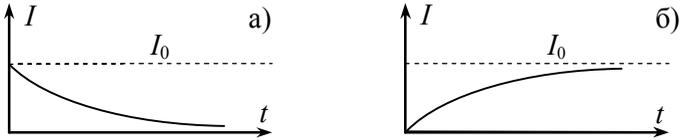


Рис. 11.3.2

### § 11.4. Энергия и плотность энергии магнитного поля

При возрастании тока в контуре в нем возникает ЭДС самоиндукции, которая препятствует увеличению тока. По закону Ома для такого контура

$$I = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_c}{R} = \frac{\mathcal{E} - L \frac{dI}{dt}}{R}, \quad \mathcal{E} = IR + L \frac{dI}{dt}.$$

Умножив обе части этого равенства на величину  $I dt$ , получим  $\mathcal{E} I dt = I^2 R dt + L I dI$ . Произведение  $\mathcal{E} I dt$  равно работе, совершаемой источником тока за время  $dt$ ;  $I^2 R dt$  — работа источника, расходуемая на нагревание проводников. Тогда величина  $L I dI$  представляет собой, очевидно, дополнительную работу источника тока, обусловленную индукционными явлениями. Чтобы увеличить ток в контуре с индуктивностью  $L$  от 0 до  $I$ , источник тока должен совершить работу

$$A = \int_0^I L I dI = \frac{L I^2}{2}.$$

Увеличение тока в проводнике приводит к усилению его магнитного поля, которое, как и электрическое, обладает энергией. Найденная нами дополнительная работа источника тока как раз и расходуется на изменение энергии магнитного поля. Поскольку при  $I = 0$  магнитное поле отсутствует, работа  $A$  равна энергии магнитного поля, т.е.

$$\frac{L I^2}{2} = W_m.$$

Для примера вычислим энергию магнитного поля соленоида. Его индуктивность  $L = \mu\mu_0 n^2 V$ . Следовательно,

$$W_m = \frac{\mu\mu_0 n^2 I^2 V}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2 V}{2}.$$

Так как магнитное поле длинного соленоида однородное, то плотность энергии его будет равна:

$$w'_m = \frac{W_m}{V} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}.$$

Если магнитное поле обладает энергией, то оно обладает и массой, т.е. магнитное поле является одним из видов материи. Если магнитное поле неоднородное, то энергию  $W_m$ , заключенную в некотором объеме  $V$ , можно найти путем вычисления интеграла:

$$W_m = \int_0^V w'_m dV = \int_0^V \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} dV.$$

## § 11.5. Переменный ток.

### Мгновенное, действующее и среднее значения

*Ток, величина и направление которого с течением времени изменяются, называется переменным.*

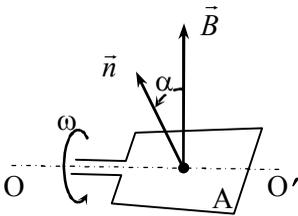


Рис. 11.5.1

Рассмотрим рамку  $A$  (рис. 11.5.1), которая может равномерно со скоростью  $\omega$  вращаться вокруг оси  $OO'$  в однородном магнитном поле. Если взять при  $t = 0$   $\alpha_0 = 0$ , то магнитный поток  $\Phi_m$ , пронизывающий рамку в любой момент времени, можно записать следующим образом:

$$\Phi_m = BS \cos \alpha = BS \cos \omega t,$$

где  $\alpha$  — угол между вектором  $\vec{B}$  и нормалью  $\vec{n}$  к рамке. Так как  $\Phi_m$  с течением времени изменяется, то в рамке возникает ЭДС индукции

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = BS\omega \sin \omega t = \mathcal{E}_0 \sin \omega t,$$

где  $\mathcal{E}_0 = BS\omega$  — максимальное (амплитудное) значение ЭДС.

Величина тока в рамке в данный момент времени (мгновенное значение тока) определится выражением:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}_0 \sin \omega t}{R} = I_0 \sin \omega t,$$

где  $I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{R} = \frac{BS\omega}{R}$  — максимальное

(амплитудное) значение тока. Его период

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu},$$

где  $\omega$  — циклическая частота,  $\nu$  — линейная частота. Заметим, что частота промышленного тока в России равна 50 Гц.

*Действующим (эффективным) значением  $I$  переменного тока называется значение такого постоянного тока, который производит такое же действие (тепловое, электромагнитное, механическое и др.), как и данный переменный ток.*

Найдем величину действующего значения переменного тока, используя закон Джоуля—Ленца. Для постоянного тока

$$Q = I^2 R t.$$

Для переменного тока

$$Q = \int_0^t i^2 R dt.$$

Пусть  $t = T$  — периоду переменного тока. Тогда

$$I^2 RT = \int_0^T i^2 R dt = \int_0^T I_0^2 R (\sin^2 \omega t) dt = \frac{1}{2} I_0^2 RT.$$

Решив это уравнение относительно  $I$ , получим:

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0,707 I_0.$$

Так действующее значение переменного тока связано с его амплитудным значением. Аналогичное соотношение справедливо

и для напряжений:  $U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$ .

Заметим, что электроизмерительные приборы в цепях переменного тока в большинстве случаев показывают именно дейст-

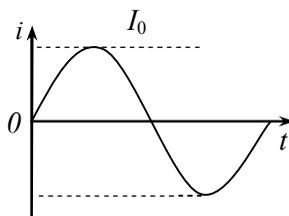


Рис. 11.5.2

вующее значение. От действующего значения переменного тока надо отличать его среднее значение  $I_{cp}$  (или  $\langle I \rangle$ ) за полпериода, так как за период оно равно нулю. По определению

$$I_{cp} = \frac{\sum i_k}{n}.$$

Следовательно, в пределе

$$I_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} i dt.$$

Вычисление интеграла дает

$$I_{cp} = \frac{2}{\pi} I_0 = 0,637 \cdot I_0.$$

В заключение еще раз обратим внимание на необходимость строго придерживаться введенных условных обозначений:  $i$ ,  $u$  — мгновенные значения тока и напряжения,  $I$ ,  $U$  — действующие значения,  $I_0$ ,  $U_0$  — амплитудные значения,  $I_{cp}$ ,  $U_{cp}$  — средние значения.

## § 11.6. Индуктивность и емкость в цепях переменного тока. Закон Ома. Мощность переменного тока

Рассмотрим цепь, изображенную на рисунке 11.6.1, где  $R$  — омическое сопротивление,  $L$  — индуктивность,  $\mathcal{E}$  — источник переменного напряжения. По закону Ома для такой цепи

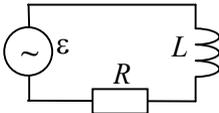


Рис. 11.6.1

$$i = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_c}{R},$$

откуда  $\mathcal{E} = iR - \mathcal{E}_c = U_R - \mathcal{E}_c$ . Пусть ток в цепи изменяется по закону  $i = I_0 \cos \omega t$ . Так как напряжение  $U_R$  на омическом сопротивлении находится в одинаковой фазе с током,  $U_R = I_0 R \cos \omega t$ . ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{di}{dt} = LI_0 \omega \sin \omega t = -LI_0 \omega \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}).$$

Следовательно,

$$\varepsilon = I_0 R \cos \omega t + LI_0 \omega \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}).$$

Для нахождения  $\varepsilon$  воспользуемся методом векторных диаграмм (рис. 11.6.2). Вектор  $\vec{I}_0$  будем вращать в плоскости XY вокруг начала координат 0 с угловой скоростью  $\omega$ . Угол поворота  $\omega t$  будем отсчитывать от оси X. Тогда отрезок  $OA = I_0 \cos \omega t = i$  определит мгновенное значение тока. Проекция вектора  $\vec{I}_0 R$  на ось X даст мгновенное значение

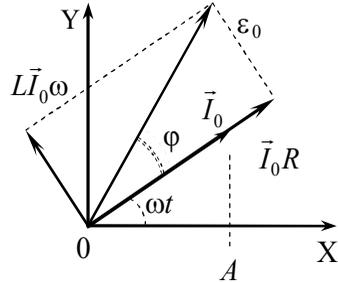


Рис. 11.6.2

напряжения на омическом сопротивлении. Вектор  $L\vec{I}_0\omega$  нужно отложить под углом  $\pi/2$  к вектору  $\vec{I}_0 R$ . Результирующий вектор  $\vec{\varepsilon}_0 = \vec{I}_0 R + L\vec{I}_0\omega$ . Проекция этого вектора на ось X даст мгновенное значение ЭДС источника:  $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos(\omega t + \varphi)$ . Как видно из чертежа, *в цепи с омическим сопротивлением R и индуктивностью L ток отстает по фазе от напряжения на угол  $\varphi$ .*

По теореме Пифагора из треугольника напряжений выражаем

$$\varepsilon_0^2 = I_0^2 R^2 + L^2 I_0^2 \omega^2.$$

Следовательно,

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} —$$

закон Ома для цепи переменного тока с омическим сопротивлением и индуктивностью. Аналогично он запишется и для действующих значений тока и напряжения. Величина  $X_L = \omega L$  называется индуктивным сопротивлением,  $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$  — полное сопротивление цепи. Следовательно,  $I_0 = \frac{\varepsilon_0}{Z}$ . Для сдвига фаз в этом случае имеем:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L}{R}, \text{ или } \cos \varphi = \frac{R}{Z}.$$

Рассмотрим цепь, состоящую из омического сопротивления  $R$ , конденсатора  $C$  и источника переменного напряжения  $\varepsilon$  (рис. 11.6.3). По закону Ома для такой цепи

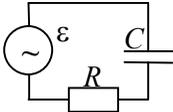


Рис. 11.6.3

$$i = \frac{\varepsilon + U_c}{R},$$

где  $U_c$  — напряжение на конденсаторе. Тогда  $\varepsilon = iR - U_c$ .

Пусть ток в цепи изменяется по закону  $i = I_0 \cos \omega t$ .

Сделав необходимые преобразования, получим:

$$\varepsilon = I_0 R \cos \omega t + \frac{I_0}{\omega C} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}).$$

Векторная диаграмма для этого случая представлена на рисунке 11.6.4. Как видно из рисунка, в цепи с омическим сопротивлением  $R$  и емкостью  $C$  ток опережает по фазе напряжение на угол  $\varphi$ , т.е.  $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos(\omega t - \varphi)$ . Из треугольника напряжений имеем:

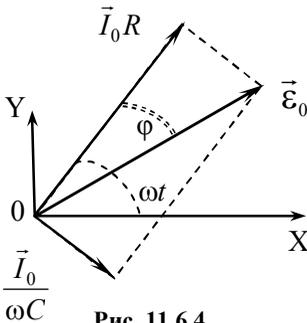


Рис. 11.6.4

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}},$$

где  $X_c = \frac{1}{\omega C}$  — емкостное сопротивление,

$Z = \sqrt{R^2 + (1/\omega C)^2}$  — полное сопротивление цепи.

Следовательно,

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{Z}; \operatorname{tg} \varphi = \frac{X_c}{R}; \cos \varphi = \frac{R}{Z}.$$

Рассмотрим цепь, состоящую из последовательно соединенных сопротивления, емкости и индуктивности, в которую подается переменное напряжение (рис. 11.6.5).

По закону Ома

$$i = \frac{\varepsilon + \varepsilon_c + U_c}{R},$$

откуда

$$\varepsilon = iR - \varepsilon_c - U_c.$$

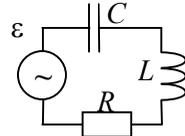


Рис. 11.6.5

Пусть ток в цепи изменяется по закону

$$i = I_0 \cos \omega t.$$

Тогда на основании вышеизложенного получим:

$$\varepsilon = I_0 R \cos \omega t + LI_0 \omega \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{I_0}{\omega C} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}).$$

Векторная диаграмма для этого случая показана на рисунке 11.6.6. Из треугольника напряжений для полной цепи переменного тока закон Ома запишется так:

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}},$$

где

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} —$$

полное электрическое сопротивление цепи,  $R$  — активное (омическое) сопротивление,

$X = X_L - X_C$  — реактивное сопротивление. Сдвиг фаз между током и напряжением в полной цепи переменного тока определяется выражением

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} = \frac{X}{R}, \text{ или } \cos \varphi = \frac{R}{Z}.$$

Если  $X_L > X_C$ , то  $\varphi > 0$  — напряжение обгоняет ток по фазе (ток отстает от напряжения); если  $X_L < X_C$ , то  $\varphi < 0$  — напряжение отстает по фазе от тока. При  $X_L = X_C$  сдвиг фаз между током и напряжением равен нулю.

Мгновенная мощность переменного тока, т.е. мощность в данный момент времени,  $P = iu$ , где  $i, u$  — мгновенные значения силы и напряжения переменного тока.

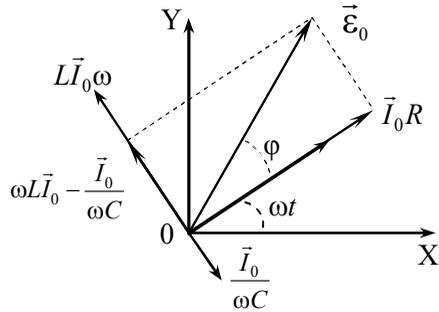


Рис. 11.6.6

Средняя мощность переменного тока за период может быть найдена так:

$$P_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T i u dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_0 \sin \omega t \cdot U_0 \sin(\omega t + \varphi) dt,$$

где  $\varphi$  — сдвиг фаз между током и напряжением.

Вычислив интеграл, получим:

$$P_{cp} = \frac{I_0 U_0}{2} \cos \varphi = IU \cos \varphi.$$

Множитель  $\cos \varphi$  называется коэффициентом мощности. В промышленных сетях коэффициент мощности стремятся сделать по возможности больше. Для этого необходимо уменьшить сдвиг фаз между током и напряжением, что достигается с помощью специальных устройств — компенсаторов.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое магнетики?
2. Какими двумя процессами обусловлено намагничивание веществ в магнитном поле?
3. Что такое вектор намагниченности и чему он равен?
4. Чему равно наведенное поле в магнетике? Как найти общее поле в магнетике?
5. По какому критерию вещества делятся на диа-, пара- и ферромагнетики?
6. Охарактеризуйте процесс намагничивания диа- и парамагнетиков.
7. Рассмотрите процесс намагничивания ферромагнетиков.
8. Что такое магнитный гистерезис? Начертите петлю гистерезиса и объясните суть процессов, соответствующих ее различным участкам.
9. Что такое домены? Что происходит в точке Кюри?
10. В чем состоит явление электромагнитной индукции? Когда и кем оно было открыто?
11. Сформулируйте и запишите закон электромагнитной индукции Фарадея.
12. Каким правилом определяется направление индукционного тока? Запишите закон электромагнитной индукции с учетом этого правила.
13. Что такое самоиндукция и индуктивность? Как проявляется индуктивность в электрических цепях?
14. Выведите формулу плотности энергии магнитного поля.
15. Какой ток называется переменным? Какие значения вводятся для его характеристики? Как они связаны между собой?
16. От чего зависит и как определяется сдвиг фаз между током и напряжением в цепях переменного тока?
17. Запишите закон Ома для полной цепи переменного тока и назовите все физические величины, входящие в него.
18. Как определяется средняя мощность переменного тока за период? Как можно увеличить коэффициент мощности?

## Глава 12

### ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

#### § 12.1. Колебательный контур. Собственные колебания. Формула Томсона

Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из последовательно соединенных конденсатора  $C$  и катушки индуктивности  $L$  (рис. 12.1.1). Будем полагать, что омическое сопротивление цепи  $R$  мало ( $R \rightarrow 0$ ). Замкнем ключ  $K$  на источник ЭДС и зарядим конденсатор (а). Отсоединим ключом  $K$  конденсатор от источника, не замкнув его пока на катушку (б). Таким образом, в начальный момент времени  $q = q_0$ ,  $I = 0$ , где  $q_0$  — максимальный заряд на конденсаторе.

В этом случае вся энергия системы — это энергия заряженного конденсатора, сосредоточенная в электрическом поле:

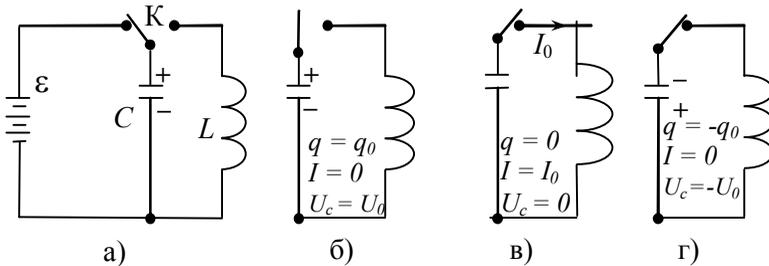


Рис. 12.1.1

$$W_{\text{э}} = \frac{CU_0^2}{2}, \quad U_0 = \frac{q_0}{C} \text{ —}$$

наибольшее значение напряжения на конденсаторе. Если затем ключ  $K$  замкнуть на катушку  $L$ , то конденсатор начнет разряжаться и в цепи возникнет электрический ток  $i = -\frac{dq}{dt}$  (знак «минус» означает, что заряд при этом уменьшается). При нарастании

тока в цепи возникает ЭДС самоиндукции  $\mathcal{E}_c$ , препятствующая этому процессу. Когда ток достигнет максимального значения  $I = I_0$ , заряд на конденсаторе окажется равным нулю ( $q = 0$ ) и вся энергия системы сосредоточится в магнитном поле катушки (в):

$$W_m = \frac{LI_0^2}{2}.$$

Достигнув максимума, ток начнет убывать, а возникшая при этом ЭДС самоиндукции будет стремиться его поддержать. Это приведет к тому, что конденсатор  $C$  перезарядится ( $q = -q_0$ ), и процесс начнет повторяться (г).

*Периодические процессы превращения энергии электрического поля в энергию магнитного поля и обратно называют электромагнитными (электрическими) колебаниями. Устройство, состоящее из индуктивности  $L$  и емкости  $C$ , называется колебательным контуром. Если  $R \rightarrow 0$ , то колебания могут происходить бесконечно долго. Это свободные незатухающие (собственные) колебания. Время одного полного колебания называется периодом  $T$ . Для получения уравнения собственных электромагнитных колебаний и их периода запишем для колебательного контура закон Ома:*

$$i = \frac{U_c + \mathcal{E}_c}{R},$$

где  $U_c = \frac{q}{C}$  — напряжение на конденсаторе,  $\mathcal{E}_c = -L \frac{di}{dt}$  — ЭДС самоиндукции. Учитывая, что

$$i = -\frac{dq}{dt} \text{ и } R = 0,$$

получим:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0. \quad (1)$$

Это дифференциальное уравнение второго порядка, совершенно аналогичное уравнению собственных механических колебаний

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0,$$

решением которого является выражение  $x = x_0 \cos \omega_0 t$ , где  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  — собственная частота. Следовательно, решение уравнения (1) можно записать так:  $q = q_0 \cos \omega_0 t$ , где  $q_0 = U_0 C$  — амплитудное значение заряда,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$  — собственная частота колебаний. Тогда закон изменения тока будет

$$i = -\frac{dq}{dt} = q_0 \omega_0 \sin \omega_0 t = I_0 \sin \omega_0 t,$$

где  $I_0 = q_0 \omega_0$  — амплитудное значение тока. Период собственных колебаний

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}.$$

*Эта формула была получена в 1853 г. В.Томсоном (формула Томсона).*

## § 12.2. Затухающие электромагнитные колебания

*Если омическое сопротивление контура не равно нулю, то часть энергии электромагнитных колебаний будет выделяться в виде тепла. Это приведет к уменьшению энергии электромагнитного поля, и колебания в контуре будут затухающими. Из закона Ома для колебательного контура*

$$i = \frac{U_c - L \frac{di}{dt}}{R} = \frac{q}{C} + L \frac{d^2 q}{dt^2}$$

получим дифференциальное уравнение свободных затухающих электромагнитных колебаний:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0.$$

Сопоставим его с дифференциальным уравнением затухающих механических колебаний:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = 0,$$

решение которого имеет такой вид:

$$x = x_0 e^{-\frac{r}{2m}t} \cos \omega t,$$

где

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}.$$

По аналогии уравнение затухающих электромагнитных колебаний можно записать так:

$$q = q_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \cos \omega t,$$

где  $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$  — циклическая частота затухающих колебаний,  $\sqrt{\frac{1}{LC}} = \omega_0$  — собственная частота контура,  $\beta = \frac{R}{2L}$  — коэффициент затухания.

Из уравнения видно, что амплитуда затухающих колебаний убывает по закону экспоненты.

Для периода затухающих колебаний имеем:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} > \frac{2\pi}{\omega_0} = T_0.$$

Как видно, период затухающих колебаний больше периода собственных колебаний контура, а частота — меньше. Если выражение под корнем будет очень малым, то  $T \rightarrow \infty$ . Это означает, что колебания будут апериодическими, и система, выведенная из положения равновесия, будет медленно в него возвращаться. Это будет иметь место, если

$$\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2} = 0, \text{ т.е. } R = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2R_B,$$

где  $R_B = \sqrt{\frac{L}{C}}$  — волновое сопротивление контура.

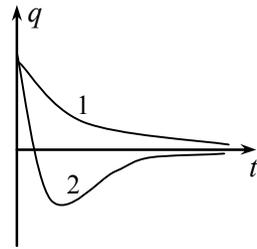


Рис. 12.2.1

Таким образом, если омическое сопротивление контура равно его удвоенному волновому сопротивлению, то в таком контуре колебания происходят не будут (рис. 12.2.1).

### § 12.3. Вынужденные электромагнитные колебания. Резонанс

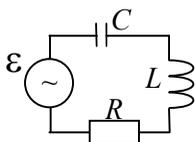


Рис. 12.3.1

Для того чтобы колебания в реальном контуре были незатухающими, их энергию надо периодически пополнять за счет внешнего источника. Такие колебания называются вынужденными.

Пусть внешняя ЭДС изменяется по закону  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \omega t$ . Тогда дифференциальное уравнение вынужденных колебаний может быть записано так:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}_0 \cos \omega t .$$

Поскольку мы имеем полную цепь переменного тока (рис. 12.3.1), то решением этого дифференциального уравнения по току будет выражение

$$i = I_0 \cos(\omega t - \varphi) ,$$

где  $\varphi$  — сдвиг фаз между током и внешней ЭДС

$$\left( \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right) .$$

Из закона Ома для цепи переменного тока

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

следует, что при  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$  ток достигает максимального значения

$I_m = \frac{\mathcal{E}_0}{R}$ . Явление резкого возрастания силы тока в колебательном

контура называется резонансом. Из условия наступления резонанса  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$  следует, что  $\omega_p = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \omega_0$  и не зависит от  $R$ .

Таким образом, резонанс в электрической цепи переменного тока наступает, если частота вынуждающей ЭДС равна собственной частоте колебательного контура. При резонансе сдвиг фаз между током и напряжением равен нулю. Так как ток при резонансе максимален, то максимальными будут напряжения на омическом, индуктивном и емкостном сопротивлениях:

$$U_R = I_m R; U_L = I_m X_L; U_C = I_m X_C.$$

Вот почему резонанс в контуре, состоящем из последовательно соединенных сопротивления, индуктивности и емкости, называют резонансом напряжений (последовательным резонансом). При параллельном соединении  $L$  и  $C$  ток  $I$  во внешней неразветвленной цепи при частоте вынуждающей ЭДС  $\omega = \omega_0$  будет минимальным ( $I \rightarrow 0$ ). Это резонанс токов (параллельный резонанс).

#### § 12.4. Уравнения Максвелла. Электромагнитное поле

На основе теоремы Остроградского—Гаусса, закона полного тока и закона электромагнитной индукции можно по заданному распределению зарядов и токов вычислить созданные ими в каждой точке пространства электрические и магнитные поля. В 60-х годах XIX в. Д. Максвелл обобщил эти законы и разработал теорию электромагнитного поля. Теория Максвелла позволила охватить широкий круг явлений, начиная от электростатического поля и заканчивая светом. Она является макроскопической теорией, ибо в ней рассматриваются поля, создаваемые зарядами и токами в пространствах, значительно превышающих размеры атомов и молекул. Сами заряды и токи тоже макроскопические. Электрические и магнитные свойства среды в теории Максвелла характеризуются величинами  $\gamma$ ,  $\epsilon$ ,  $\mu$  — удельной электрической проводимостью, относительной диэлектрической и относительной магнитной проницаемостью (соответственно). Природа этих величин, т.е. физические процессы, происходящие в проводни-

ках, диэлектриках и магнетиках, теорией Максвелла не рассматриваются.

*Основу теории Максвелла составляют два уравнения. Первое уравнение Максвелла стало обобщением закона электромагнитной индукции Фарадея. Как известно, ЭДС индукции выражается формулой*

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S B_n ds.$$

ЭДС индукции — это сторонняя ЭДС. Она не зависит ни от свойств проводника, ни даже от его наличия. Она не связана ни с химическими, ни с тепловыми процессами, ни с магнитными силами, потому что магнитные силы над зарядами в неподвижном проводнике совершить работу не могут. Остается предположить, что ЭДС индукции обусловлена электрическим полем. Следовательно, как для всякой сторонней ЭДС,

$$\mathcal{E}_i = \oint_l \vec{E}_i dl,$$

где  $\vec{E}$  — напряженность электрического поля. Отсюда

$$-\frac{d\Phi_m}{dt} = \oint_l \vec{E}_i dl.$$

Д.Максвелл предположил, что *переменное магнитное поле создает в любой точке пространства вихревое электрическое поле, независимо от того, находится в этой точке проводник или нет. Это последнее равенство, обобщенное таким образом, и называется первым уравнением Максвелла. Вихревое электрическое поле отличается от электростатического тем, что его силовые линии замкнуты; электростатическое же поле — поле неподвижных зарядов — является потенциальным; его силовые линии незамкнуты. Дальнейшее предположение Д.Максвелла состояло в том, что вихревое электрическое поле создает в окружающем пространстве изменяющееся магнитное поле. Но, как известно, магнитное поле создается током. Следовательно, вихревое электрическое поле можно рассматривать как ток, который может протекать в вакууме и в диэлектрике. Этот ток Д.Максвелл назвал током смещения. То есть ток смещения явля-*

ется количественной характеристикой магнитного действия вихревого переменного электрического поля.

Магнитное поле тока смещения было изучено в опытах А.А.Эйхенвальда. Суть их состояла в следующем. Диск  $N$  из диэлектрика вращался вокруг вертикальной оси  $OO'$  между обкладками конденсатора  $a, b, c, d$  (рис. 12.4.1). Как видно, обе половины

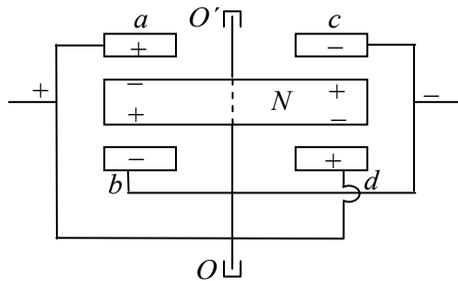


Рис. 12.4.1

диска поляризованы в противоположных направлениях. При вращении диска и переходе его частей от пластин  $a—b$  к пластинам  $c—d$  происходит их переполаризация — направление вектора поляризации меняется на противоположное. То есть при вращении диска  $N$  в нем возникает ток поляризации, направленный параллельно оси вращения. Он обусловлен упорядоченным смещением в микрообъемах электрических зарядов и поворотом диполей в диэлектрике. Магнитное поле этого тока обнаруживается по его действию на магнитную стрелку. Ток поляризации является частью тока смещения. До Д.Максвелла считалось, что только цепи постоянного тока должны быть замкнутыми. Что касается цепей переменного тока, то наличие в них тока не требует замкнутости цепи. Конденсатор в цепи постоянного тока означал и означает ее разрыв, и тока в такой цепи не может быть (за исключением короткого момента включения). Конденсатор в цепи переменного тока означал, что ток протекает по проводнику, подведенному к обкладкам, и не проходит через диэлектрик, т.е. цепь не замкнута. По Д.Максвеллу, цепи любых непостоянных токов тоже замкнуты. Замкнутость их обусловлена токами смещения.

Рассмотрим цепь, состоящую из генератора переменного тока и конденсатора (рис. 12.4.2). Генератор заряжает и перезаряжает конденсатор. Заряд конденсатора  $q = CU$ , его емкость в случае плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}.$$

Зарядный ток  $i$ , протекающий через конденсатор,— это ток смещения. Следовательно,

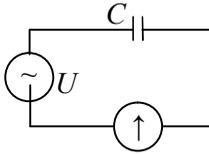


Рис. 12.4.2

$$i_{см} = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(CU) = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \frac{dU}{dt}.$$

Тогда плотность тока смещения

$$j_{см} = \frac{i}{S} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{d}{dt} \left( \frac{U}{d} \right) = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 dE}{dt} = \frac{dD}{dt}.$$

Так как

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \text{ то } \vec{j}_{см} = \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} + \frac{d\vec{P}}{dt}.$$

Таким образом, ток смещения в диэлектрике состоит из двух частей. Первая из них не связана со смещением зарядов в диэлектрике, она существует и в вакууме и определяется скоростью изменения напряженности электрического поля. Вторая представляет собой ток поляризации. Следовательно, в закон полного тока, кроме тока проводимости и конвекционного тока, должен входить и ток смещения, т.е.

$$\oint_l H_l dl = I_{пр} + I_{конв} + I_{см}.$$

Это равенство и называется вторым уравнением Максвелла.

Полная система уравнений Максвелла состоит из четырех уравнений:

$$-\frac{d\Phi_m}{dt} = \oint_l E_l dl; \quad (1)$$

$$\oint_l H_l dl = \sum I_k; \quad (2)$$

$$\oint_S D_n dS = \sum q_k; \quad (3)$$

$$\oint_S B_n dS = 0 \quad (4)$$

и трех соотношений:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}; \quad \vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}; \quad \vec{j} = \gamma \vec{E}.$$

Из изложенного ясно, что электрическое и магнитное поля взаимосвязаны. Их совокупность образует электромагнитное

*поле.* Следует заметить, что в разных системах отсчета оно может проявляться по-разному. В частности, одно из полей (электрическое или магнитное) может отсутствовать в одной системе отсчета и присутствовать в другой. Например, электростатическое поле создается неподвижными зарядами. Но заряды, неподвижные относительно одной системы, могут двигаться относительно другой и, следовательно, порождать не только электрическое, но и магнитное поле. Неподвижный провод с постоянным током создает в окружающем пространстве постоянное магнитное поле. Но в движущихся относительно него системах отсчета он будет создавать изменяющееся магнитное поле, которое приведет к появлению вихревого электрического. Таким образом, *поле, которое относительно некоторой системы является только электрическим или только магнитным, относительно других систем отсчета будет представлять их совокупность, т.е. электромагнитное поле. В этом и состоит относительный характер электрического и магнитного полей как составляющих единого электромагнитного поля.*

### **§ 12.5. Волновое уравнение. Плоская электромагнитная волна. Электромагнитная природа света**

Пусть имеется источник, совершающий гармонические колебания в упругой среде. Колебания от источника будут распространяться в виде механических волн. В случае плоской монохроматической волны, распространяющейся вдоль оси  $Ox$ , ее уравнение можно записать так:

$$y = A \sin(\omega t - kx), \quad (1)$$

где  $y$  — смещение колеблющейся точки от положения равновесия,  $\omega$  — циклическая частота колебаний,  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$  — волновое число,  $v$  — фазовая скорость волны,  $x$  — расстояние от источника до колеблющейся точки среды. Найдем первую и вторую частные производные от  $y$  по времени, считая  $x$  неизменной величиной:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = A\omega \cos(\omega t - kx) \text{ — скорость колеблющейся точки.}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -A\omega^2 \sin(\omega t - kx) = -\omega^2 y \quad \text{— ускорение колеблющейся}$$

точки. Найдем частные производные (первую и вторую) от  $y$  по  $x$ , считая  $t$  постоянным:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -Ak \cos(\omega t - kx);$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 A \sin(\omega t - kx) = -k^2 y = -\frac{\omega^2}{v^2} y = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}.$$

Таким образом,

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}.$$

Это уравнение называется волновым. Его решением является уравнение (1).

Вернемся к теории электромагнитного поля Максвелла. Ее суть можно сформулировать так: *переменное магнитное поле создает в любой точке пространства вихревое электрическое поле, которое, в свою очередь, приводит к возникновению переменного магнитного поля.* Это означает, что если возбудить с помощью колеблющихся зарядов (например, с помощью искрового разряда) переменное электрическое поле, то в окружающем пространстве возникнут последовательные превращения электрического и магнитного полей, т.е. электромагнитные колебания. Они будут распространяться от точки к точке. *Электромагнитные колебания (возмущения), распространяющиеся в пространстве, называются электромагнитными волнами.* Утверждение о существовании электромагнитных волн непосредственно вытекает из уравнений Максвелла.

Связь между векторами  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  и их зависимость от координат и времени дается уравнениями Максвелла в дифференциальной форме. В простейшем случае их можно записать так:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 H_y}{\partial x_2} = \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2}.$$

Как видно, они представляют собой типичные волновые уравнения. В этих уравнениях  $E_z$  — проекция вектора напряженности электрического поля на ось  $OZ$ ,  $H_y$  — проекция вектора напря-

женности магнитного поля на ось OY,  $c$  — электродинамическая постоянная:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с},$$

т.е. она оказалась равной скорости света в вакууме. Из сравнения этих уравнений с волновым уравнением для механической волны следует, что скорость распространения электромагнитной волны

$$v = \sqrt{\frac{c^2}{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}}.$$

Для вакуума  $\epsilon = 1$ ,  $\mu = 1$ , следовательно,  $v = c$ , т.е. скорость электромагнитной волны в вакууме равна скорости света в вакууме. Значит, свет представляет собой электромагнитные волны. Так был сделан вывод об электромагнитной природе света.

Поскольку  $v = \frac{c}{n}$ , где  $n$  — показатель преломления среды, то

$n = \sqrt{\epsilon \mu}$  — закон Максвелла. Так как для диэлектриков  $\mu = 1$ , то  $n = \sqrt{\epsilon}$ . Поскольку  $\epsilon$  зависит от частоты  $\nu$  колебаний, то во всех средах, кроме вакуума, должно наблюдаться явление дисперсии, т.е. зависимость скорости распространения света от частоты. Это подтверждается на опыте. Решением приведенных волновых уравнений является уравнение плоской монохроматической электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси OX.

$$E_z = E_0 \sin(\omega t - kx); \quad H_y = H_0 \sin(\omega t - kx).$$

Следует обратить внимание, что колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят в одной фазе. Амплитуды их связаны соотношением  $\epsilon \epsilon_0 E_0^2 = \mu \mu_0 H_0^2$  (это равенство выполняется и для мгновенных значений). Векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  перпендикулярны между собой и перпендикулярны скоро-

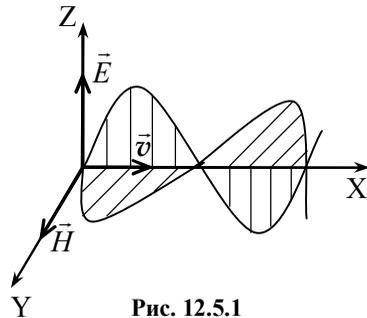


Рис. 12.5.1

сти распространения волны  $\vec{v}$ . Значит, электромагнитная волна — это поперечная волна. Направление векторов  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и  $\vec{v}$  связаны правилом буравчика (рис. 12.5.1).

### § 12.6. Открытие и экспериментальное исследование электромагнитных волн. Шкала электромагнитных излучений

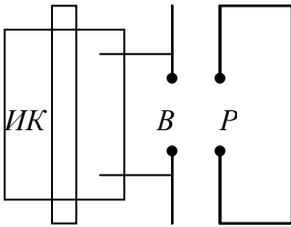


Рис. 12.6.1

Электромагнитные волны были открыты Г.Герцем в 1888 г. Для их получения ученый в 1887 г. сконструировал генератор электромагнитных колебаний — вибратор Герца ( $B$ ) — и предложил метод их обнаружения — резонатор Герца ( $P$ ) (рис. 12.6.1). Вибратор Герца представляет собой два стержня с металлическими шариками на концах, разделенных искровым промежутком. При подаче на шарики высокого напряжения от индукционной катушки между ними проскакивала искра, т.е. возникали высокочастотные затухающие электромагнитные колебания. Улавливались они с помощью резонатора Герца, состоящего из рамки с искровым промежутком и находящегося на некотором расстоянии от вибратора. Проскакивание искры в резонаторе свидетельствовало о приеме им электромагнитных колебаний вибратора, распространяющихся в виде электромагнитных волн. В опытах Герца длина электромагнитных волн лежала в пределах 0,6—10 м. Помещая вибратор в фокус параболического зеркала, Г.Герц получал направленные электромагнитные волны. С помощью больших металлических зеркал и асфальтовой призмы (высотой более 1 м и массой около 1200 кг) Г.Герц показал, что отражение и преломление электромагнитных волн подчиняется законам оптики для света. Получив стоячую волну наложением падающей и отраженной волн, Г.Герц определил скорость электромагнитной волны  $v = \lambda \nu$ . Она оказалась близкой к  $c$  — скорости света в вакууме. Пропуская электромагнитные волны через решетку из параллельных медных проволок, Г.Герц доказал их поперечность. Исследовал ученый

интерференцию и дифракцию электромагнитных волн. В результате опытов Герца была экспериментально подтверждена теория электромагнитного поля Максвелла и электромагнитная природа света.

Большой вклад в изучение свойств света внес П.Н.Лебедев со своими учениками. В 1894 г. им были получены электромагнитные волны длиной  $\lambda = 6$  мм, обнаружено их двойное преломление в кристаллах. В 1899 г. он измерил световое давление на твердые тела, а в 1907—1910 гг. — на газы.

В 1896 г. А.С.Попов впервые с помощью электромагнитных волн передал радиограмму на расстояние 250 м. Она состояла из двух слов: «Генрих Герц». Этим было положено начало беспроводному телеграфу.

Еще раньше, в мае 1895 г., грозоотметчик А.С.Попова положил начало радио.

Не претендуя на полноту и большую точность, ниже приведена шкала электромагнитных излучений.

Таблица

Вид излучения		$\lambda$ , м	$\nu$ , Гц
Радиоволны	1. Сверхдлинные волны (ОНЧ)	$>10^4$	$<3 \cdot 10^4$
	2. Длинные, средние и короткие волны (НЧ, СЧ, ВЧ)	$10^4 — 10^1$	$3 \cdot 10^4 — 3 \cdot 10^7$
	3. Метровые-субмиллиметровые волны (ОВЧ–ГВЧ)	$10^1 — 5 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^7 — 6 \cdot 10^{12}$
Оптическое излучение (свет)	4. Инфракрасное излучение (ИК)	$10^{-3} — 0,76 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{11} — 4 \cdot 10^{14}$
	5. Видимый свет	$0,76 \cdot 10^{-6} — 0,38 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{14} — 8 \cdot 10^{14}$
	6. Ультрафиолетовое излучение (УФ)	$0,38 \cdot 10^{-6} — 10^{-8}$	$8 \cdot 10^{14} — 3 \cdot 10^{16}$
	7. Рентгеновское излучение	$10^{-8} — 10^{-12}$	$3 \cdot 10^{16} — 3 \cdot 10^{20}$
	8. Гамма-излучение	$<10^{-10}$	$>3 \cdot 10^{18}$

## § 12.7. Плотность потока энергии электромагнитной волны

Электромагнитные волны переносят энергию. Энергия, переносимая волной через единичную площадку в единицу времени, называется плотностью потока энергии:

$$\Pi = \frac{dW}{dS \cdot dt}.$$

Если плотность энергии в волне равна  $w'$ , то за время  $dt$  через площадку  $dS$  будет перенесена энергия

$$dW = v \cdot dt \cdot dS \cdot w',$$

где  $v$  — скорость волны. Тогда  $\Pi = w' \cdot v$ .

Плотность энергии электромагнитного поля  $w'$  складывается из плотности энергии электрического и плотности энергии магнитного полей, т.е.

$$w' = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

Так как  $\varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2$ , то это означает, что плотности энергии электрического и магнитного полей волны одинаковы в каждый момент времени, т.е.  $w' = 2w'_{\text{э}} = 2w'_{\text{м}} = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2$ .

Тогда

$$w' = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E \cdot \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E \cdot \sqrt{\mu\mu_0} H = \frac{1}{v} EH.$$

Следовательно,  $\Pi = w' \cdot v = EH$ . Поскольку энергия переносится в направлении вектора  $\vec{v}$ , а векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  взаимно перпендикулярны и перпендикулярны вектору  $\vec{v}$ , то последнее равенство можно записать в векторной форме:

$$\vec{\Pi} = [\vec{E} \cdot \vec{H}].$$

Вектор  $\vec{\Pi}$  называется вектором Умова—Пойнтинга (иногда его называют вектором Пойнтинга).

Заметим, что значение  $w'$  в каждой точке поля периодически колеблется с частотой

$$v' = 2\nu = \frac{\omega}{\pi}$$

в пределах от 0 до  $w'_{\max} = \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2$ . Период  $T' = \frac{\pi}{\omega}$ .

В случае плоской линейно поляризованной монохроматической волны

$$E = E_0 \sin(\omega t - kx), \quad w' = \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 \sin^2(\omega t - kx).$$

Тогда

$$w'_{\text{cp}} = \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2.$$

Аналогично изменяется и величина  $\Pi$ : от 0 до  $\Pi_{\max} = E_0 H_0$  с частотой  $2\nu$ .

$$\Pi_{\text{cp}} = \frac{1}{2} E_0 H_0.$$

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какое устройство называется колебательным контуром? Чему равна собственная частота  $\omega_0$  колебательного контура?

2. Каким уравнением описываются собственные электромагнитные колебания в колебательном контуре? Что дает его решение?

3. Запишите уравнение затухающих электромагнитных колебаний и его решение. Охарактеризуйте величины, входящие в него.

4. Запишите уравнение вынужденных электромагнитных колебаний и его решение. Что означает резонанс напряжений в колебательном контуре? Когда он наступает и в чем проявляется?

5. В чем состоит физическая сущность теории электромагнитного поля Максвелла? Запишите главные уравнения этой теории в интегральном виде.

6. Какие следствия вытекали из теории Максвелла? Кем и как они были экспериментально подтверждены?

7. Рассмотрите внимательно шкалу электромагнитных излучений.

8. Чему равна плотность энергии электромагнитного поля? Что такое вектор Умова—Пойнтинга? Чему равны средние значения плотности энергии и плотности потока энергии электромагнитной волны?

## Вопросы к экзамену (зачету) по электромагнетизму

1. Два рода электричества. Дискретность электрического заряда. Элементарный заряд. Закон сохранения электрического заряда.
2. Закон Кулона и границы его применимости.
3. Электростатическое поле и его силовые характеристики. Напряженность поля точечного заряда. Принцип суперпозиции.
4. Теорема Остроградского—Гаусса и ее частные случаи.
5. Работа по перемещению заряда в электростатическом поле. Циркуляция вектора напряженности. Потенциальный характер электростатического поля.
6. Потенциал. Потенциал поля точечного заряда и системы зарядов.
7. Связь между напряженностью и потенциалом. Использование этой связи для нахождения потенциала.
8. Емкость. Емкость плоского и сферического конденсаторов. Соединение конденсаторов в батарее и их емкость.
9. Диэлектрики. Виды диэлектриков. Поляризация диэлектриков. Поле в диэлектрике.
10. Энергия системы зарядов и заряженного проводника.
11. Энергия заряженного конденсатора. Энергия и плотность энергии электростатического поля.
12. Постоянный электрический ток. Сила и плотность тока. Закон Ома для однородного участка цепи.
13. Сопротивление. Удельное сопротивление. Зависимость сопротивления от температуры. Соединение сопротивлений и расчет сопротивления батарей.
14. Источники тока. ЭДС. Закон Ома для полной цепи постоянного тока.
15. Закон Ома в дифференциальной и обобщенной формах.
16. Работа и мощность тока. Закон Джоуля—Ленца в интегральной и дифференциальной формах.
17. Природа электрического тока в металлах. Основные положения классической теории электропроводности металлов, ее успехи и трудности.

18. Магнитное поле тока. Силовые линии. Индукция и напряженность. Вихревой характер магнитного поля.

19. Закон Био—Савара—Лапласа и его частные случаи.

20. Закон Ампера в интегральной и дифференциальной формах. Направление силы Ампера. Взаимодействие двух параллельных токов.

21. Магнитный поток и его вычисление. Работа перемещения проводника и контура с током в магнитном поле.

22. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле. Сила Лоренца. Ее величина и направление.

23. Явление электромагнитной индукции (опыты Фарадея). ЭДС индукции. Правило Ленца.

24. Самоиндукция и индуктивность. Проявление индуктивности в электрических цепях.

25. Энергия и плотность энергии магнитного поля.

26. Взаимодействие магнитного поля с веществом. Вектор намагниченности. Магнитное поле в веществе.

27. Диа-, пара-, ферромагнетики и их свойства.

28. Переменный ток. Получение переменной ЭДС. Мгновенное, среднее и действующее значения переменного тока. Работа и мощность переменного тока.

29. Сопротивление, индуктивность и емкость в цепи переменного тока. Векторная диаграмма. Закон Ома. Резонанс напряжений.

30. Электрический колебательный контур. Собственные колебания. Формула Томсона.

31. Затухающие колебания. Уравнение, график и характеристики.

32. Электромагнитное поле. Уравнения Максвелла в интегральной форме. Физическая сущность теории Максвелла.

33. Волновое уравнение. Уравнения Максвелла в дифференциальной форме и следствия из них.

34. Экспериментальное открытие и исследование электромагнитных волн.

35. Уравнение плоской электромагнитной волны и ее характеристики. Шкала электромагнитных излучений.

36. Плотность энергии электромагнитного поля. Поток и плотность потока энергии электромагнитного поля.

37. Проводник в электростатическом поле. Электростатическая индукция.

38. Рамка с током в магнитном поле, магнитный и механический моменты.

39. Циркуляция вектора  $\vec{H}$  по замкнутому контуру. Закон полного тока в интегральном и дифференциальном виде.

## Раздел IV

# ОПТИКА. ОСНОВЫ АТОМНОЙ И ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

---

---

### Глава 13.

## ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ И ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

### § 13.1. Основные законы геометрической оптики. Зеркала, линзы, призмы

Оптика — это наука о свете. Оптика, основанная на представлении о световых лучах, называется геометрической. Под световыми лучами понимаются нормали к волновым поверхностям, вдоль которых распространяется лучистая энергия. Основные законы геометрической оптики (закон прямолинейного распространения света; закон независимости световых пучков; закон отражения света; закон преломления света) были известны задолго до установления природы света.

Закон прямолинейного распространения света утверждает, что свет в *оптически однородной среде распространяется прямолинейно*. Доказательством его справедливости служит наличие резких границ теней. Если свет проходит через очень малые отверстия, то этот закон нарушается.

Закон независимости световых пучков означает, что *действие данного светового пучка не зависит от наличия других световых пучков*. Результирующее действие световых пучков равно сумме их действий.

Оптическая плотность среды характеризуется абсолютным (или просто) показателем преломления  $n$ :  $n = c/v$ , где  $v$  — скорость распространения света в данной среде,  $c$  — скорость света в вакууме ( $c = 3 \cdot 10^8$  м/с). Напомним, что первые измерения скорости света были сделаны: в 1676 г. О.Рёмер (астрономический

метод); в 1849 г. И.Физо (в пределах Земли); в 1892 г. Л.Фуко (в других средах, т.е. не в воздухе).

Закон отражения: *отраженный луч  $1'$  лежит в одной плоскости с падающим лучом  $1$  и перпендикуляром, проведенным к границе раздела двух сред в точке падения; угол отражения  $i_1'$  равен углу падения  $i_1$*  (рис. 13.1.1).

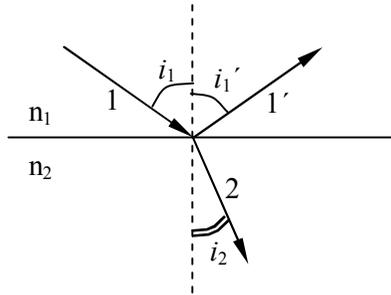


Рис. 13.1.1

Закон преломления: *луч падающий  $1$ , луч преломленный  $2$  и перпендикуляр, проведенный к границе раздела в точке падения, лежат в одной плоскости; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных сред:*

*сред:  $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$ , где  $n_{21}$  — относительный показатель преломления второй среды относительно первой* (рис. 13.1.1). Так как  $n = c/v$ , то чем больше  $n$ , тем меньше  $v$ .

Закон преломления можно записать симметричным выражением:  $n_1 \cdot \sin i_1 = n_2 \cdot \sin i_2$  (1), из которого вытекает обратимость световых лучей. Если луч 2 будет падающим, то луч 1 будет преломленным. Кроме того, если  $n_1 < n_2$ , то  $i_1 > i_2$ : преломленный луч прижимается к перпендикуляру.

Рассмотрим случай, когда  $n_1 > n_2$  (первая среда оптически более плотная, рис. 13.1.2)

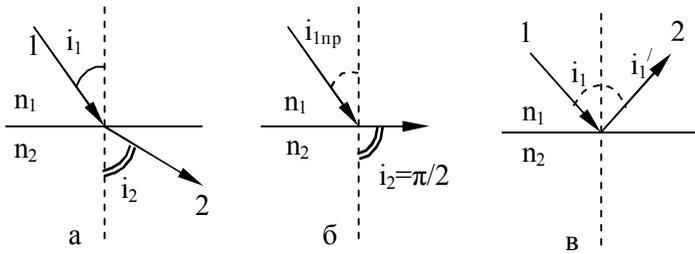


Рис. 13.1.2

В этом случае  $i_2 > i_1$  (а). С увеличением угла  $i_1$  угол  $i_2$  будет расти до тех пор, пока при  $i_1 = i_{\text{пр}}$  не станет равным  $\pi/2$  (преломлённый луч скользит по поверхности раздела сред (б)). Угол  $i_{\text{пр}}$  называется предельным углом. Если угол падения  $i_1 > i_{\text{пр}}$ , то преломленного луча не будет, весь падающий свет будет отражаться (в). Это явление называется явлением полного внутреннего отражения.

Из соотношения 1 вытекает:  $\sin i_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$  — условие наступления полного внутреннего отражения. Данное явление широко используется в призмах для поворота луча на  $90^\circ$ , для поворота изображения, для обмена лучей местами (рис. 13.1.3 а, б, в).

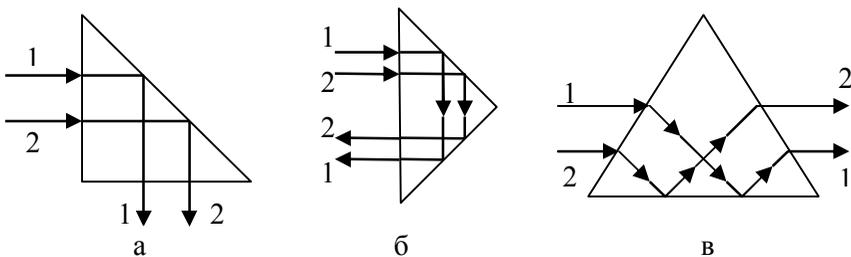


Рис. 13.1.3

Такие призмы применяются в различных оптических приборах (бинокли, перископы, рефрактометры и др.) Явление полного внутреннего отражения используется также в световодах (светопроводах), позволяющих как угодно изменять путь светового

пучка. Световод представляет собой произвольным образом изогнутую нить (волокно) из оптически прозрачного материала. Световедущая жила (сердцевина) стеклянного волокна окружается оболочкой из стекла с меньшим показателем преломления. Если свет падает на торец световода под углом, большим предельного, то он на границе сердцевина—оболочка испытывает полное внутреннее отражение и распространяется только по сердцевине. Вопросами передачи света по световодам занимается волоконная оптика.

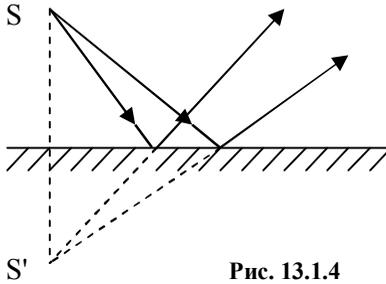
Одним из важных положений геометрической оптики является принцип Ферма (1662 г.): *из всех возможных путей между двумя точками свет проходит по тому, время прохождения по которому наименьшее (принцип наименьшего времени)*. Из этого принципа вытекают законы распространения, отражения и преломления света.

В XVIII веке были высказаны две точки зрения на природу света. По И.Ньютону (1672 г.) свет — это поток прямолинейно летящих частиц вещества (корпускул). На основе этого была разработана корпускулярная теория света. Однако ряд световых явлений, в том числе интерференция и дифракция света, на основе этой теории или не объяснялись, или для их объяснения приходилось выдвигать дополнительные предположения. Поэтому в 1678 году Р.Гук и Х.Гюйгенс выдвигают идею, что свет это упругая механическая волна. Однако невозможность объяснить на основе волновых представлений прямолинейное распространение света и высокий авторитет И.Ньютона привели к тому, что в течение всего XVIII века господствовала корпускулярная теория света. И только в первой четверти XIX века волновая теория трудами Т.Юнга и, главным образом, Ж.Френеля одержала победу. В 60-х годах XIX века Д.Максвелл доказывает, что свет это не механическая, а электромагнитная волна.

Волновые свойства света будут рассмотрены ниже, а здесь кратко остановимся на световых явлениях в зеркалах, линзах, призмах.

Плоское зеркало представляет собой гладкую поверхность, при отражении от которой параллельный пучок остается параллельным. Изображение в плоском зеркале мнимое, при этом

изображение и предмет расположены симметрично относительно плоскости зеркала (рис. 13.1.4). Наблюдателю кажется, что лучи исходят из точки за зеркалом.

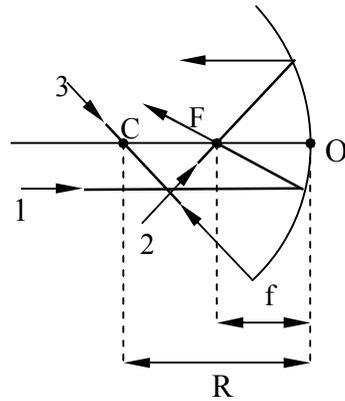


**Рис. 13.1.4**  
 S — предмет, S' — его изображение

Вогнутое зеркало представляет собой или часть сферы (сферическое зеркало) или часть параболоида вращения (параболическое зеркало).

Рассмотрим сферическое вогнутое зеркало (рис. 13.1.5). Отметим его главные характеристики и принцип построения изображений в этом зеркале.

- O — вершина зеркала;
- F — фокальная точка (фокус);
- C — центр кривизны (центр окружности);
- CO — оптическая ось;
- $OF = f$  — фокусное расстояние;
- $OC = R$  — радиус кривизны;
- $OF = FC \rightarrow f = R/2$ .



**Рис. 13.1.5**

Лучи, идущие параллельно оптической оси, после отражения проходят через фокус F (луч 1). Лучи, идущие через фокус, отражаются параллельно оптической оси (луч 2). Лучи, идущие через точку C, отражаются в обратном направлении (луч 3).

Заметим, что данные закономерности выполняются только для узкого, приосевого (параксиального) пучка лучей. Лучи 1, 2, 3

используются для построения в вогнутом зеркале. Расстояние  $a$  от зеркала до предмета, расстояние  $b$  от зеркала до изображения, фокусное расстояние  $f$  связаны формулой зеркала:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}. \quad (2)$$

Эта формула справедлива и для выпуклого зеркала, только нужно учесть, что  $f < 0$ ,  $R < 0$ ,  $b < 0$ . Выпуклое зеркало создает мнимое, прямое и уменьшенное изображение. Изображение в вогнутом зеркале является мнимым, увеличенным и прямым при  $a < f$ . В остальных случаях вогнутое зеркало дает действительное, перевернутое изображение. Отношение линейных размеров  $H$  изображения к линейным размерам  $h$  предмета называется линейным увеличением  $\Gamma$ :

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{b}{a}.$$

Линзой называется прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями. Если толщина линз у середины больше, чем у краев, то это выпуклые (собирающие) линзы (рис. 13.1.6). Они могут быть двояковыпуклыми (а), плоско-выпуклыми (б), вогнуто-выпуклыми (в).

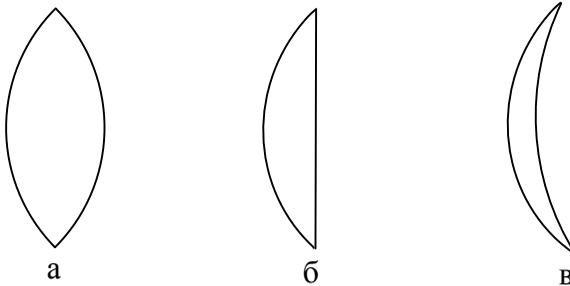


Рис. 13.1.6

Если толщина линз у краев больше, чем у середины, то это вогнутые (рассеивающие) линзы (рис. 13.1.7). Они могут быть двояковогнутыми (а), плоско-вогнутыми (б), выпукло-вогнутыми (в).

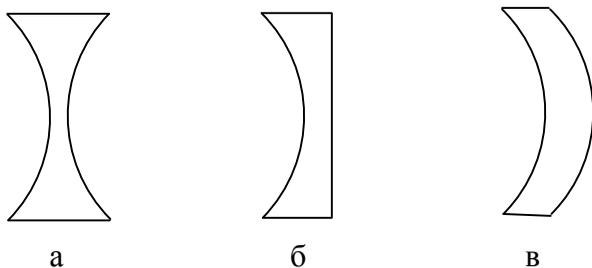


Рис. 13.1.7

Линза называется тонкой, если ее толщина мала по сравнению с диаметром линзы и ее фокусным расстоянием. Прямая  $CC$ , проходящая через центры кривизны поверхностей линзы, называется главной оптической осью. У всякой линзы есть точка  $O$  – оптический центр линзы. Он лежит на главной оптической оси, и лучи проходят через него не преломляясь. Обычно считают, что оптический центр  $O$  совпадает с геометрическим центром средней части линзы. Это справедливо для двояковыпуклых и двояковогнутых линз. Лучи, параллельные оптической оси, после прохождения собираются в фокусе  $F$  (действительном или мнимом). Расстояние от фокуса  $F$  до оптического центра  $O$  называется фокусным расстоянием  $f$ . Луч, проходящий через фокус линзы  $F$  (фокальный луч), после преломления в линзе идет параллельно главной оптической оси. Вышеназванные характеристики линз и ход лучей в линзах показаны на рисунке 13.1.8.

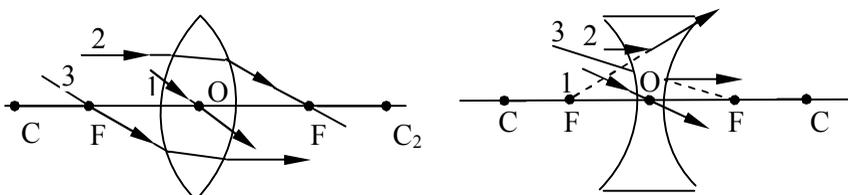


Рис. 13.1.8

Лучи 1,2,3, ход которых известен, используются для построения изображения в линзах. Расстояние  $a$  от предмета до линзы,

расстояние  $b$  от изображения до линзы, фокусное расстояние  $f$  связаны формулой линзы:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = \Phi = \left( \frac{n_l}{n_{cp}} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (3)$$

где  $\Phi$  — оптическая сила линзы,

$n_l$  — показатель преломления материала линзы,

$n_{cp}$  — показатель преломления среды,

$R_1$  и  $R_2$  — радиусы кривизны поверхностей линзы.

Оптическая сила  $\Phi$  изменяется в диоптриях (дптр):

$$[\Phi] = \frac{1}{\text{м}} = 1 \text{ дптр}. \text{ Для собирающих линз } \Phi > 0, \text{ для рассеивающих —}$$

$\Phi < 0$ . Заметим, что все расстояния в формуле линзы отсчитываются от главной плоскости линзы. Эта плоскость перпендикулярна главной оптической оси линзы и проходит через оптический центр  $O$ . При расчетах необходимо соблюдать правило знаков. Напомним, что расстояния до действительных точек (точки пересечения действительных лучей) берутся со знаком «+». Расстояния до мнимых точек (точки пересечения мнимых лучей, т.е. продолжения действительных лучей) берутся со знаком «-». Радиусы кривизны  $R$  для выпуклых поверхностей положительны, для вогнутых — отрицательны, для плоских  $R = \infty$ , фокусные расстояния собирающих линз положительны, рассеивающих — отрицательны. Собирающие линзы во всех случаях (кроме одного) дают действительное, перевернутое изображение. Если  $a < f$ , то изображение мнимое, прямое ( $b < 0$ ).

Рассеивающие линзы дают во всех ситуациях мнимое, прямое изображение ( $f$  и  $b$  всегда меньше нуля).

Линейное увеличение линзы  $\Gamma = b/a$ . Увеличение обычно находят по абсолютной величине.

В призме световой луч дважды испытывает преломление на преломляющих гранях (рис. 13.1.9) и изменяет свое направление, отклоняясь к основанию призмы. Угол полного отклонения луча  $\delta$  зависит от угла падения  $\alpha_1$  света на призму и преломляющего угла призмы  $\gamma$ .

Если  $\delta$  — угол полного отклонения луча призмой,

$\alpha_1$  — угол падения луча на первую грань,

$\beta_1$  — угол преломления на первой грани,

$\alpha_2$  — угол падения на вторую грань,

$\beta_2$  — угол преломления на второй грани,

$\gamma$  — преломляющий угол призмы,

$n$  — показатель преломления материала призмы, то

$$\delta = \alpha_1 + \beta_2 - \gamma. \quad (4)$$

Если преломляющий угол  $\gamma$  мал, то для нахождения  $\delta$  можно пользоваться приближенной формулой:  $\delta = (n - 1)\gamma$ .

Из рассмотренных простейших оптических объектов (зеркал, линз, призм) можно создавать более сложные системы — оптические приборы (бинокли, микроскопы, телескопы, спектрометры, перископы и др.). Рассмотренные закономерности хода лучей в простейших системах позволяют производить расчет оптических приборов.

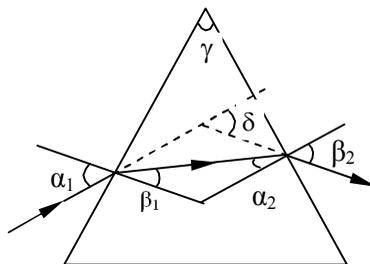


Рис.13.1.9

## § 13.2. Интерференция света. Способы получения когерентных источников. Применение интерференции

*Свет — это электромагнитная волна, в каждой точке которой синфазно изменяются по гармоническому закону напряженности двух полей — электрического и магнитного:*

$$E_z = E_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \quad H_y = H_0 \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Как показывает опыт, физиологические, фотохимические, фотоэлектрические и другие действия света вызываются электрическим полем. Поэтому вектор его напряженности называют световым вектором. Видимый свет в шкале электромагнитных излучений занимает очень малый промежуток от  $\lambda_{\phi} = 0,38 \cdot 10^{-6}$  м

до  $\lambda_{кр} = 0,76 \cdot 10^{-6}$  м (или по частотам, соответственно, от  $\nu_{\phi} = 8 \cdot 10^{14}$  Гц до  $\nu_{кр} = 4 \cdot 10^{14}$  Гц).

Важной характеристикой света является его интенсивность — это средняя по времени плотность светового потока. Тогда для плоской линейно поляризованной монохроматической волны получим:

$$I = \Pi_{cp} = \frac{1}{2} E_0 H_0 = w'_{cp} \cdot v = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 E_0^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu \mu_0}} E_0^2.$$

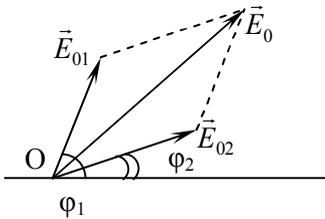


Рис. 13.2.1

Таким образом, *интенсивность света прямо пропорциональна квадрату амплитуды светового вектора.*

Пусть в точке  $O$  происходят два колебания с одинаковой частотой (рис. 13.2.1):

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$\text{и } E_2 = E_{02} \cos(\omega t + \varphi_2).$$

Амплитуда результирующего колебания определится выражением

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01} \cdot E_{02} \cos(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где  $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$  — разность фаз складываемых колебаний.

И если  $\cos\Delta\varphi > 0$ , то  $I > I_1 + I_2$ ; если  $\cos\Delta\varphi < 0$ , то  $I < I_1 + I_2$ . Таким образом, *при сложении таких световых колебаний может происходить усиление света в одних точках пространства и ослабление — в других. Это явление называется интерференцией света.*

И если  $E_{01} = E_{02}$ , а  $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$ , то  $E_{0\max} = 2E_{01}$ . Следовательно,  $I_{\max} = 4I_1$ . Если  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ ,  $E_{0\min} = 0$ ;  $I_{0\min} = 0$ . То есть при интерференции происходит перераспределение энергии световых волн по точкам пространства. Картина будет устойчивой, и ее можно наблюдать, если  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \text{const}$ , т.е. когда разность фаз складываемых колебаний в данной точке пространства не будет зависеть от времени.

*Колебания, имеющие одинаковые частоты и постоянный сдвиг фаз, называются когерентными. Этому условию удовлетворяют монохроматические колебания с одинаковой частотой. Источники, дающие когерентные колебания, называются также когерентными.*

Если же разность фаз складываемых колебаний будет зависеть от времени, то колебания не будут когерентными. В этом случае  $\Delta\varphi$  в данной точке пространства будет непрерывно меняться. И поскольку все значения  $\Delta\varphi$  равновероятны, то среднее значение  $\cos\Delta\varphi=0$ . Следовательно,  $E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2$  или  $I=I_1+I_2$ . Таким образом, *явление интерференции происходит только при сложении когерентных колебаний.*

Из повседневного опыта известно, что увеличение числа светящихся источников всегда приводит к увеличению освещенности. Это положение сохраняется и при использовании одинаковых светофильтров, т.е. *любые независимые источники света (кроме лазеров) являются некогерентными.* Причина этого заключается в механизме процесса излучения света атомами вещества.

Излучение источника представляет собой совокупность излучений большого количества его атомов. И поскольку атомы светящегося тела излучают независимо один от другого, то начальные фазы цугов волн от различных атомов никак не связаны между собой. Более того, даже один и тот же атом в разных актах излучения испускает цуги волн, не связанные между собой. Таким образом, *свет от любого макроскопического источника немонохроматичен, так как представляет совокупность сменяющих друг друга цугов волн с хаотично изменяющимися начальными фазами. Это так называемое спонтанное (самопроизвольное) излучение атомов и молекул.*

*В XX в. было предсказано и реализовано индуцированное (вынужденное) излучение, возникающее под действием внешнего электромагнитного поля. Это излучение точно совпадает по направлению, частоте, фазе и поляризации с монохроматическим вынуждающим его излучением, т.е. вынужденное и вынуждающее излучения являются строго когерентными.* Получают вынужденное излучение с помощью оптических квантовых генераторов-лазеров. И *два независимых лазера с одинаковой рабочей средой являются когерентными макроскопическими источниками.*

Все же классические способы получения когерентных источников сводятся к разделению света, излучаемого одним источником, на два или большее число пучков (групп волн), которые

являются когерентными и при наложении будут интерферировать. К числу таких способов относятся метод Юнга (рис. 13.2.2а), бипризма Френеля (рис. 13.2.2б), зеркала Френеля и др.

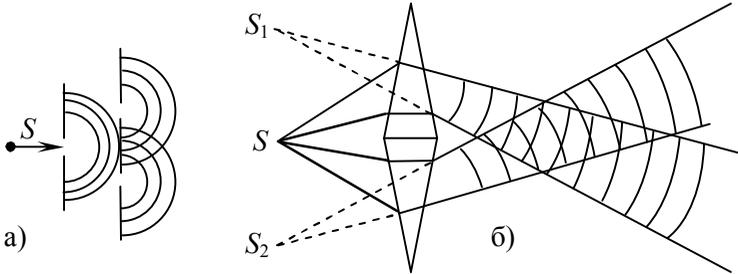


Рис. 13.2.2

Пусть в точке  $O$  происходит разделение светового пучка на два когерентных, один из которых распространяется в среде с показателем преломления  $n_1$ , другой — в среде с показателем преломления  $n_2$ . В точке  $P$  лучи интерферируют, причем первый луч проходит геометрический путь  $l_1$ , второй —  $l_2$  (рис. 13.2.3). Пусть в точке  $O$  оба колебания происходят в одной фазе:

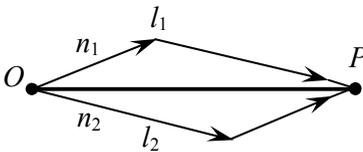
$$E_1 = E_{01} \cos \omega t ,$$

$$E_2 = E_{02} \cos \omega t .$$

Для точки  $P$  уравнения дошедших волн запишутся так:

$$E_1 = E_{01} \cos \omega \left( t - \frac{l_1}{v_1} \right) ; \quad E_2 = E_{02} \cos \omega \left( t - \frac{l_2}{v_2} \right) ,$$

где  $v_1$  — скорость волны в первой среде,  $v_2$  — скорость волны во второй среде. Учитывая, что



$$v = \frac{c}{n} ,$$

где  $c$  — скорость света в вакууме, последние уравнения можно записать так:

Рис. 13.2.3

$$E_1 = E_{01} \cos \omega(t - \frac{n_1 l_1}{c});$$

$$E_2 = E_{02} \cos \omega(t - \frac{n_2 l_2}{c})$$

Следовательно, разность фаз интерферирующих в точке  $P$  волн будет

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\omega}{c}(n_2 l_2 - n_1 l_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_2 l_2 - n_1 l_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta,$$

где  $\lambda_0$  — длина волны света в вакууме,  $\Delta = (n_2 l_2 - n_1 l_1)$  — оптическая разность хода, ( $\Delta' = l_2 - l_1$  — геометрическая разность хода). И если

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = 2\pi m, \text{ т.е. } \Delta = m\lambda_0,$$

где  $m$  — целые числа 0, 1, 2, 3, ..., то в точке  $P$  будет максимум. Значит, *если разность хода будет равна целому числу волн, то происходит усиление света.*

При  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta = (2m + 1)\pi$ , т.е. при  $\Delta = (2m + 1)\frac{\lambda_0}{2}$  в точке  $P$

будет минимум (разность хода равна нечетному числу полуволн).

*В естественных условиях интерференция света чаще всего наблюдается в тонких пленках. Результатом ее является их радужная окраска: мыльные пузыри, пленки нефти и масел на поверхности воды, прозрачные пленки окислов на поверхности закаленных металлов (цвета побежалости).* Интерференция в этих случаях возникает в результате сложения волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей пленок.

Явление интерференции лежит в основе ряда интерференционных приборов — интерферометров. Это приборы для точных измерений. Например, с помощью интерферометра Жамена можно определять показатели преломления газов, которые незначительно отличаются от 1, и исследовать их зависимость от давления, температуры и влажности. Данный прибор часто называют интерференционным рефрактометром.

Интерферометр Майкельсона впервые позволил измерять расстояния с точностью до  $10^{-8}$  м. Его используют для спектрального

анализа света (интерференционный спектрометр) и для определения показателя преломления газов. С помощью этого интерферометра впервые было проведено сравнение длины волны красной линии кадмия с длиной метра. Этот интерферометр позволил дать отрицательный ответ на возможность обнаружения движения Земли относительно гипотетического эфира, что привело к смерти теории эфира и явилось одним из экспериментальных оснований теории относительности. С помощью этого интерферометра были определены угловые размеры ряда звезд.

Микроинтерферометр Линника используется для определения качества обработки поверхности металлических изделий (с его помощью можно обнаружить бороздки на поверхности детали, глубина которых равна  $10^{-7}$  м). На основе явления интерференции с высокой точностью изготавливаются эталоны длины, что очень важно для научно-технического прогресса.

Исключительно большое значение приобрела интерференция для просветления оптики. При прохождении света через каждую преломляющую поверхность линзы на отражение теряется около 4% светового потока. Поэтому в сложных объективах, где происходят многократные отражения, потери интенсивности становятся значительными. Кроме того, при отражении от поверхности линз возникают блики. От этого можно избавиться, если поверхности линз покрывать пленкой, чтобы волны, отраженные от ее поверхностей, гасили друг друга. Такая оптика называется просветленной. Наибольший эффект получается, если показатель преломления пленки равен корню квадратному из показателя преломления материала линзы, а ее оптическая толщина  $nd = \lambda_0/4$  ( $d$  — геометрическая толщина пленки,  $n$  — ее показатель преломления).

### § 13.3. Дифракция в оптике.

#### Дифракция в расходящихся лучах. Метод зон Френеля

*Под дифракцией света понимается совокупность явлений, связанных с волновой природой света и возникающих при его распространении в неоднородных условиях (отверстия, преграды и т.п.). Одним из простейших проявлений дифракции является, например, проникновение света в область геометрической тени.*

Это можно наблюдать при прохождении света через круглое отверстие  $O$ .

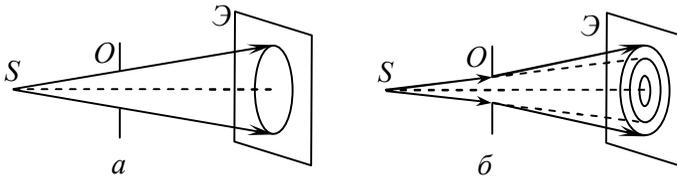


Рис. 13.3.1

Если отверстие достаточно большое, то на экране видно светлое круглое пятно. Его размеры определяются на основе прямолинейного распространения света от источника (рис. 13.3.1 а). Таково представление геометрической оптики. Если же размеры отверстия уменьшать, то картина на экране усложняется: вместо одного светлого пятна появятся светлые и темные кольца, причем часть светлых колец будет находиться в области геометрической тени (рис. 13.3.1 б). Это можно понять на основе волновых представлений. Согласно принципу Гюйгенса, каждую точку волнового фронта можно рассматривать как источник новых сферических волн. Но этот принцип не дает возможности вычислить интенсивность света в различных точках экрана. *Это впервые было сделано Френелем, объединившим принцип Гюйгенса с идеей когерентности вторичных волн и их интерференцией. Так в физике появился принцип Гюйгенса—Френеля.*

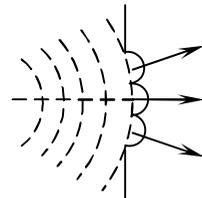


Рис. 13.3.2

Расчет дифракционной картины по формуле, представляющей собой аналитическое выражение принципа Гюйгенса—Френеля, математически очень труден. В простейших случаях вычисление интеграла может быть заменено суммированием амплитуд по методу зон Френеля.

Суть этого метода состоит в том, что *волновая поверхность разбивается на зоны таким образом, чтобы разность хода от краев двух соседних зон до выбранной точки  $P$  равнялась  $\lambda/2$ . Тогда колебания от двух соседних зон в точку  $P$  будут приходить*

в противофазе, и амплитуда результирующего колебания определится как алгебраическая сумма амплитуд колебаний от каждой зоны, т.е.

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m. \quad (1)$$

Пусть сферическая волна распространяется в однородной изотропной среде от точечного источника  $S$ . Найдем амплитуду результирующего колебания в точке  $P$ . Точка  $P$  для простоты выбрана так, чтобы волновые поверхности были симметричны относительно прямой  $SP$  (рис. 13.3.3). Обозначим расстояние от источника до точки  $O$  — вершины волновой поверхности — через  $a$ ,  $OP$  — через  $b$ . Разобьем волновую поверхность на кольцевые зоны так, чтобы расстояние от краев каждой зоны до точки  $P$  отличалось на  $\lambda/2$ , где  $\lambda$  — длина волны света в данной среде. Тогда расстояние от внешнего края  $m$ -й зоны до точки  $P$  будет

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2}.$$

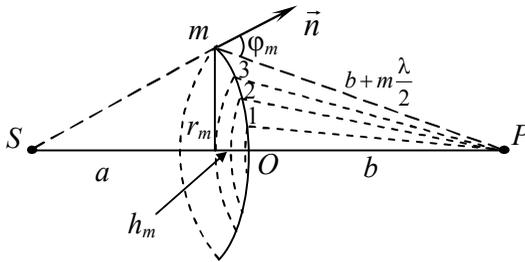


Рис. 13.3.3

Эти зоны и получили название зон Френеля. Вычислим площади зон. Обозначим радиус сегмента, содержащего  $m$  зон, через  $r_m$ , а его высоту — через  $h_m$ . Тогда площадь  $m$ -й зоны  $\Delta S_m = S_m - S_{m-1}$ , где  $S_m$  — площадь сегмента, содержащего  $m$  зон,  $S_{m-1}$  — площадь сегмента, содержащего  $(m-1)$  зону. Расчет показывает, что

$$\Delta S_m = \frac{\pi ab \lambda}{(a+b)},$$

а радиус (при  $a \gg h_m$ )  $r_m = \sqrt{\frac{ab}{(a+b)}} m \lambda$ .

Как видно, площади всех зон Френеля примерно одинаковы. Расстояние  $b_m$  от зоны до точки  $P$  и угол  $\varphi_m$  с ростом  $m$  монотонно растут. Это приводит к монотонному, в первом приближении, уменьшению амплитуды  $A_m$ , с ростом  $m$ , т.е.

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}.$$

Запишем формулу (1) для нахождения амплитуды результирующего колебания следующим образом:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \dots \pm \frac{A_m}{2}.$$

С учетом вышеизложенного выражения в скобках будут равны нулю. Следовательно,

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}.$$

Знак «+» соответствует нечетному числу  $m$ , знак «-» — четному числу  $m$ .

Если фронт волны полностью открыт, то  $m$  велико, и  $A_m \rightarrow 0$ . В этом случае амплитуда колебаний в точке  $P$  будет равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной Френеля. Если же на пути луча поставить экран с отверстием, то освещенность в точке  $P$  будет зависеть от числа зон Френеля, укладывающихся на отверстие. Если радиус отверстия  $r_0$ , то число зон Френеля на нем будет

$$m = \frac{r_0^2 \pi}{\Delta S} = \frac{\pi r_0^2 (a+b)}{\pi ab \lambda} = \frac{r_0^2 (a+b)}{ab \lambda}.$$

( $m$  можно определить также из равенства  $r_m = r_0$ ).

*Если  $m$  невелико и нечетное, то в точке  $P$  будет усиление:*

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2}, \text{ и так как } A_m \approx A_1, \text{ то } A \rightarrow A_1.$$

*Если  $m$  невелико и четное, то в точке  $P$  будет ослабление:*

$$A = \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2} \rightarrow 0.$$

*Максимальная освещенность в точке  $P$  будет при одной открытой зоне Френеля. Она будет в четыре раза больше, чем при полностью открытом фронте. Если от точки  $P$  сместиться*

по экрану в другую точку, то при данном расположении источника и отверстия картина в ней будет иная, чем в точке  $P$ . Общая картина на экране в этом случае будет представлять собой совокупность светлых и темных колец.

Амплитуду колебаний, а следовательно, и освещенность в точке  $P$ , можно сделать очень большими, если на стеклянной пластине закрыть непрозрачным покрытием все четные зоны Френеля и оставить открытыми все нечетные зоны. Такие пластинки называются зонными.

Используя метод зон Френеля, можно рассмотреть дифракцию на круглом непрозрачном диске. В этом случае перекрытыми оказываются первые  $m$  зон Френеля, и амплитуда колебания в точке  $P$  будет определяться формулой

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}.$$

Если  $m$  невелико, то  $A_m \approx A_1$ , и освещенность в точке  $P$  будет такой, как при отсутствии преграды между источником  $S$  и точкой  $P$ . В целом дифракционная картина будет иметь вид светлых и темных концентрических колец всегда со светлым пятном в центре. Этот, казалось бы, парадоксальный вывод о светлом пятнышке в центре геометрической тени был сделан одним из членов конкурсной комиссии Парижской академии наук, рассматривавшей представленную на конкурс работу Френеля о природе света, С.Пуассоном. Этот «нелепый» вывод тут же был экспериментально подтвержден Д.Араго и явился одним из убедительных доказательств справедливости волновой теории света.

### **§ 13.4. Дифракция в параллельных лучах. Дифракционная решетка**

Рассмотренная выше дифракция сферических волн называется дифракцией Френеля. Дифракция плоских волн (или в параллельных лучах) называется дифракцией Фраунгофера. На опыте этот случай дифракции реализуется следующим способом. Малый источник света помещается в фокусе собирающей линзы. Параллельный пучок лучей после линзы падает на препятствие (круглое отверстие, щель), после чего собирается второй линзой на экран, расположенный в ее фокальной плоскости.

Пусть параллельный пучок света падает на длинную щель шириной  $a$  (рис. 13.4.1). Все точки щели, в соответствии с принципом Гюйгенса—Френеля, будут колебаться в одной фазе. Все лучи, падающие на линзу  $L$  под углом  $\varphi$  к ее оптической оси  $OF_0$ , соберутся ею в побочном фокусе  $F_\varphi$  ( $F_0$  — главный фокус). Оптическая разность хода между крайними лучами  $BM$  и  $CN$  будет  $\Delta = CD = a \sin \varphi$  (показатель преломления воздуха принят за 1). Разобьем щель на зоны Френеля.

Они будут иметь вид узких полос, параллельных краю щели. Поскольку разность хода от краев двух соседних зон равна  $\lambda/2$ , то ширина каждой зоны Френеля будет  $\lambda/(2 \sin \varphi)$ . Число зон Френеля, укладывающихся на щель, определится, если ширину щели разделить на ширину зоны Френеля или разность хода  $\Delta$  разделить на  $\lambda/2$ . Если это число четное, т.е.

$$\frac{a \sin \varphi}{\lambda/2} = 2m, \text{ или } a \sin \varphi = 2m \frac{\lambda}{2} \text{ (при } m = 1, 2, 3 \dots),$$

то в точке  $F_\varphi$  будет минимум. Если же число зон будет нечетным, т.е.

$$a \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \text{ (при } m = 1, 2, 3 \dots),$$

то в точке  $F_\varphi$  будет дифракционный максимум. Число  $m$  определяет порядок максимума (минимума). В направлении  $\varphi = 0$  наблюдается самый интенсивный центральный максимум — максимум нулевого порядка. Относительно него вся дифракционная картина расположена симметрично. Поэтому в правой части равенств, выражающих условие  $\min$  и  $\max$ , ставят знак «+», «−». Основная часть света приходится на центральный максимум, ограниченный минимумами первого порядка ( $a \sin \varphi = \pm \lambda$ ). Соответствующий расчет показывает, что если интенсивность света в центральном максимуме принять за 1, то интенсивность первого побочного максимума будет составлять 0,045; интенсивность второго — 0,016; третьего — 0,008. Схематически это представ-

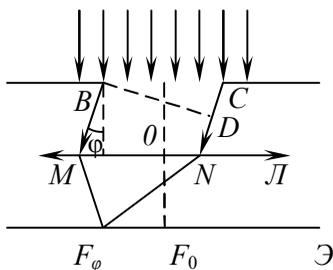


Рис. 13.4.1

лено на рисунке 13.4.2. Если падающий свет не монохроматический, то центральный максимум — белый с радужной окраской по краям, а все остальные полосы — цветные. Если препятствием является круглое отверстие, то на экране при монохроматическом свете будет наблюдаться система темных и светлых колец, в центре которых расположено светлое пятно (главный максимум). Угол, соответствующий первому темному кольцу, определится равенством

$$\sin \varphi_1 = 0,61 \frac{\lambda}{r} = 1,22 \lambda / D,$$

где  $r$  и  $D$  — соответственно радиус и диаметр отверстия. Линейный размер первого темного кольца

$$r_{\min} = \varphi_1 \cdot f = 1,22 \frac{\lambda}{D} f,$$

где  $f$  — фокусное расстояние линзы. Полагают, что диаметр центрального светлого пятна равен радиусу первого темного кольца, т.е.

$$D_{0\max} = r_{1\min} = 1,22 \frac{\lambda}{D} \cdot f.$$

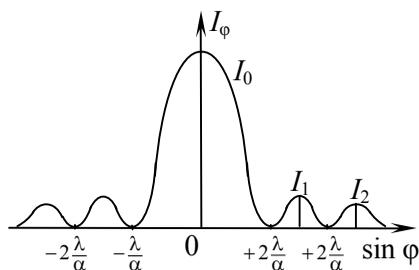


Рис. 13.4.2

В нем сосредоточено около 84% падающего на отверстие света. Этот случай дифракции имеет большое практическое значение, так как с ним приходится иметь дело в различных оптических приборах. На основе последней вышеприведенной формулы производится расчет разрешающей способности оптических приборов.

Совокупность большого числа параллельных щелей, разделенных непрозрачными промежутками, называется дифракционной решеткой. Величина  $d = a + b$ , где  $a$  — ширина щели,  $b$  — ширина непрозрачного промежутка, называется постоянной дифракционной решетки или ее периодом. Этот случай дифракции имеет очень широкое применение во многих методах спектрального анализа. Период  $d$  современных дифракционных решеток составляет  $10^{-3}—10^{-4}$  мм, общее число щелей  $N$  в решетке достигает  $10^5$ .

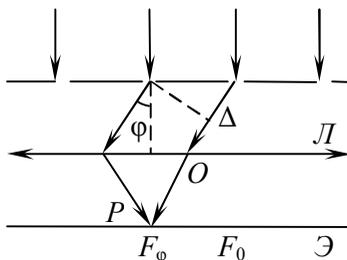


Рис. 13.4.3

Для расчета дифракционной картины на экране в фокальной плоскости собирающей линзы необходимо учитывать разность хода как от разных участков щели, так и от разных щелей.

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально на дифракционную решетку (рис. 13.4.3). Если разность хода от двух соседних щелей до точки  $P$  будет равна целому числу волн, т.е.

$$\Delta = d \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (m = 0, 1, 2, 3 \dots),$$

то в точке  $P$  будет максимум. Эти максимумы называются главными, число  $m$  определяет их порядок. Амплитуда результирующего колебания в главных максимумах  $A_{\max} = N A_{\varphi}$ , где  $N$  — число щелей в решетке,  $A_{\varphi}$  — амплитуда колебания, посылаемого одной щелью под углом  $\varphi$ . Интенсивность

$$I_{\max} = N^2 I_{\varphi}, \quad (1)$$

где  $I_{\varphi}$  — интенсивность от одной щели. Равенство  $a \sin \varphi = \pm m \lambda$  ( $m = 1, 2, 3 \dots$ ), выражающее условие *min* для одной щели, определяет положение главных минимумов для дифракционной решетки. Кроме главных минимумов, в дифракционном спектре существуют дополнительные минимумы, возникающие при наложении колебаний от отдельных щелей, когда они гасят друг друга. Их местоположение определяется выражением

$$d \sin \varphi = \pm \frac{k \lambda}{N},$$

где  $k = 1, 2, 3, \dots$ , кроме  $0, N, 2N, 3N, \dots$ . При значениях  $k = 0, N, 2N, 3N, \dots$  условие  $\min$  переходит в условие главного тах. Следовательно, в дифракционном спектре между двумя главными максимумами расположен  $(N-1)$  дополнительный (добавочный)  $\min$ . Но если имеются дополнительные минимумы, то должны существовать и дополнительные (вторичные) максимумы, разделяемые ими. Между двумя главными тах расположены  $(N-2)$  дополнительных тах.

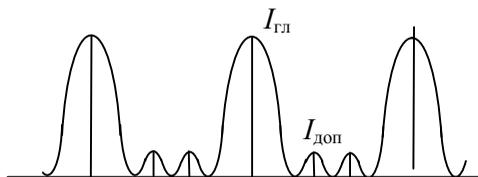


Рис. 13.4.4

Их интенсивность не превышает  $1/24$  интенсивности ближайшего главного максимума. Таким образом, для  $N=4$  идеальный дифракционный спектр выглядел бы так (рис. 13.4.4).

Реальный дифракционный спектр выглядит иначе: на идеальный дифракционный спектр накладывается спектр от одной щели. Результирующая интенсивность в главных максимумах определяется формулой (1). И если  $I_{\phi} = 0$ , то вместо главного максимума будет минимум. Например, при  $d/a=2$  главный максимум 2-го порядка ( $d \sin \phi = 2\lambda$ ) попадает на первый минимум от одной щели ( $a \sin \phi = \lambda$ ), и в дифракционном спектре в этом месте будет темная полоса. Схематически для  $N=4$  и  $d/a=2$  это можно представить так (рис. 13.4.5):

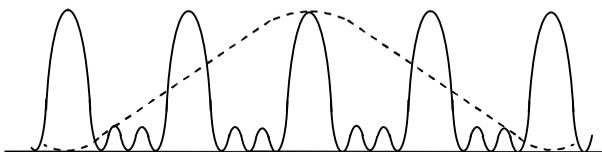


Рис. 13.4.5

При освещении решетки белым светом на экране наблюдается неокрашенный центральный максимум нулевого порядка, а по обе стороны от него дифракционные спектры 1-го, 2-го и т.д. порядков. Они имеют вид радужных полосок с плавным переходом от фиолетового цвета у внутреннего края спектра к красному у его внешнего края.

*Основными характеристиками дифракционной решетки являются ее дисперсия и разрешающая способность.*

*Дисперсия определяет угловое (угловая дисперсия) или линейное (линейная дисперсия) расстояние между двумя линиями в спектре, отличающимися по длине волны на единицу (например, на 1 нм). Следовательно, на основе определения для угловой дисперсии можно записать:*

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}.$$

Выражение для нее можно найти из условия максимума  $d \sin\varphi = m\lambda$ , продифференцировав его слева по  $\varphi$ , справа по  $\lambda$ :

$$d \cos\varphi \delta\varphi = m\delta\lambda \rightarrow \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cos\varphi}.$$

В пределах небольших углов  $\cos\varphi \approx 1$ . Таким образом,

$$D \approx \frac{m}{d}.$$

Линейная дисперсия

$$D_{\text{лин}} = \frac{\delta l}{\delta\lambda}.$$

Если фокусное расстояние линзы  $f$ , то  $\delta l = \delta\varphi \cdot f$ . Следовательно,

$$D_{\text{лин}} = \frac{\delta\varphi \cdot f}{\delta\lambda} = D \cdot f \approx \frac{m}{d} \cdot f.$$

*Разрешающая способность (сила) спектрального прибора — это безразмерная величина*

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda},$$

где  $\delta\lambda$  — минимальная разность двух длин волн, спектральные линии которых воспринимаются еще раздельно. Расчет показывает,

что для дифракционной решетки  $R = mN$ , где  $m$  — порядок спектра,  $N$  — общее число щелей в решетке.

Тогда

$$D = \frac{m}{d} = \frac{mN}{d \cdot N} = \frac{R}{H},$$

где  $H$  — ширина решетки.

### § 13.5. Поляризация света. Способы получения поляризованного света

*В естественном свете вектор  $\vec{E}$  колеблется во всех направлениях, перпендикулярных к лучу. Если же направление колебаний вектора  $\vec{E}$  неизменно или изменяется по определенному закону, то свет называется поляризованным.*

В линейно (или плоско) поляризованном свете колебания вектора  $\vec{E}$  происходят вдоль прямой. Если конец вектора  $\vec{E}$  описывает окружность или эллипс, то свет называется поляризованным по кругу или эллипсу. На рисунке 13.5.1 показаны направления вектора  $\vec{E}$  в естественном свете и различные случаи поляризации (плоскость  $P$  перпендикулярна лучу света).

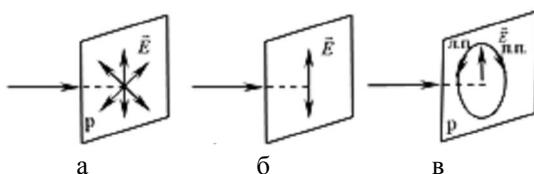


Рис. 13.5.1

- а) естественный свет;
- б) линейно (или плоско) поляризованный свет;
- в) эллиптически поляризованный свет (л.п. — левая поляризация, п.п. — правая поляризация).

Если вектор  $\vec{E}$  вращается по часовой стрелке, то поляризация называется правой, в противном случае — левой (смотреть при этом надо против направления распространения света).

Свет называется частично поляризованным, если в нем имеется преимущественное направление колебаний вектора  $\vec{E}$ . Частично поляризованный свет можно рассматривать как смесь естественного и плоско поляризованного света.

Поляризацией света называется выделение линейно поляризованного света из естественного или частично поляризованного. Для этой цели используются специальные устройства — поляризаторы. Их действие основано на поляризации света при отражении, преломлении, двойном лучепреломлении. Анализ поляризованного света производится с помощью этих же устройств. В этом случае они называются анализаторами. Эллиптически поляризованный свет можно получить при сложении двух взаимно перпендикулярных плоско поляризованных когерентных волн с разностью фаз  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$  (см. сложение колебаний). Если амплитуды складываемых колебаний одинаковы, то эллипс превращается в окружность.

Назовем плоскостью падения луча плоскость, проходящую через падающий луч и перпендикуляр к поверхности раздела сред в точке падения. Согласно законам отражения и преломления света,

$$i_1 = i_1'; \quad \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21},$$

где  $i_1$ ,  $i_1'$ ,  $i_2$  — это, соответственно, углы падения, отражения и преломления,  $n_1$ ,  $n_2$  — показатели преломления сред.

Плоскость, в которой колеблется вектор  $\vec{E}$ , назовем плоскостью колебаний или плоскостью поляризации. Вектор  $\vec{E}$  в естественном свете всегда можно разложить на две взаимно перпендикулярные составляющие  $\vec{E}_S$  и  $\vec{E}_P$  ( $s$ -волна и  $p$ -волна). В  $s$ -волне световой вектор колеблется перпендикулярно

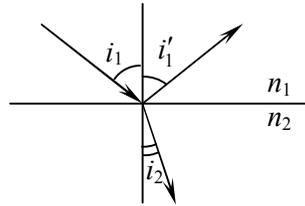


Рис. 13.5.2

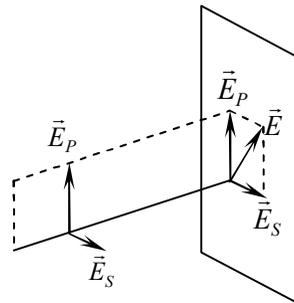


Рис. 13.5.3

плоскости падения луча, в  $p$ -волне — в плоскости падения (рис. 13.5.3).

Так как  $\vec{E} = \vec{E}_S + \vec{E}_P$ , то  $E^2 = E_S^2 + E_P^2$ , или  $I = I_S + I_P$ . Это равенство означает, что общая интенсивность света равна сумме интенсивностей этих двух составляющих. Поскольку все направления колебаний вектора  $\vec{E}$  в естественном свете равновероятны, то  $I_S = I_P = \frac{1}{2} I$ .

При отражении света оказывается, что  $\rho_S > \rho_P$ , где  $\rho_S$  — коэффициент отражения  $s$ -волны,  $\rho_P$  — коэффициент отражения  $p$ -волны. Следовательно, в отраженном свете более интенсивной будет  $s$ -волна, в преломленном —  $p$ -волна, т.е.  $I'_S > I'_P$ ;  $I''_S < I''_P$  (рис. 13.5.4).

Таким образом, отраженный и преломленный свет будут частично поляризованными. Степень поляризации отраженного и преломленного лучей зависит от угла падения  $i_1$ , и при некотором его значении, называемом углом Брюстера, отраженный луч будет поляризован полностью, а поляризация преломленного луча достигнет максимального значения, хотя он по-прежнему останется частично поляризованным. Угол Брюстера найдем, воспользовавшись законом преломления и формулами Френеля

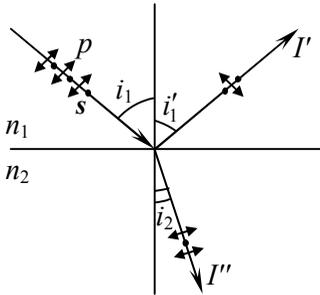


Рис. 13.5.4

для коэффициентов отражения  $\rho_S$  и  $\rho_P$ :

$$\rho_S = \frac{\sin^2(i_1 - i_2)}{\sin^2(i_1 + i_2)}; \quad \rho_P = \frac{\text{tg}^2(i_1 - i_2)}{\text{tg}^2(i_1 + i_2)}.$$

Отраженный свет будет полностью поляризованным ( $s$ -типа), если в нем  $I'_P = 0$ . Это будет в том случае, когда  $\rho_P = 0$ . Из формулы Френеля для  $\rho_P$  следует, что данное условие выполнится при  $i_1 + i_2 = \frac{\pi}{2}$  или  $i_1 = \frac{\pi}{2} - i_2$ . Тогда  $\cos i_1 = \sin i_2$ . По закону пре-

ломления  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ . Поделив это равенство на предпоследнее, получим:

$$n_1 \operatorname{tg} i_1 = n_2 \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} i_1 = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}.$$

Это соотношение выражает закон Брюстера, а угол падения  $i_1$ , удовлетворяющий ему, называется углом Брюстера. Чтобы в преломленном луче увеличить степень поляризации, надо свет подвергнуть многократному отражению и преломлению под углом Брюстера. Делается это на стопе, состоящей из нескольких одинаковых и параллельных друг другу пластин из прозрачного диэлектрика, например, из стекла (стопа Столетова). Если число пластин в стопе достаточно велико, то и проходящий через нее свет практически тоже будет полностью линейно поляризованным ( $p$ -типа).

Большинство кристаллов оптически анизотропны, т.е. их свойства для света в разных направлениях различны. В частности, например, показатель преломления кристаллов зависит от направления колебаний электрического вектора  $\vec{E}$ . Это приводит к тому, что луч естественного света в кристалле разделяется на два луча, распространяющихся в разных направлениях и с разными скоростями. Это явление и получило название двойного лучепреломления.

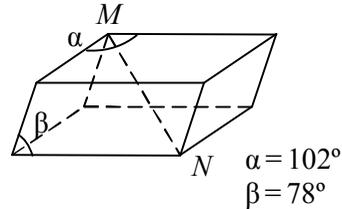


Рис. 13.5.5

Обнаружено оно было впервые в 1669 г. на кристаллах исландского шпата ( $\text{CaCO}_3$ ). Это кристаллы гексагональной системы. Их вид показан на рисунке 13.5.5. Оптической осью кристалла называется направление, вдоль которого свет не испытывает двойного лучепреломления.

В кристаллах исландского шпата оптическая связь совпадает по направлению с диагональю  $MN$ . Если кристаллы имеют одну оптическую ось, то они называются одноосными (исландский шпат, кварц, турмалин). Если кристаллы имеют две оптические оси, то они называются двуосными (слюда, гипс).

Главной плоскостью или главным сечением кристалла для какого-либо луча называется плоскость, проходящая через этот луч и оптическую ось.

В одноосных кристаллах один из преломленных лучей подчиняется обычному закону преломления (если  $i_1=0$ , то  $i_2=0$ ). Его называют обыкновенным лучом (луч  $o$ ). Другой луч называется необыкновенным и обозначается буквой  $e$ . Он не подчиняется обычному закону преломления (для него даже если  $i_1=0$ , то  $i_2 \neq 0$ ).

Исследования обыкновенного и необыкновенного лучей показали, что оба луча полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях. Причем плоскость поляризации (плоскость колебаний вектора  $\vec{E}$ ) обыкновенного луча перпендикулярна к главному сечению кристалла ( $s$ -луч). В необыкновенном луче колебания вектора  $\vec{E}$  совершаются в плоскости главного сечения ( $p$ -луч). По выходе из кристалла оба луча отличаются друг от друга только направлением поляризации (рис. 13.5.6). В двуосных кристаллах оба преломленных луча ведут себя как необыкновенные.

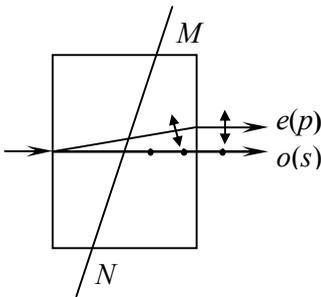


Рис. 13.5.6

В некоторых кристаллах один из лучей поглощается значительно сильнее другого. Это явление называется дихроизмом. Например, в кристалле турмалина обыкновенный луч полностью поглощается на длине 1 мм. В кристаллах сульфата йодистого хинина (герапатита) полное поглощение одного из лучей происходит на пути луча в 0,1 мм. Это используется для изготовления поляроидов.

Поляроид представляет собой тонкую целлюлодную пленку, в которую вводится большое количество одинаково ориентированных кристаллов герапатита, и служит для получения линейно поляризованного света из естественного.

### § 13.6. Прохождение света через поляризатор и анализатор. Закон Малюса

Пусть на поляризатор падает естественный свет, интенсивность которого равна  $I$ . После выхода из поляризатора он будет линейно поляризованным. Колебания вектора  $\vec{E}_{\Pi}$  в нем будут происходить в плоскости  $pp'$  поляризатора. Найдем интенсивность поляризованного света  $I_{\Pi}$ .

Как видим (рис. 13.6.1), амплитуда прошедшего через поляризатор колебания  $E_{\Pi} = E \cdot \cos \varphi$ . Колебание с амплитудой  $E_{\perp} = E \cdot \sin \varphi$  будет задержано. Так

как  $E_{\Pi}^2 = E^2 \cdot \cos^2 \varphi$ , то

$$I_{\Pi} = I \cdot \cos^2 \varphi.$$

Поскольку в естественном свете все значения  $\varphi$  равновероятны, то доля света, прошедшего через поляризатор, будет равна среднему значению  $\cos^2 \varphi$ , т.е.  $1/2$ . Отсюда (рис. 13.6.2 а):

$$I_{\Pi} = \frac{1}{2} I.$$

И если поляризатор вращать вокруг направления естественного луча, то интенсивность прошедшего света останется неизменной, изменяться будет лишь плоскость его поляризации.

Пусть на поляризатор падает линейно поляризованный свет интенсивностью  $I_{\Pi}$ , плоскость поляризации которого образует с плоскостью поляризатора  $aa'$  угол  $\varphi$  (в этом случае поляризатор является анализатором). Найдем интенсивность  $I_a$  поляризованного света, вышедшего из анализатора (рис. 13.6.2 б).

Амплитуда прошедшего колебания  $E_a = E_{\Pi} \cdot \cos \varphi$ . Тогда  $E_a^2 = E_{\Pi}^2 \cdot \cos^2 \varphi$ . Следовательно,  $I_a = I_{\Pi} \cdot \cos^2 \varphi$ . Это соотношение выражает закон Малюса. Таким

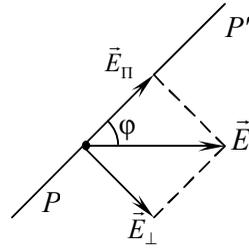


Рис. 13.6.1

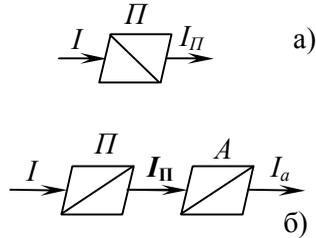


Рис. 13.6.2

образом, если естественный свет интенсивности  $I$  пропустить через поляризатор и анализатор, то интенсивность вышедшего света

$$I_a = \frac{1}{2} I \cos^2 \varphi,$$

где  $\varphi$  — угол между плоскостями поляризатора и анализатора. В последней формуле предполагается, что поглощение света в поляризаторе и анализаторе отсутствует. Максимальная интенсивность

света  $I_{a \max} = \frac{1}{2} I$  будет при  $\varphi = 0$  (плоскости поляризатора и анализатора параллельны),  $I_a = 0$ , если  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ .

Расположенные таким образом поляризаторы или поляризатор и анализатор называются скрещенными.

### § 13.7. Распространение света в анизотропной среде. Искусственная оптическая анизотропия

В аморфных прозрачных телах и кристаллах кубической системы, которые являются оптически изотропными, может возникнуть двойное лучепреломление, т.е. оптическая анизотропия, под действием внешних воздействий. В начале XIX в. была открыта искусственная оптическая анизотропия под действием механической деформации. Оказалось, что *аморфное тело при одностороннем растяжении или сжатии становится оптически аналогичным одноосному кристаллу, оптическая ось которого параллельна направлению растяжения или сжатия*. Разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в перпендикулярном к оптической оси направлении пропорциональна напряжению, т.е.  $n_0 - n_e = k\sigma$ . Если взять стеклянную пластинку и поместить ее между двумя скрещенными поляризаторами, то такая система свет не пропускает. Если же пластинку подвергнуть сжатию, то свет через систему будет проходить (рис. 13.7.1), причем наблюдаемая картина будет покрыта цветными полосами. Каждая полоса соответствует местам пластинки с одинаковой деформацией. Именно на этом основан оптический

метод исследования распределения механических напряжений в телах.

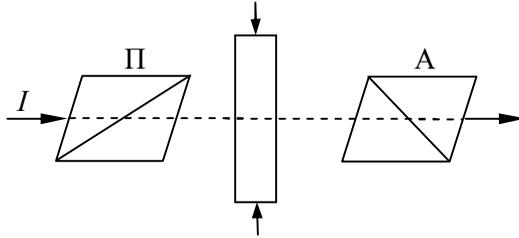


Рис. 13.7.1

В 1875 г. Дж.Керр обнаружил явление двойного лучепреломления в твердых аморфных и жидких диэлектриках, помещенных в достаточно сильное однородное электрическое поле. Схема установки показана на рисунке 13.7.2. Между двумя скрещенными поляризаторами П и А помещена ячейка Керра. Она представляет собой герметичный сосуд с жидкостью, в которую введены пластины конденсатора. Если на пластины подать напряжение, то жидкий диэлектрик поляризуется и приобретает оптические свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого ориентирована вдоль поля, т.е. совпадает по направлению с вектором напряженности. Разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей света, распространяющегося перпендикулярно оптической оси,  $n_e - n_o = V\lambda_0 E^2$ , где  $\lambda_0$  — длина волны света в вакууме,  $E$  — напряженность электрического поля в диэлектрике,  $V$  — постоянная Керра, которая зависит от длины волны  $\lambda_0$ , температуры и свойств вещества.

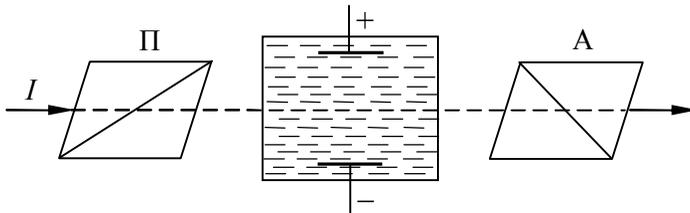


Рис. 13.7.2

В 1930 г. оптическая анизотропия была обнаружена и в газах, помещенных в электрическое поле. Эффект Керра объясняется

различной поляризуемостью молекул диэлектрика по разным направлениям. Под действием поля молекулы диэлектрика поворачиваются так, что вдоль поля устанавливаются их дипольные моменты (у полярных молекул) или направления наибольшей поляризуемости (у неполярных молекул). Это и приводит к анизотропии.

Запишем закон Керра через разность фаз лучей и напряжение  $U$  на конденсаторе:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi l(n_e - n_o)}{\lambda_0} = \frac{2\pi l}{\lambda_0} B\lambda_0 E^2 = 2\pi l B \frac{U^2}{d^2},$$

где  $l$  — длина ячейки (длина пластин конденсатора),  $d$  — расстояние между ними. При  $U = 0$  ячейка изотропна, и свет через систему скрещенных поляризаторов не проходит. По мере увеличения  $U$  возрастает  $\Delta\varphi$ , и возрастает интенсивность света, проходящего через анализатор. Подавая на конденсатор переменное напряжение, можно сделать быстродействующий световой затвор. Максимальная частота его действия будет определяться минимальным периодом поляризационных процессов, который  $\approx 10^{-10}$  с. Поэтому ячейка Керра, помещенная между скрещенными поляризаторами, является практически безынерционным затвором, который используется в скоростных съемках, в определении скорости света в лабораторных условиях, в звуковом кино и в других устройствах.

В 1907 г. было обнаружено явление двойного лучепреломления у ряда веществ (твердых и жидких) под действием сильного магнитного поля (эффект Коттона—Мутона). При этом для луча, распространяющегося перпендикулярно к вектору напряженности магнитного поля (оптической оси),  $n_e - n_o = C\lambda_0 H^2$ , где  $C$  — некоторая постоянная, зависящая от природы вещества, длины волны света и температуры,  $\lambda_0$  — длина волны света в вакууме,  $H$  — напряженность магнитного поля.

### § 13.8. Вращение плоскости поляризации

*Некоторые вещества, называемые оптически активными, обладают способностью поворачивать плоскость поляризации проходящего через них линейно поляризованного света. Это явление было открыто Д.Араго в 1811 г. на кристаллах кварца.*

К оптически активным веществам относятся, кроме кварца, киноварь, чистые жидкости (никотин, скипидар), растворы сахара и глюкозы в воде, камфары в бензоле, а также другие вещества. Оказалось, что оптически активные кристаллические вещества сильнее всего вращают плоскость поляризации, если свет распространяется вдоль оптической оси кристалла. Угол поворота  $\varphi = \alpha l$ , где  $\alpha$  — постоянная вращения или удельное вращение,  $l$  — длина пути луча в кристалле. Для растворов  $\varphi = \alpha' cl$ , где  $\alpha'$  — постоянная вращения или удельное вращение,  $c$  — концентрация активного вещества в растворе. Постоянные вращения  $\alpha$  и  $\alpha'$  зависят от природы вещества, длины волны света и температуры.

Последняя формула лежит в основе достаточно точного и быстрого метода определения концентрации оптически активного вещества в растворе, например, сахара в воде. Если между двумя скрещенными поляризаторами поместить кювету с раствором оптически активного вещества, то поле зрения просветляется. Чтобы свет из 2-го поляризатора не выходил, надо один из поляризаторов повернуть на угол, определяемый последней формулой. Зная  $\alpha'$ , измерив  $\varphi$  и  $l$ , можно определить  $c$ . Приборы, действующие на этом принципе, называются поляриметрами; в частном случае (например, для определения концентрации сахара) — сахариметрами.

*В 1846 г. М. Фарадей обнаружил вращение плоскости поляризации оптически неактивными веществами, помещенными в магнитное поле, если свет распространяется вдоль поля. Это явление называется эффектом Фарадея или магнитным вращением плоскости поляризации. Угол поворота плоскости поляризации  $\varphi = V l H$ , где  $l$  — длина пути в поле,  $H$  — напряженность магнитного поля,  $V$  — постоянная Верде, зависящая от природы вещества и длины волны света.*

Если в магнитное поле поместить оптически активное вещество, то его общая способность вращать плоскость поляризации будет складываться из естественной способности и дополнительной приобретенной в магнитном поле. Исследование магнитного вращения плоскости поляризации показало, что оно обусловлено прецессией электронных орбит под действием магнитного поля, т.е. диамагнитным эффектом.

## § 13.9. Дисперсия света

Под дисперсией света понимаются явления, обусловленные зависимостью показателя преломления вещества от длины волны (частоты). Эта зависимость описывается функцией  $n = f(\lambda_0)$ , которая оказалась нелинейной и немонотонной ( $\lambda_0$  — длина световой волны в вакууме). Поскольку

показатель преломления  $n = \frac{c}{v}$ ,

где  $v$  — фазовая скорость света в веществе,  $c$  — скорость света в вакууме, то явление дисперсии означает зависимость фазовой

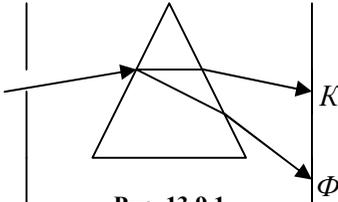


Рис. 13.9.1

скорости света в веществе от длины волны (частоты):  $v = f_1(\lambda_0)$ .

Явление дисперсии было обнаружено в 1672 г. И.Ньютоном. Пропуская луч белого света через призму, ученый впервые получил радужную полоску, т.е. призматический, или дисперсионный, спектр (рис. 13.9.1).

Количественной характеристикой дисперсии является величина  $\frac{dn}{d\lambda_0}$ . Общий вид зависимости  $n=f(\lambda_0)$  и характер изменения

величины  $\frac{dn}{d\lambda_0}$  впервые был получен методом скрещенных призм. Скрещенными называются призмы, преломляющие ребра которых взаимно перпендикулярны (рис. 13.9.2).

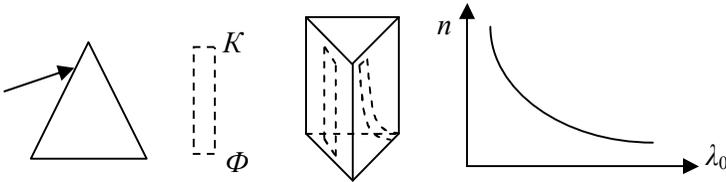


Рис. 13.9.2

Для всех прозрачных веществ в видимой области график функции  $n=f(\lambda_0)$  имеет именно такой вид, т.е. с ростом длины

волны показатель преломления уменьшается. Величина  $\frac{dn}{d\lambda_0} < 0$  и ее модуль уменьшаются с ростом длины волны. Такая дисперсия называется нормальной.

При исследовании этого явления было обнаружено, что вблизи полос поглощения характер дисперсии изменяется и  $\frac{dn}{d\lambda_0} > 0$ .

Такая дисперсия называется аномальной.

Заметим, что при вхождении света в вещество период световых колебаний (частота) не изменяются, а изменяется длина волны и скорость света. Так как  $n = \frac{c}{v} = \frac{c \cdot T}{v \cdot T} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$ , то при нормальной дисперсии чем больше показатель преломления вещества, тем меньше в нем скорость света  $v$  и длина волны  $\lambda$ .

Явление дисперсии объясняется на основе электромагнитной теории Максвелла и электронной теории Лоренца. Под действием электромагнитной волны, распространяющейся в диэлектрической среде, связанные заряды (электроны и ионы) приходят в вынужденные колебания. Каждую молекулу диэлектрика можно рассматривать как систему осцилляторов с набором собственных частот. В области частот видимого и ультрафиолетового излучения наиболее интенсивными будут вынужденные колебания внешних (оптических) электронов. Колебаясь с частотой падающего света, оптические электроны излучают вторичные световые волны, которые являются когерентными как между собой, так и с первичной падающей волной. Взаимодействием этих волн и объясняется дисперсия. Наибольшее взаимодействие достигается, когда частота света совпадает с собственной частотой электронов в атомах. Это приводит к резонансному поглощению света и к аномальной дисперсии.

## § 13.10. Фазовая и групповая скорости света

Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется волновой (фазовой) поверхностью. Ее можно проводить через любую точку пространства, охваченного волновым процессом. Волновые поверхности могут быть разной формы. В простейшем случае это плоскости (плоская волна) или сферы (сферическая волна).

Запишем уравнение плоской монохроматической волны, распространяющейся вдоль оси  $X$ :

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx).$$

Фазовая скорость — это скорость распространения волновой (фазовой) поверхности:

$$v = \frac{dx}{dt}.$$

Ее можно найти из условия постоянства фазы  $\varphi = \omega t - kx = \text{const}$ .

Продифференцировав последнее равенство по  $t$  и  $x$ , получим:

$$\omega dt = k dx,$$

откуда  $v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T}$ .

Все это справедливо только для монохроматической волны. С ее помощью нельзя передать никакого сигнала, ибо каждый последующий горб или впадина ничем не отличаются от предыдущих. Для передачи сигнала на волне надо сделать метку, исказить ее. Такая волна представляет собой суперпозицию (набор) волн с разными, но близкими частотами и называется волновым пакетом или группой волн. Схематически волновой пакет показан на рисунке 13.10.1. Найдем скорость передачи энергии таким пакетом.

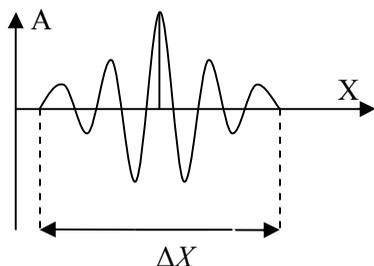


Рис. 13.10.1

Поскольку энергия колебаний прямо пропорциональна квадрату амплитуды, то скорость переноса энергии волновым пакетом будет равна скорости центра пакета. Эта скорость называется групповой. (С такой же скоростью

С такой же скоростью

перемещается и любая точка пакета с фиксированным значением амплитуды.)

Пусть пакет состоит из двух монохроматических плоских волн с одинаковыми амплитудами и незначительно отличающимися частотами:

$$E_1 = E_0 \cos(\omega t - kx);$$

$$E_2 = E_0 \cos[(\omega + \Delta\omega)t - (k + \Delta k)x].$$

Сложим данные колебания по формуле для суммы косинусов, учитывая, что  $\Delta\omega \ll \omega$  и  $\Delta k \ll k$ . Получим:

$$E = E_1 + E_2 = \left[ 2E_0 \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x\right) \right] \cos(\omega t - kx).$$

Множитель, стоящий в квадратных скобках, изменяется от времени  $t$  и координаты  $x$  значительно медленней, чем второй. Поэтому полученное уравнение можно рассматривать как уравнение плоской волны с амплитудой

$$A = \left| 2E_0 \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x\right) \right|.$$

Групповая скорость  $u = \frac{dx}{dt}$  найдется из условия постоянства амплитуды, т.е.

$$\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x = \text{const}.$$

Следовательно, 
$$\frac{\Delta\omega}{2}dt = \frac{\Delta k}{2}dx.$$

Откуда  $u = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$ , или в пределе  $u = \frac{d\omega}{dk}$ .

Помня, что  $v = \frac{\omega}{k}$ , найдем связь между групповой и фазовой скоростями. Получим:  $u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$ .

В случае нормальной дисперсии  $\frac{dn}{d\lambda} < 0$ ,  $\frac{dv}{d\lambda} > 0$

(так как  $n = \frac{c}{v}$ , то знаки  $dn$  и  $dv$  разные) и групповая скорость меньше фазовой:  $u < v$ . При аномальной дисперсии  $u > v$ . Если дисперсия отсутствует, то  $u = v$ .

### § 13.11. Рассеяние и поглощение света

Если свет падает на прозрачную, оптически однородную и изотропную среду, то вторичные волны, интерферируя между собой, полностью гасят друг друга во всех направлениях, кроме направления распространения первичной волны. В результате образуется только проходящая волна, и рассеяние света отсутствует. Если же среда оптически неоднородная, то вторичные волны, интерферируя между собой и с первичной волной, не гасят друг друга и в боковых направлениях. Это приводит к перераспределению света по направлениям, т.е. к его рассеянию.

*Если оптическая неоднородность среды обусловлена флуктуациями плотности за счет беспорядочного движения молекул вещества, то рассеяние называется молекулярным. Если оптическая неоднородность среды обусловлена примесями в ней малых инородных частиц (мутные среды), то имеет место рассеяние в мутных средах.* Примерами мутных сред являются думы (взвеси в газах мельчайших твердых частиц), туманы (взвеси в газах мельчайших капелек жидкости), суспензии (взвеси в жидкости твердых частиц), эмульсии (взвеси в жидкости частиц другой жидкости), твердые тела типа перламутра, опала и др.

*Характер рассеяния и его закономерности зависят от соотношения размеров частиц взвеси с длиной волны света. Если  $r \gg \lambda$ , то говорят о геометрическом рассеянии, т.е. отражении и преломлении света. Если  $r \ll \lambda$ , то среда является оптически однородной, и рассеяния света не будет. При  $r < \lambda$  [ $r \approx (0,1 - 0,2)\lambda$ ] рассеяние называется рэлеевским.*

Частица малого размера с колеблющимися в ней под действием падающего света электронами подобна одному колеблющемуся электрическому диполю (линейный гармонический осциллятор). Частота его колебаний равна частоте падающего света, а интенсивность излучаемого им света пропорциональна  $\nu^4$ .

Поэтому для рассеянного света справедлив закон Рэля: интенсивность рассеянного света

$$I \sim \nu^4, \text{ или } I \sim \frac{1}{\lambda^4}.$$

Из него следует, что в рассеянном свете должна преобладать коротковолновая (сине-голубая) часть спектра, а в проходящем — длинноволновая (желто-красная). Этим объясняется голубой цвет неба и желто-красный цвет зорь.

Если  $r > \lambda$ , то  $I \sim \nu^m$ , или  $I \sim \frac{1}{\lambda^m}$ , где  $m < 4$ . Довольно часто реализуется случай  $m=2$ . Вот почему величиной капелек тумана обусловлен и его цвет. В голубом тумане капельки мелкие и рассеяние подчиняется закону Рэля, белесый цвет тумана свидетельствует о том, что в нем размеры капелек воды больше (или равны)  $\lambda$ .

При прохождении света через вещество часть энергии световой волны расходуется на возбуждение колебаний электронов и частично возвращается в виде вторичного излучения, другая часть переходит во внутреннюю энергию вещества. В результате этого интенсивность света уменьшается, т.е. свет поглощается, а вещество может нагреваться, его атомы и молекулы могут возбуждаться и ионизироваться, в нем могут происходить фотохимические реакции и другие процессы. Поскольку вынужденные колебания электронов наиболее интенсивны при резонансе (их собственная частота совпадает с частотой падающего света), то при этом увеличивается и поглощение света.

*Опыт показывает, что интенсивность света при поглощении убывает по закону  $I = I_0 e^{-\alpha l}$ , где  $I_0$  — интенсивность света на входе в поглощающий слой,  $l$  — толщина слоя,  $I$  — интенсивность света на выходе из слоя,  $\alpha$  — коэффициент поглощения. Данное соотношение называется законом Бугера—Ламберта.* Из этого

закона следует, что при  $\alpha = \frac{1}{l}$  интенсивность света убывает

в  $e$  раз. Таким образом, коэффициент поглощения есть величина, обратная толщине слоя, в котором интенсивность света убывает в  $e$  раз. Для воздуха, например,  $\alpha = 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ , для стекла —  $1 \text{ м}^{-1}$ , для металла —  $10^6 \text{ м}^{-1}$ . Коэффициент поглощения зависит

*не только от свойств вещества, но и от длины волны, т.е. вещество избирательно (селективно) поглощает свет. Зависимость коэффициента поглощения от длины волны характеризует спектр поглощения данного вещества.*

Для веществ, атомы которых практически не взаимодействуют друг с другом (газы при малых давлениях), коэффициент поглощения мал и обнаруживает резкие максимумы только при резонансе электронов в очень узких интервалах частот. Поэтому спектр поглощения таких веществ линейчатый.

В случае многоатомных молекул резонансные колебания испытывают целые атомы. И так как масса атома значительно превышает массу электрона, то резонансные частоты в этом случае значительно меньше, и спектральные линии поглощения находятся в инфракрасной области. У газов при высоком давлении в спектре поглощения наблюдаются совокупности тесно расположенных линий, образующих целые полосы (полосатый спектр). У жидких и твердых диэлектриков спектр поглощения сплошной. Он состоит из сравнительно широких полос.

*Из сказанного можно сделать вывод о том, что расширение спектральных линий поглощения до полос и полос до сплошного спектра является результатом усиления взаимодействия атомов.*

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое световой вектор электромагнитной волны?
2. Что понимается под интенсивностью света?
3. Какие волны называются когерентными? Как их можно получить?
4. Запишите условия максимума и минимума при интерференции.
5. Где используется явление интерференции света?
6. Что такое дифракция света? В чем она проявляется?
7. В чем состоит метод зон Френеля? Рассмотрите на его основе дифракцию на круглом отверстии и непрозрачном диске.
8. Как выглядит дифракционная картина в параллельных лучах на одной щели и на дифракционной решетке?
9. Запишите условие главных максимумов и минимумов для дифракционной решетки.
10. Что значит угловая и линейная дисперсии? Чему они равны? Как найти разрешающую способность дифракционной решетки?
11. Какой свет называется естественным, какой — поляризованным?
12. Что означает поляризация света? Какими способами можно получить поляризованный свет?
13. Запишите и поясните закон Брюстера.
14. Что значит двойное лучепреломление? Что значит обыкновенный и необыкновенный луч? Как поляризован каждый из них?
15. Чему равна интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор?
16. Запишите и поясните закон Малюса.
17. Что понимается под оптической анизотропией, и как ее можно получить?
18. Какие вещества называются оптически активными? Где это свойство веществ используется?
19. Что понимается под дисперсией света?
20. Что является количественной мерой дисперсии? Какая дисперсия называется нормальной, какая — аномальной?
21. Что значит фазовая скорость света? Чему она равна?
22. Что значит групповая скорость света? Чему она равна и как связана с фазовой скоростью?

23. Что означает рассеяние света? Каковы его закономерности?  
24. Запишите закон поглощения света. Каков смысл коэффициента поглощения?

## Глава 14

### КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА ИЗЛУЧЕНИЯ

#### § 14.1. Тепловое излучение и его характеристики. Законы Кирхгофа и Стефана—Больцмана

*Тепловое (или температурное) излучение является одним из самых распространенных. Под ним понимается излучение электромагнитных волн за счет внутренней (тепловой) энергии тела. Тепловое излучение имеет место при любой температуре, однако при малых температурах излучаются в основном лишь инфракрасные волны. Тепловое излучение, единственное из всех, является равновесным. Это означает, что при неизменной температуре распределение энергии между телом и излучением остается неизменным, т.е. тело излучает энергии столько, сколько поглощает. Обусловлено это тем, что интенсивность теплового излучения возрастает с повышением температуры.*

Допустим, что равновесие между телом и излучением нарушено, и тело излучает энергии больше, чем поглощает. Это приведет к уменьшению внутренней энергии тела, а следовательно, и его температуры. Уменьшение температуры приведет к уменьшению интенсивности излучения. Температура тела будет понижаться до тех пор, пока количество излучаемой телом энергии не будет равно количеству поглощаемой им энергии, и пока равновесие между телом и излучением не восстановится. *Равновесность теплового излучения дает возможность использовать для его анализа законы термодинамики.*

*Под энергетической светимостью тела понимается энергия, излучаемая единицей его поверхности в 1 с по всем направлениям, т.е.*

$$R_T = \frac{dW}{dsdt}.$$

Буква «г» у  $R$  означает, что энергетическая светимость является функцией температуры. Поскольку излучение состоит из волн различной длины  $\lambda$  (частоты  $\nu$ ) и имеет различную интенсивность в разных диапазонах, вводят понятие спектральной плотности энергетической светимости, т.е. испускательной способности

$$r_{\lambda,T} = \frac{dR}{d\lambda} \text{ или } r_{\nu,T} = \frac{dR}{d\nu}.$$

Таким образом, *испускательная способность есть энергетическая светимость в единичном интервале частот (длин волн)*. Испускательная способность зависит от частоты (длины волны) излучения и температуры тела. Следовательно,

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu.$$

Интеграл берется по всему интервалу частот от 0 до  $\infty$ . Аналогичное соотношение можно записать и через интервал длин волн:

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda.$$

Пусть на элементарную площадку поверхности тела падает поток энергии  $d\Phi$ , и пусть поглощенная часть потока равна  $d\Phi'$ .

Величина  $a_{\nu,T} = \frac{d\Phi'}{d\Phi}$  называется *поглощательной способностью тела*. Она, как и излучательная способность, есть функция частоты (длины волны) и температуры. Если  $a_{\nu,T} = 1$ , то тело называется *абсолютно черным*. При  $a_{\nu,T} < 1$  тело называют *серым*.

В природе нет абсолютно черных тел. Однако можно создать устройства, очень близкие по своим свойствам к абсолютно черному телу. Они представляют собой замкнутые полости с небольшим отверстием. Излучение, попавшее в эту полость через отверстие, многократно отражается от ее стенок и практически все поглощается. Если эту полость нагреть, то из отверстия будет выходить излучение, весьма близкое по своим свойствам к излучению абсолютно черного тела.

Испускательная и поглощательная способности тела связаны между собой: чем больше  $r_{\nu,T}$ , тем больше и  $a_{\nu,T}$ . Это объясняется равновесностью теплового излучения. В 1860 г. Г.Кирхгоф

установил закон, согласно которому отношение испускательной способности тела к его поглотительной способности не зависит от природы тела, а является для всех тел одной и той же (универсальной) функцией частоты (длины волны) и температуры, т.е.

$$\frac{r_{\nu, T}}{a_{\nu, T}} = f(\nu, T), \text{ или } \frac{r_{\lambda, T}}{a_{\lambda, T}} = \phi(\lambda, T).$$

Эти функции часто называют функциями Кирхгофа. Хотя сами величины  $r_{\nu, T}$  и  $a_{\nu, T}$  могут иметь для разных тел разные значения, их отношение для всех тел остается неизменным. Если одно из тел будет абсолютно черным, то для него

$$f(\nu, T) = \frac{r_{\nu, T}}{a_{\nu, T}} = r_{\nu, T}^*.$$

(Звездочка означает, что речь идет об абсолютно черном теле). Таким образом, функция Кирхгофа есть испускательная способность абсолютно черного тела. Вот почему исследование излучения абсолютно черного тела представляет большой интерес.

Анализируя экспериментальные данные, австрийский физик Й. Стефан в 1879 г. приходит к выводу, что энергетическая светимость любого тела пропорциональна четвертой степени температуры:  $R_T \sim T^4$ . Л. Больцман в 1884 г. на основе законов термодинамики теоретически доказал, что вывод Й. Стефана справедлив только для абсолютно черных тел; т.е.  $R_T^* = \sigma T^4$ , где  $\sigma$  — некоторая постоянная величина. Это соотношение выражает закон Стефана—Больцмана, а константу называют постоянной Стефана—Больцмана. Ее экспериментальное значение равно  $5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>К<sup>4</sup>). Для серого тела  $R_T = \alpha \sigma T^4$ , где  $0 < \alpha < 1$  — степень черноты тела (поглотительная способность).

## § 14.2. Распределение энергии в спектре абсолютно черного тела. Законы Вина

На рисунке 14.2.1 показаны экспериментальные кривые зависимости  $r_{\lambda, T}^*$  от длины волны при различных температурах абсолютно черного тела. Как видно, энергия излучения абсолютно черного тела по его спектру распределена неравномерно. Она

мала в области очень малых и очень больших длин волн. С ростом температуры  $r_{\lambda,T}^*$  возрастает, а длина волны  $\lambda_m$ , на которую приходится максимум испускательной способности, уменьшается. Все попытки получить теоретически в рамках классической физики вид функции  $f(\lambda, T)$ , установленный экспериментально, оказались безуспешными.

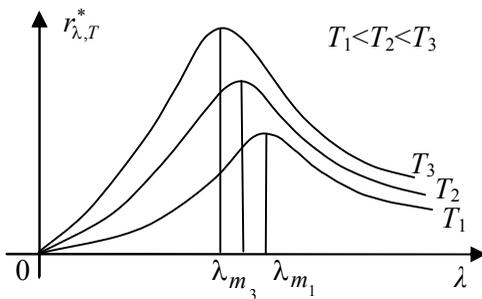


Рис. 14.2.1

В 1893 г. В.Вин, решая эту задачу, получил выражение для испускательной способности абсолютно черного тела, из которого вытекал ряд очень важных следствий. Одним из следствий был закон Стефана—Больцмана, другим — зависимость от температуры длины волны  $\lambda_m$ , на которую приходится максимум испускательной способности. Оказалось, что

$$\lambda_m = \frac{b_1}{T},$$

где  $b_1 = 2,90 \cdot 10^{-3}$  м·К — постоянная Вина.

Последняя формула выражает закон смещения Вина, хорошо согласующийся с экспериментом. После установления этого закона стало понятным, почему при повышении температуры светящихся тел в их спектре возрастает коротковолновое излучение, а красное свечение переходит в белое. Наконец, из полученного В.Вином соотношения следовало, что максимальная испускательная способность абсолютно черного тела пропорциональна пятой степени его абсолютной температуры (второй закон Вина), т.е.

$$r_{\lambda,T \max}^* = b_2 T^5, \text{ где } b_2 = 1,29 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \text{К}^5}.$$

В числе ученых, которые внесли определенный вклад в исследование функции Кирхгофа следует назвать Д.Рэля и Д.Джинса. Вычислив количество осцилляторов в единице объема полости и приняв, что средняя энергия осциллятора  $\langle \varepsilon \rangle = kT$ , ученые

нашли формулу для испускательной способности абсолютно черного тела:

$$r_{\nu, T}^* = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT \quad \text{— формула Рэля—Джинса.}$$

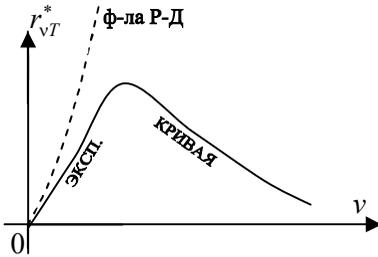


Рис. 14.2.2

Она удовлетворительно согласуется с экспериментом лишь в области больших длин волн (малых частот). С ростом частоты формула Рэля—Джинса все больше расходится с экспериментом (рис. 14.2.2), с законом смещения Вина и законом Стефана—Больцмана. По этой формуле  $r_{\nu, T}^*$  монотонно

возрастает с ростом частоты, не имея максимума, а энергетическая светимость абсолютно черного тела при любой температуре обращается в бесконечность:

$$R_T^* = \int_0^{\infty} r_{\nu, T}^* d\nu = \frac{2\pi}{c^2} kT \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty.$$

Таким образом, *последовательное применение классической физики к излучению абсолютно черного тела привело к абсурдным результатам. Эта ситуация в физике получила название «ультрафиолетовая катастрофа», смысл которого заключается в том, что происходит нарушение закона сохранения энергии ( $R_T = \infty$ ), если энергетическую светимость тела вычислять во всем интервале частот от 0 до  $\infty$ . Выход из этого положения был найден в 1900 г. немецким ученым М.Планком.*

### § 14.3. Квантовая гипотеза и формула Планка

*Поскольку вывод формулы Рэля—Джинса с классической точки зрения был безупречным, расхождение ее с экспериментом указывало на существование каких-то закономерностей, принципиально несовместимых с представлениями классической физики.*

В 1900 г. М.Планку удалось найти формулу, которая давала распределение энергии в спектре абсолютно черного тела и прекрасно согласовывалась с экспериментальными данными во всем интервале частот (длин волн). Но для этого ему пришлось предположить (*квантовая гипотеза Планка*), что электромагнитное излучение испускается отдельными порциями — квантами, величина которых пропорциональна частоте излучения. По этой гипотезе квант энергии  $\varepsilon = h\nu$ , где  $h$  — постоянная величина, получившая название постоянной Планка. Найденное из опыта значение  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж·с. Поскольку величина, равная произведению энергии на время, в механике называется действием, то постоянную Планка называют иногда квантом действия. Таким образом, *если в классической физике было принято, что энергия системы может изменяться непрерывно и принимать любые, сколь угодно близкие значения, то согласно квантовым представлениям она может принимать лишь определенные, дискретные значения, равные целому числу квантов энергии:*

$$W = nh\nu, \text{ где } n = 1, 2, 3 \dots$$

Исходя из закона Больцмана о распределении колебаний (осцилляторов) по значениям энергии, М.Планк нашел среднее значение кванта энергии (среднее значение энергии осциллятора):

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}.$$

Тогда испускательная способность абсолютно черного тела

$$r_{\nu, T}^* = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}.$$

*Это выражение и носит название формулы Планка.* Если  $h\nu/kT \ll 1$  (малые частоты, большие длины волн), то

$$e^{h\nu/kT} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT},$$

и формула Планка переходит в формулу Рэлея—Джинса.

Из формулы Планка легко получить закон Стефана—Больцмана. Используя экспериментальное значение постоянной Стефана—Больцмана, М.Планк впервые определил значение  $h$ .

Формула Планка дает возможность получить закон смещения Вина и по известному значению  $h$  вычислить  $b_1$  — постоянную

Вина. Все это свидетельствует о том, что формула Планка дала исчерпывающее решение проблемы излучения абсолютно черного тела.

### § 14.4. Внешний фотоэффект и его законы

*Внешним фотоэффектом, или фотоэлектронной эмиссией, называется явление испускания электронов веществом под действием света. Вылетающие из вещества электроны в этом случае называются фотоэлектронами, а их упорядоченное движение образует фототок. Явление фотоэффекта было открыто Г.Герцем в 1887 г.*

В 1888—1889 гг. А.Г.Столетов проводит первое систематическое исследование этого явления на установке, схема которой показана на рисунке 14.4.1.

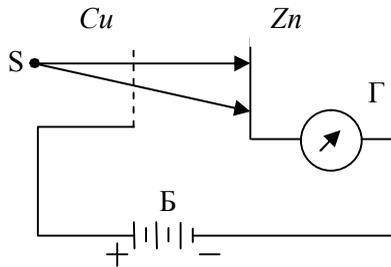


Рис. 14.4.1

Плоский конденсатор, одной из обкладок которого была медная сетка, а другой — сплошная цинковая пластина, был включен последовательно с гальванометром Г в цепь электрической батареи Б. При освещении отрицательно заряженной цинковой пластины светом от источника S в цепи возникал фототок, который регистрировался гальванометром. В результате опытов А.Г.Столетов сделал ряд выводов:

1. Тело теряет заряд под действием света только в том случае, если оно заряжено отрицательно.
2. Явление вызывается преимущественно ультрафиолетовыми лучами.
3. Величина фототока пропорциональна световому потоку.

4. Разряжающее действие лучей проявляется даже при кратковременном действии света ( $10^{-4}$  с).

В результате исследований Ф.Ленарда и Д.Томсона было установлено, что при фотоэффекте из вещества вырываются электроны. Усовершенствовав установку А.Г.Столетова, эти и другие ученые более детально исследовали фотоэффект, сняли его вольт-амперную характеристику и сформулировали для него ряд законов.

Схема установки для изучения фотоэффекта показана на рисунке 14.4.2.

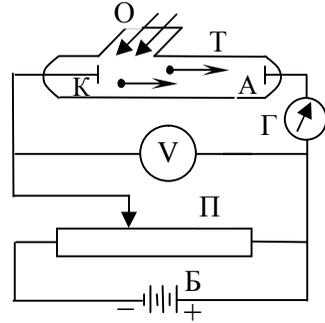


Рис. 14.4.2

В вакуумной трубке Т с кварцевым окошком О расположены два электрода: К — катод, А — анод. На них через потенциометр П подается напряжение от батареи Б, измеряемое вольтметром V. Гальванометр Г измеряет силу фототока. Свет, падающий на катод через кварцевое окошко О, выбивает из катода электроны, которые под действием электрического поля перемещаются к аноду. Зависимость фототока  $I$  от напряжения  $U$  между катодом и анодом (вольт-амперная характеристика) показана на рисунке 14.4.3. Световой поток при этом поддерживается неизменным.

Из приведенного графика следует, что с ростом напряжения фототок сначала растет, а затем остается неизменным, называемым фототоком насыщения. Сила фототока насыщения определяется количеством электронов, испускаемых катодом в единицу времени и попадающих на анод. Наличие фототока  $I$  при  $U=0$  означает, что часть электронов, выбиваемых из катода, обладает достаточной энергией, чтобы без помощи ускоряющего электрического поля достичь анода. Для обращения фототока в нуль между катодом и анодом

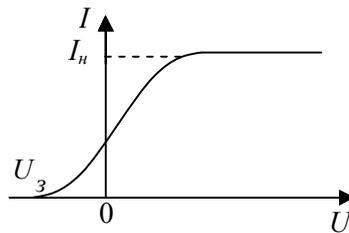


Рис. 14.4.3

надо приложить задерживающее напряжение  $U_3$ . Зная  $U_3$ , можно определить максимальную скорость  $v_m$  фотоэлектронов из соотношения

$$eU_3 = \frac{mv_m^2}{2}$$

где  $m$  и  $e$  — масса и заряд электрона.

На основе опытов были установлены следующие законы фотоэффекта:

1. Фототок насыщения пропорционален интенсивности света (энергетической освещенности катода).

2. Максимальная начальная скорость фотоэлектронов не зависит от интенсивности света, а определяется его частотой.

3. Для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т.е. минимальная частота  $\nu_0$ , при которой фотоэффект еще возможен. Эта частота зависит от природы вещества и от состояния его поверхности.

### § 14.5. Фотоны. Энергия, импульс и масса фотона. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта

Если первый закон фотоэффекта вполне объясним на основе электромагнитной теории света, то второй и третий законы на основе классических представлений истолковать не удается.

В 1905 г. для объяснения второго и третьего законов фотоэффекта А.Эйнштейн, развивая идеи М.Планка, высказывает предположение, что свет не только излучается, но и распространяется и поглощается квантами. Таким образом, согласно А.Эйнштейну, свет представляет собой поток квантов электромагнитного излучения, распространяющихся со скоростью  $c$ . Световые кванты впоследствии были названы фотонами. Так появилась фотонная теория света, согласно которой свет — это поток световых частиц — фотонов. Энергия фотона  $\epsilon = h\nu = mc^2$ , импульс

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Такое соотношение между энергией и импульсом справедливо только для частиц с нулевой массой покоя и движущихся со скоростью  $c$ .

$$\text{Масса движения фотона } m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{p}{c}.$$

Используя фотонные представления и закон сохранения энергии, А.Эйнштейн объяснил второй и третий законы фотоэффекта. По мысли А.Эйнштейна, энергия фотона  $\epsilon=h\nu$  целиком усваивается электроном и расходуется на работу выхода его из металла и на сообщение ему кинетической энергии, т.е.

$$h\nu = A + \frac{mv_m^2}{2} = e\varphi + eU_3,$$

где  $\varphi$  — потенциал выхода,  $U_3$  — задерживающее напряжение. Это соотношение называется уравнением (формулой) Эйнштейна для фотоэффекта. Оно неоднократно подвергалось экспериментальной проверке и всегда оказывалось справедливым. Из этого уравнения можно определить красную границу фотоэффекта. Электроны не покинут металл, если энергия фотона будет меньше работы выхода, т.е.  $h\nu \geq A$  — необходимое условие возникновения фотоэффекта. Следовательно, красная граница фотоэффекта найдется из условия  $h\nu_0 = A$ ,

$$\nu_0 = \frac{A}{h}.$$

Таким образом, уравнение Эйнштейна не только объясняет существование красной границы фотоэффекта, но и позволяет ее вычислить. За работы в области фотоэффекта А.Эйнштейн в 1922 г. был удостоен Нобелевской премии.

Рассмотренный выше фотоэффект называется однофотонным. Это означает, что электрон получает энергию лишь от одного фотона. При очень больших интенсивностях света, достигаемых с помощью лазеров, наблюдается многофотонный, или нелинейный, фотоэффект. В этом случае электрон может одновременно получать энергию не от одного, а от  $n$  фотонов ( $n = 2, 3, 4, 5$ ). В случае многофотонного фотоэффекта уравнение Эйнштейна запишется следующим образом:

$$nh\nu = \frac{mv_m^2}{2} + A.$$

## § 14.6. Рассеяние рентгеновских лучей. Эффект Комптона

Одним из ярких проявлений квантовой природы излучения является эффект, открытый в 1923 г. американским физиком А.Комптоном. Изучая рассеяние рентгеновских лучей различными веществами, ученый обнаружил, что в рассеянных лучах наряду с первичной длиной волны  $\lambda$  содержатся лучи с большей длиной волны  $\lambda'$ . При этом оказалось, что  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_k \sin^2 \frac{\varphi}{2}$  не зависит от природы вещества и длины волны, а зависела только от угла  $\varphi$  между направлениями рассеянного и первичного пучков. Постоянная величина  $\lambda_k = 2,43 \cdot 10^{-12}$  м называется комптоновской длиной волны электрона. Схема опыта А.Комптона показана на рисунке 14.6.1. Узкий пучок рентгеновских лучей, выделяемый с помощью диафрагм  $D$ , направляется на рассеивающее вещество Р.В. Спектральный состав рассеянного под углом  $\varphi$  излучения определяется с помощью рентгеновского спектрографа Р.С.

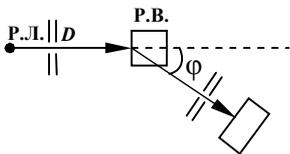


Рис. 14.6.1

Эффект Комптона и все его особенности можно понять и объяснять только на основе квантовых представлений, рассматривая рассеяние как процесс упругого столкновения рентгеновских фотонов с практически свободными электронами. Под свободными понимаются электроны,

энергия связи которых с атомом значительно меньше той, которую им может передать фотон. Заметим, что при упругом взаимодействии фотон не может полностью передать свою энергию другой частице. Такой процесс противоречил бы закону сохранения энергии и импульса.

Применим к упругому соударению рентгеновского фотона и свободного электрона законы сохранения импульса и энергии. Введем следующие обозначения.

До взаимодействия:

$$p = \frac{h\nu}{c} \text{ — импульс падающего фотона,}$$

$$p_e = 0 \text{ — импульс свободного электрона,}$$

$$\varepsilon = h\nu \text{ — энергия падающего фотона,}$$

$$\varepsilon_e = m_0c^2 \text{ — энергия покоя электрона.}$$

После взаимодействия:

$$p' = \frac{h\nu'}{c} \text{ — импульс рассеянного фотона,}$$

$$p'_e = m_0v \text{ — импульс электрона отдачи,}$$

$$\varepsilon' = h\nu' \text{ — энергия рассеянного фотона,}$$

$$\varepsilon'_e = mc^2 \text{ — энергия электрона отдачи.}$$

На основе законов сохранения импульса и энергии имеем:

$$\vec{p} + \vec{p}_e = \vec{p}' + \vec{p}'_e;$$

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2.$$

Решая систему этих уравнений, получим

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2 \frac{h}{m_0c} \sin^2 \varphi / 2,$$

где  $m_0$  — масса покоя электрона.

Сравнивая это соотношение с вышеприведенной экспериментальной формулой, находим, что комптоновская длина волны электрона  $\lambda_k = \frac{h}{m_0c}$ , что согласуется с экспериментом.

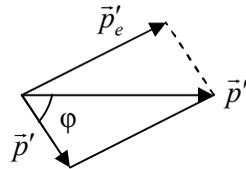


Рис. 14.6.2

## § 14.7. Корпускулярно-волновой дуализм света

Корпускулярно-волновой дуализм света означает, что свет одновременно обладает свойствами непрерывных электромагнитных волн и свойствами дискретных фотонов. Он представляет собой диалектическое единство этих противоположностей. Чтобы глубже осознать этот вывод и воспринимать его как

значительное достижение физики XX в., напомним коротко историю развития учения о свете.

*В 1672 г. И.Ньютон высказал представление о свете как о потоке прямолинейно летящих частиц вещества — корпускул. Развитие этого представления привело к корпускулярной теории света. На ее основе хорошо объяснялось прямолинейное распространение света. Для объяснения законов отражения и преломления приходилось принимать новые, довольно искусственные, допущения, а явления интерференции и дифракция на основе корпускулярных представлений не объяснялись совсем. Вот почему в 1678 г. Р.Гук и Х.Гюйгенс разработали представление о свете как о механических волнах. Это было началом волновой теории, на основе которой стали понятны интерференция и дифракция света, отражение и преломление. Но волновые представления Р.Гука и Х.Гюйгенса оказались бессильными для объяснения прямолинейного распространения света. Это, а также высокий научный авторитет И.Ньютона, привели к тому, что весь XVIII в. стал веком господства корпускулярной теории света.*

*И только в начале XIX в., когда английскому физическому Т.Юнгу на основе волновых представлений удалось разработать основные положения об интерференции света и впервые определить длину световой волны, волновая теория заявила о себе уже более серьезно. Полная ее победа в первой четверти XIX в. связана с именем французского физика Ж.Френеля, создавшего в 1818 г. стройную математическую теорию дифракции света, которая объединяла в себе принцип Гюйгенса и принцип интерференции Юнга. Таким образом, в начале XIX в. свет стали представлять как механическую поперечную волну. Но в 1860—1865 гг. Д.Максвелл разрабатывает теорию электромагнитного поля, на основе которой было предсказано существование электромагнитных волн, распространяющихся со скоростью света. Это и дало Д.Максвеллу основание считать свет одним из видов электромагнитного излучения. Экспериментальное открытие Г.Герцем в 1888 г. электромагнитных волн и исследование их свойств подтвердили вывод Д.Максвелла. Итак, в 80-х годах XIX в. под светом стали понимать электромагнитную волну. Однако в 1905 г. А.Эйнштейн для объяснения экспериментально установленных законов фотоэффекта вынужден был предположить, что свет —*

*это поток фотонов.* Так появилась фотонная теория света, на основе которой были объяснены не только фотоэффект, но и люминесценция, фотохимические реакции, эффект Комптона и другие явления, которые оказались не под силу электромагнитной теории света. Однако такие явления, как интерференция, дифракция, поляризация, дисперсия прекрасно объяснялись на основе волновых представлений. И в физике вновь, уже в который раз, возник вопрос: «Что же такое свет?». Трудность ситуации осложнялась еще и тем, что в классической физике волны и частицы были объектами противоположными по многим свойствам: частицы локализованы в пространстве, волны лишены этой локализации; частицы движутся по траекториям, а волны их не имеют; частицы не могут огибать препятствия и накладываться, а волны дифрагируют и интерферируют; частицы дискретны, а волны непрерывны. Но *в опытах со светом было неопровержимо доказано, что свет обладает как волновыми, так и корпускулярными свойствами. Было также обнаружено, что в проявлении этих свойств имеются вполне определенные закономерности:*

— *чем короче длина волны, тем ярче проявляются квантовые свойства света;*

— *чем больше длина волны, тем ярче проявляются волновые свойства.*

*Так физика XX в. открыла диалектическое единство двух классических противоположностей — частицы и волны.* Чтобы понять, в каком соотношении находятся волновая и корпускулярная картины, рассмотрим с той и другой позиций освещенность в данной точке поверхности. Согласно волновым представлениям, освещенность пропорциональна квадрату амплитуды световой волны. Согласно корпускулярным представлениям, освещенность в данной точке поверхности определится числом фотонов, ежесекундно попадающих в нее. Поскольку в данную точку фотон из потока попадает с определенной вероятностью, то квадрат амплитуды волны как раз и определяет эту вероятность.

## § 14.8. Давление света

Одним из экспериментальных доказательств волновой и квантовой природы света было измерение в 1899 г. светового давления

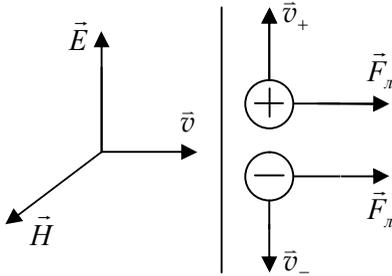


Рис. 14.8.1

русским физиком П.Н.Лебедевым. Наличие светового давления следовало из электромагнитной теории света Максвелла. Действительно, под влиянием электрического поля волны заряженные частицы вещества приходят в упорядоченное движение и подвергаются со стороны магнитного поля волны действию силы

Лоренца. Это и приводит к возникновению светового давления (рис. 14.8.1). Из теории Максвелла следовало, что давление электромагнитных волн

$$P = \langle \omega' \rangle (1 + \rho) \cos^2 i = \frac{I}{c} (1 + \rho) \cos^2 i = \frac{1}{2} \frac{E_0 H_0}{c} (1 + \rho) \cos^2 i,$$

где  $\langle \omega' \rangle$  — средняя объемная плотность энергии в волне,  $\rho$  — коэффициент отражения,  $i$  — угол падения. Если волна падает на поверхность перпендикулярно к ней ( $i = 0$ ) и полностью поглощается веществом ( $\rho = 0$ ), то  $P = \langle \omega' \rangle$ . При перпендикулярном падении и полном отражении давление будет в два раза больше:

$$P = 2 \langle \omega' \rangle.$$

Так как при действии обычных источников давление света очень мало (порядка  $10^{-6}$  Н/м<sup>2</sup>), то опытная проверка приведенной выше теоретической формулы требовала очень высокой точности эксперимента. Эти опыты с непревзойденным мастерством были выполнены П.Н.Лебедевым. Предварительное сообщение о результатах опытов было сделано им в 1899 г., а затем о своих опытах он доложил в 1900 г. в Париже на Всемирном конгрессе физиков. Работа П.Н.Лебедева получила высочайшую оценку ученых. В.Томсон, например, узнав о результатах опытов

П.Н.Лебедева, в беседе с К.А.Тимирязевым сказал: «Я всю жизнь воевал с Максвеллом, не признавая его светового давления, и вот ваш Лебедев заставил меня сдаться перед его опытами».

Так экспериментальное доказательство существования и изменение давления света еще раз подтвердили справедливость теории электромагнитного поля Максвелла. Это свидетельствовало о том, что электромагнитное поле обладает массой, следовательно, оно материально.

Формулу для давления света нетрудно получить и на основе фотонных представлений. Пусть монохроматический свет частотой  $\nu$  падает на площадку  $S$  под углом  $i$  (рис. 14.8.2). И пусть концентрация фотонов в пучке равна  $n_0$ . Тогда число фотонов, падающих на единицу площади в 1 с, будет равно  $n_0 c \cos i$ .

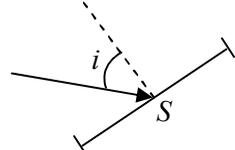


Рис. 14.8.2

Если коэффициент отражения равен  $\rho$ , то  $\rho n_0 \cdot c \cdot \cos i$  фотонов зеркально отражаются, а  $(1 - \rho)n_0 \cdot c \cdot \cos i$  фотонов поглощаются. Отраженные фотоны передадут единичной площадке в 1 с суммарный импульс, нормальная составляющая которого равна

$$P' = \left( \rho n_0 c \cos i \frac{2h\nu}{c} \right) \cos i = 2n_0 h\nu \rho \cos^2 i = 2 \langle \omega' \rangle \rho \cos^2 i,$$

где  $n_0 h\nu = \langle \omega' \rangle$  — среднее значение объемной плотности энергии в потоке. Поглощаемые фотоны передадут единичной площадке в 1 с суммарный импульс, нормальная составляющая которого равна

$$P'' = \left[ (1 - \rho) n_0 c \cos i \cdot \frac{h\nu}{c} \right] \cos i = (1 - \rho) n_0 h\nu \cos^2 i = (1 - \rho) \langle \omega' \rangle \cos^2 i.$$

Тогда давление света

$$P = P' + P'' = 2 \langle \omega' \rangle \rho \cos^2 i + (1 - \rho) \langle \omega' \rangle \cos^2 i = (1 + \rho) \langle \omega' \rangle \cos^2 i.$$

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какое излучение называется тепловым? Каково его главное свойство?
2. Что такое энергетическая светимость тела? В каких единицах в СИ она измеряется?
3. Что понимается под лучеиспускательной и лучепоглощательной способностями тела?
4. Сформулируйте закон Кирхгофа. Чему равна функция Кирхгофа?
5. Запишите закон Стефана—Больцмана для абсолютно черного и серого тел.
6. Сформулируйте и запишите законы Вина.
7. Что ценного оказалось в формуле Рэлея—Джинса? Каковы ее недостатки?
8. В чем состояла квантовая гипотеза Планка?
9. Запишите формулу Планка.
10. Что такое внешний фотоэффект? Начертите и поясните график вольт-амперной характеристики фотоэффекта.
11. Сформулируйте законы фотоэффекта. Какие проблемы возникли при попытках объяснить их на основе классических представлений?
12. В чем состоит суть фотонной теории света? Назовите важнейшие характеристики фотона.
13. Запишите уравнение Эйнштейна для фотоэффекта и объясните на его основе второй и третий законы фотоэффекта.
14. В чем заключается эффект Комптона? Чему равна комптоновская длина волны для электрона?
15. Что означает корпускулярно-волновой дуализм света?
16. Чему равно давление света?

## Глава 15

# ОСНОВЫ АТОМНОЙ И ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

### § 15.1. Опыты Резерфорда по рассеянию $\alpha$ -частиц. Ядерная модель атома и ее трудности

В 1897 г. Д.Томсон открыл электрон. Это была первая частица, входящая в состав атома и свидетельствующая о его сложном строении. Естественно, возник вопрос о модели атома. Первая модель была предложена Д.Томсоном уже в 1903 г. Однако большого значения для физики эта модель не имела. Кроме того, модель Томсона находилась в противоречии с теоремой Ирншоу, согласно которой статическая система зарядов не может быть устойчивой.

Вот почему в 1909 г. Э.Резерфорд вместе со своими учениками начинает проводить опыты по рассеянию  $\alpha$ -частиц при прохождении ими тонкой ( $d \approx 1$  мкм) металлической фольги, чтобы ответить на вопрос о том, что собой представляет атом, как в нем распределены положительный и отрицательный заряды. В одних опытах следы  $\alpha$ -частиц наблюдались и фотографировались в камере Вильсона, в других — рассеянные  $\alpha$ -частицы фиксировались на экране благодаря вспышкам (метод сцинтилляций). Схема установки Резерфорда показана на рисунке 15.1.1 а.

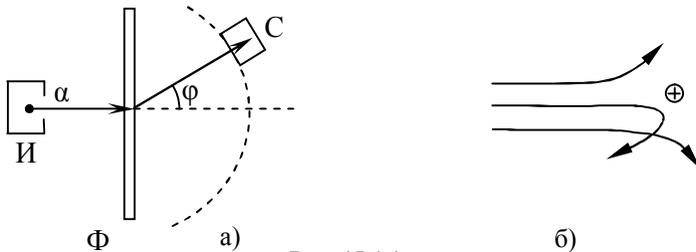


Рис. 15.1.1

И — источник  $\alpha$ -частиц; Ф — фольга;  
С — спинтарископ;  $\varphi$  — угол рассеяния

В результате опытов Резерфорда было обнаружено, что угол рассеяния  $\phi$  может быть разным, вплоть до  $180^\circ$ , хотя и очень редко (1 случай из 20 000). Это свидетельствовало о том, что в атоме есть массивное положительное образование малых размеров. Только в этом случае тяжелая положительно заряженная  $\alpha$ -частица может иметь траекторию в форме гиперболы, что и наблюдалось на опыте (рис. 15.1.1 б). В результате большого количества экспериментальных данных и их обработки Э.Резерфорд в 1911 г. пришел к следующим выводам:

1. *В атоме имеется положительно заряженное ядро, в котором сосредоточена практически вся масса атома. Ядро атома имеет размеры порядка  $3,2 \cdot 10^{-14}$  м (по современным данным  $10^{-15}$  м).*

2. *Ядро атома содержит столько положительных элементарных зарядов, каков порядковый номер  $Z$  элемента в таблице Д.И.Менделеева, т.е.  $q_{\text{я}} = Ze$ .*

3. *Вокруг ядра по круговым орбитам вращаются электроны. Их число тоже равно  $Z$ . Атом имеет размеры порядка  $10^{-10}$  м.*

Поскольку ядерная модель атома Резерфорда напоминает солнечную систему, ее нередко называют планетарной.

Если к ядерной модели атома применить классическую электродинамику, то это приведет к полному противоречию с экспериментальными фактами.

1. Согласно классической электродинамике, движущийся с ускорением заряд излучает энергию. Следовательно, обладая центростремительным ускорением, электрон в атоме все время будет излучать. В действительности же атом излучает энергию лишь при определенных условиях.

2. Постоянно излучая энергию, электрон очень быстро исчерпает ее собственный запас и упадет на ядро, т.е. атом прекратит свое существование. Расчет показывает, что время жизни атома будет всего порядка  $10^{-8}$  с. В действительности же атомы — это очень устойчивые системы.

3. Излучая непрерывно, электрон не сможет двигаться по круговой орбите, а будет по спирали приближаться к ядру. При этом частота его вращения вокруг ядра, а следовательно, и частота излучения будут меняться непрерывно, т.е. спектр излучения атома

должен быть сплошным. Опыт же показывает, что спектр излучения атома линейчатый.

Все это свидетельствовало о том, что для обоснования ядерной модели атома нужны были новые представления, новая теория. Первоначальная теория атома была разработана Н.Бором.

## § 15.2. Постулаты Бора

Приступая к разработке теории атома, Н.Бор поставил задачу учесть в ней следующие моменты:

- 1) квантовую гипотезу Планка (квантовый характер излучения энергии);
- 2) ядерную модель атома, преодолев ее трудности;
- 3) эмпирические закономерности линейчатых спектров излучения атома водорода.

В 1913 г. были опубликованы три статьи Н.Бора с его теорией атома. Суть теории была сформулирована в двух постулатах (постулаты Бора):

1. *Существуют стационарные состояния атома, находясь в которых он не излучает и не поглощает энергии (постулат стационарных состояний). В стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь квантованные значения момента импульса, удовлетворяющие условию  $L = m v r = n \hbar$  (правило квантования орбит), где  $m$  — масса электрона,  $v$  — его скорость,  $r$  — радиус орбиты,  $\hbar = h/2\pi$ ,  $n=1, 2, 3, \dots$  — целое число.*

2. *При переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую происходит излучение (или поглощение) кванта энергии, равного разности энергий этих стационарных состояний (правило частот):*

$$h\nu = W_n - W_m$$

где  $W_n$  и  $W_m$  — энергия электрона в атоме в состояниях  $n$  и  $m$ . При  $W_n > W_m$  происходит излучение энергии; при  $W_n < W_m$  энергия поглощается.

В 1914 г. в опытах Д.Франка и Г.Герца постулат Бора о существовании стационарных состояний и правило частот получили непосредственное экспериментальное подтверждение.

### § 15.3. Теория атома водорода по Бору. Ее успехи и трудности

В атоме водорода вокруг положительно заряженного ядра движется по круговой орбите один электрон. Поскольку масса ядра в 1840 раз больше массы электрона, то ядро можно считать неподвижным. Между ядром и электроном действует кулоновская сила. Эта сила удерживает электрон на орбите, т.е. является центростремительной. Следовательно,

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

По правилу квантования орбит  $mvr = n\hbar$ .

Решая эти уравнения совместно, можно получить формулы для радиуса стационарной орбиты и скорости электрона на ней:

$$r_n = n^2 \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi m e^2} = n^2 r_1; \quad v_n = \frac{e^2}{2n\epsilon_0 \hbar} = \frac{v_1}{n},$$

где  $n$  — квантовое число, названное главным и принимающее значения 1, 2, 3, ... . Если  $n=1$ , то это соответствует первой боровской орбите — основному состоянию атома водорода. Для радиуса этой орбиты получаем:

$$r_1 = \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi m e^2} = 0,528 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Определим полную энергию электрона в атоме:  $W_n = W_k + W_p$ .

$$W_k = \frac{mv_n^2}{2} = \frac{me^4}{8n^2\epsilon_0^2\hbar^2};$$

$$W_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{e^2 \pi m e^2}{4\pi\epsilon_0 n^2 \epsilon_0 \hbar^2} = -\frac{me^4}{4n^2\epsilon_0^2\hbar^2}.$$

Как видно, потенциальная энергия электрона в атоме меньше нуля, что соответствует действию сил притяжения. Кроме того,  $|W_p| = 2W_k$ . Тогда полная энергия электрона в состоянии  $n$  найдется по формуле

$$W_n = -\frac{me^4}{8n^2\epsilon_0^2\hbar^2} = \frac{W_1}{n^2}. \quad (1)$$

Таким образом, полная энергия электрона в атоме является отрицательной, т.е. электрон находится в связанном состоянии.

Если  $n=1$ , то  $W_1=-13,5$  эВ — энергия электрона в основном состоянии.

Если  $n \rightarrow \infty$ , то  $W_n \rightarrow 0$ . Это значит, что для удаления электрона из атома водорода, т.е. для ионизации атома водорода, надо совершить работу  $A = 13,5$  эВ, что подтверждается экспериментом.

Полученные выводы можно обобщить и на водородоподобные системы, заряд ядра которых равен  $Ze$ , а вокруг вращается один электрон.

Теория Бора позволила понять и объяснить атомные спектры. Рассмотрим это несколько подробнее для атома водорода. В 1885 г. швейцарский физик И.Бальмер установил, что девять известных к тому времени линий в видимой области спектра атома водорода хорошо описываются эмпирической формулой

$$\nu = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где  $\nu$  — частота излучения,  $n = 3, 4, 5, \dots$ ,  $R$  — постоянная Ридберга, равная  $3,293 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ .

В 1906 г. английский физик Т.Лайман в спектре водорода открыл серию в ультрафиолетовой области, выражаемую формулой

$$\nu = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ где } n=2, 3, 4, \dots$$

В 1908 г. немецкий физик Ф.Пашен в инфракрасной области обнаружил новую серию. Она описывалась формулой

$$\nu = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ где } n=4, 5, 6, \dots$$

В дальнейшем в спектре атома водорода был обнаружен еще ряд серий, которые описывались формулой

$$\nu = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (2)$$

где  $m$  и  $n$  — целые числа, причем отсчет  $n$  начинался с  $m+1$ . При  $m = 1$  формула описывает серию Лаймана,  $m = 2$  дает серию Бальмера,  $m = 3$  — Пашена,  $m = 4$  — Брэкета,  $m = 5$  — Пфунда,  $m=6$  — Хэмфри.

Если формулу (2) сопоставить с правилом частот Бора

$$\nu = \frac{W_n - W_m}{h},$$

то станет ясно, что серия Лаймана возникает при переходе электронов на первый энергетический уровень ( $m=1$ ) со второго ( $n=2$ ), третьего ( $n=3$ ) и т.д. Серия Бальмера возникает при переходе электронов на второй энергетический уровень ( $m=2$ ) с третьего ( $n=3$ ), четвертого ( $n=4$ ) и т.д. Кроме того, из сопоставления этих формул следует, что

$$W_n = -\frac{Rh}{n^2}. \quad (3)$$

Эта формула определяет квантованное значение энергии электрона на  $n$ -ом энергетическом уровне, т.е. значение энергии атома водорода в  $n$  состоянии;  $n$  — главное квантовое число. Сравнивая формулы (1) и (3), получим:

$$R = \frac{me^4}{8h^3 \varepsilon_0^2} = 3,288 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1},$$

что прекрасно согласуется с экспериментом. Это был большой успех теории Бора.

В целом теория Бора помогла систематизировать и объяснить огромный экспериментальный материал первой четверти XX в. Но теория оказалась бессильной уже для атома гелия, из нее невозможно было ничего извлечь для интенсивности спектральных линий. Кроме того, эта теория внутренне оказалась противоречивой — ведь она объединяла классические представления с квантовыми. Все это говорило о том, что теория Бора представляет собой переходной этап в развитии атомной и ядерной физики. Последовательной теорией атомных и ядерных процессов стала квантовая механика, созданная в 1924—1927 гг.

## § 15.4. Состояние электрона в атоме. Принцип Паули

*Физические величины, которые могут принимать лишь определенные дискретные значения, называются квантованными, а само выражение их через квантовые числа называется квантованием.*

Формулируя свои постулаты для ядерной модели атома, Н.Бор опирался на квантовую гипотезу М.Планка, согласно которой энергия гармонического осциллятора может иметь лишь квантованные значения  $\epsilon = nh\nu$ , где  $n$  — целое число.

Развитие этой идеи привело Бора к правилу частот и правилу квантования орбит, согласно которому

$$L = n\hbar,$$

где  $L$  — момент импульса электрона на стационарной орбите,  $n = 1, 2, 3, \dots$  — целое число. Энергия электрона в атоме водорода, согласно Бору, квантуется по формуле

$$W_n = -\frac{me^4}{8n^2\epsilon_0^2\hbar^2} = -\frac{Rh}{n^2}. \quad (1)$$

Число  $n$  в этих формулах получило название главного квантового числа.

Развитие теории Бора А.Зоммерфельдом привело к тому, что кроме круговых орбит в атоме могут быть и стационарные эллиптические орбиты<sup>1</sup>. Оказалось, что при данном квантовом числе  $n$  возможны  $n$  геометрически различных орбит: одна круговая и  $(n-1)$  эллиптических, с различными малыми полуосями, но с одной и той же большой полуосью  $a$ , равной радиусу  $r$  круговой орбиты.

Энергия частицы, движущейся по эллипсу, не зависит от малой полуоси, а определяется только величиной его большой полуоси, т.е.  $W_{nr} = W_{na}$ , если  $r=a$ . Видно, что *учет эллиптических орбит не увеличил числа возможных значений энергии стационарных состояний, хотя число самих стационарных состояний увеличилось. Поэтому формула для квантования энергии сохранила свою силу. Что же касается момента импульса  $L$ , то для каждого стационарного состояния при данном числе  $n$  он имеет свои различные значения, т.е. формула  $L = n\hbar$  нуждалась в замене.* Новое

---

<sup>1</sup> Понятие орбит помогает более наглядно представить некоторые явления и правильно их понять.

правило квантования орбитального момента импульса электрона в атоме дает решение уравнения Шредингера для данного случая. Это правило выражается формулой

$$L_l = \sqrt{l(l+1)} \cdot \hbar, \quad (2)$$

где  $l = 0, 1, 2, \dots (n-1)$  — орбитальное квантовое число.

Таким образом, главное квантовое число  $n$  определяет энергию электрона в атоме, а орбитальное квантовое число  $l$  — орбитальный момент импульса. Состояние, в котором  $n = 1$  и  $l = 0$ , называется основным. В атомной физике состояния с различными значениями орбитального квантового числа  $l$  обозначаются следующим образом:  $l = 0$  —  $s$ -состояние;  $l = 1$  —  $p$ -состояние;  $l = 2$  —  $d$ -состояние;  $l = 3$  —  $f$ -состояние;  $l = 4$  —  $g$ -состояние;  $l = 5$  —  $h$ -состояние.

Кроме орбитального механического момента  $\vec{L}_l$ , электрон, движущийся по орбите, имеет и орбитальный магнитный момент  $\vec{P}_m$ , поскольку орбиту с электроном можно рассматривать как замкнутый контур с током:

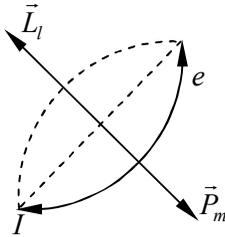


Рис. 15.4.1

$$P_m = \frac{evr}{2} \quad (\text{см. § 11.1}).$$

Если атом находится в магнитном поле, то в результате взаимодействия орбитального магнитного момента электрона с магнитным полем движение электрона возмущается, а электронная орбита начинает прецессировать. Так появляется новая степень свободы электрона; следовательно, для описания его состояния нужно новое квантовое число.

В квантовой механике не может быть указана ориентация  $\vec{L}_l$  и  $\vec{P}_m$  относительно плоскости электронной орбиты, ибо в действительности таких орбит нет. Для указания ориентации  $\vec{L}_l$  и  $\vec{P}_m$  в качестве направления обычно берут направление  $\vec{B}$  — индукции внешнего магнитного поля. Если в классической физике считалось, что  $\vec{L}_l$  и  $\vec{P}_m$  могут быть ориентированы относительно  $\vec{B}$  произвольным образом, то квантовая механика показа-

ла, что  $\vec{L}_l$  и  $\vec{P}_m$  могут быть ориентированы относительно  $\vec{B}$  лишь вполне определенным образом, а именно таким, чтобы проекция вектора  $\vec{L}_l$  на направление  $\vec{B}$  принимала значения, кратные  $\hbar$ , т.е.  $L_{l_B} = m\hbar$ , где  $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm l$  — магнитное квантовое число. Значит, орбитальный момент  $\vec{L}_l$  квантуется не только по величине, но и по направлению и может принимать в пространстве  $(2l+1)$  дискретных направлений. Например, в  $p$ -состоянии ( $l=1$ )  $m$  может принимать три значения: 0, +1 и -1. Значит в  $p$ -состоянии вектор  $\vec{L}_l$  может быть ориентирован в пространстве только тремя способами (рис. 15.4.2а). В состоянии  $d$  ( $l=2$ ) таких разрешенных направлений будет пять (рис. 15.4.2б). Из правил квантования момента импульса  $\vec{L}_l$ , вытекает, что постоянную Планка  $\hbar$  можно рассматривать как естественную единицу момента импульса.

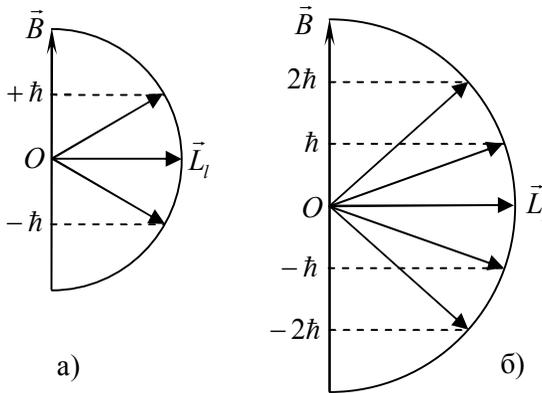


Рис. 15.4.2

Используя орбитальное гиромангнитное отношение

$$q_1 = \frac{P_m}{L_l} = \frac{e}{2m_e}$$

и формулу (2), можно получить формулу для квантования  $P_m$ :

$$P_m = L_l \cdot \frac{e}{2m_e} = \sqrt{l(l+1)} \frac{e\hbar}{2m_e}.$$

Величина  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 0,927 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{Тл}}$  называется *магнетоном Бора*.

Значит, магнитный момент электрона может содержать некоторое число магнетонов Бора. Вектор  $\vec{P}_m$  электрона всегда противоположен вектору  $\vec{L}_l$  — это означает, что *магнитный орбитальный момент электрона квантуется и по направлению, т.е. может принимать в пространстве только вполне определенные дискретные направления*.

Квантовые числа  $n$ ,  $l$ ,  $m$  позволяют более точно описать возникновение спектра излучения (поглощения) атома водорода, по сравнению с теорией Бора. Квантовая механика вводит *правила отбора*, ограничивающие число возможных переходов. Оказывается, с наибольшей вероятностью могут происходить переходы, для которых: 1) изменение орбитального квантового числа  $\Delta l = \pm 1$ ; 2) изменение магнитного квантового числа  $\Delta m = 0, \pm 1$ .

Запрещенные переходы ( $\Delta l = 2$ ) могут возникнуть с вероятностью во много раз меньшей, чем разрешенные, и дают очень слабые «запрещенные» линии. С учетом сказанного, серии Лаймана соответствуют переходы  $np \rightarrow 1s$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), серии Бальмера —  $np \rightarrow 2s$ ;  $ns \rightarrow 2p$ ;  $nd \rightarrow 2p$  ( $n = 3, 4, \dots$ ).

В 1925 г. у электрона был открыт собственный механический момент  $L_s$  — спин. Сначала его рассматривали как результат вращения электрона вокруг своей оси, что привело к противоречию со специальной теорией относительности. *По современным представлениям, у спина электрона нет классического аналога. Спин электрона и других элементарных частиц надо понимать как внутреннее свойство этих частиц, подобное их массе или заряду.*

Из законов квантовой механики следует, что спин электрона должен квантоваться по формуле  $L_s = \sqrt{s(s+1)}\hbar$ , где  $s$  — спиновое квантовое число. Кроме того, спин электрона может занимать в пространстве относительно  $\vec{B}$  лишь вполне определенные направления, т.е. он должен квантоваться и по направлению. Число таких направлений должно быть равно  $(2s+1)$ . Из опытов Штерна и Герлаха следовало, что таких ориентаций существует всего 2.

Следовательно,  $2s+1=2$ . Значит,  $s=\frac{1}{2}$ . Как видно, в отличие от ранее введенных квантовых чисел  $n$ ,  $l$ ,  $m$ , спиновое квантовое число  $s$  не является целым. Численное значение спина электрона может быть найдено по формуле

$$L_S = \sqrt{\frac{l}{2}\left(\frac{l}{2} + 1\right)} \cdot \hbar = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar.$$

Для пространственного квантования спина формула имеет следующий вид:

$$L_{S_B} = m_S \hbar,$$

где  $m_S$  — магнитное спиновое квантовое число, которое может принимать всего два значения:  $\pm \frac{1}{2}$ . Следовательно,  $L_{S_B} = \pm \frac{1}{2} \hbar$ .

Как видно из вышеизложенного, состояние электрона в атоме характеризуется четырьмя квантовыми числами. Главное квантовое число  $n=0, 1, 2, \dots$  определяет энергию электрона в стационарных состояниях. Орбитальное квантовое число  $l=0, 1, 2, \dots (n-1)$  определяет величину орбитального механического (и магнитного) моментов электрона, пространственное квантование которых задается магнитным квантовым числом  $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ . Последнее равенство означает, что орбитальный момент электрона имеет в пространстве  $2l+1$  ориентаций.

Спиновое число  $s = \frac{1}{2}$  дает возможность вычислять спин  $L_s = \sqrt{s(s+1)}\hbar$  — собственный механический момент электрона, ориентация которого в пространстве определяется магнитным спиновым числом

$$m_s = \pm \frac{1}{2}.$$

Оно и является четвертым квантовым числом.

В 1925 г. швейцарский физик В.Паули сформулировал квантово-механический закон — принцип Паули, или принцип исключения: в атоме не может быть двух электронов, находящихся в одинаковых стационарных состояниях, т.е. характеризующихся четырьмя одинаковыми квантовыми числами.

Математически его можно записать так:

$$Z(n, l, m, m_s) = 0 \text{ или } 1,$$

где  $Z$  — число электронов, характеризуемых четырьмя квантовыми числами.

Принцип Паули позволяет найти максимальное число электронов в атоме с тремя одинаковыми квантовыми числами  $n, l, m$ . Так как  $m_s$  может принимать только два значения, то

$$Z(n, l, m) = 2.$$

Тогда число электронов, имеющих два одинаковых квантовых числа  $n$  и  $l$ , будет

$$Z(n, l) = 2(2l + 1),$$

так как число  $m$  может иметь  $(2l + 1)$  значение. Поскольку при заданном  $n$  орбитальное квантовое число  $l$  может принимать значения от 0 до  $n - 1$ , то  $Z(n)$  найдется по формуле

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2+6+10+14+\dots+2(2n-1) = \frac{[2+2(2n-1)]n}{2} = 2n^2.$$

Значит, максимальное число электронов атома, которые могут находиться в состоянии с главным квантовым числом  $n$ , равно  $2n^2$ . Ниже в таблице приведены максимальные числа электронов, которые могут находиться в состояниях с главным квантовым числом  $n$  и орбитальным квантовым числом  $l$ .

*Принцип Паули сыграл огромную роль в развитии современной атомной и ядерной физики. На основе этого принципа была теоретически обоснована периодическая система элементов Д.И.Менделеева.*

Таблица

$n$	Оболочка	Количество электронов в состояниях $[2(2l+1)]$					Максимальное число электронов: $(2n^2)$
		$s(l=0)$	$p(l=1)$	$d(l=2)$	$f(l=3)$	$g(l=4)$	
1	K	2	—	—	—	—	2
2	L	2	6	—	—	—	8
3	M	2	6	10	—	—	18
4	N	2	6	10	14	—	32
5	O	2	6	10	14	18	50

## § 15.5. Состав ядра. Основные свойства ядер. Изотопы

Под ядром атома понимается его центральная часть, в которой сосредоточена практически вся масса атома и весь его положительный заряд. Ядро атома состоит из элементарных частиц, называемых нуклонами. Это протоны и нейтроны (условное обозначение  $p$  и  $n$ ).

$$m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}; m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг, т.е.} \\ m_p \approx 1836 m_e; m_n - m_p \approx 2,5 m_e.$$

Протон несет элементарный положительный заряд:  $q_p = e$ ; нейтрон — частица незаряженная, т.е.  $q_n = 0$ . Как известно, число электронов в атоме равно порядковому номеру  $Z$  элемента в таблице Менделеева. Поскольку атом в целом нейтрален, значит, ядро атома содержит  $Z$  протонов, т.е.  $N_p = Z$ ,  $Z$  — зарядовое число. Тогда число нейтронов в ядре определится следующим образом:  $N_n = A - N_p = A - Z$ , где  $A$  — массовое число, т.е. целое число, ближайшее к атомной массе элемента в таблице Менделеева. Оно равно числу нуклонов в ядре. Для обозначения ядер применяется такая запись:  ${}_Z^AX$  (или  ${}_Z^AX$ ), где  $X$  — символ химического элемента в таблице Менделеева. Массу атомов и ядер

измеряют в атомных единицах массы ( $1 \text{ а.е.м.} = 1 \text{ у.е.м.} = \frac{1}{12}$  массы атома углерода  ${}_6\text{C}^{12}$ ;  $1 \text{ а.е.м.} = 1,661 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ ). Тогда  $m_n = 1,00867 \text{ а.е.м.}$ ;  $m_p = 1,00728 \text{ а.е.м.}$  Нередко в атомной и ядерной физике массу элементарных частиц измеряют в единицах энергии на основе формулы Эйнштейна  $E = mc^2$ . Тогда  $1 \text{ а.е.м.} \approx 931,5 \text{ МэВ}$ ;  $m_p \approx 938,3 \text{ МэВ}$ ;  $m_n \approx 939,6 \text{ МэВ}$ ;  $m_e \approx 0,51 \text{ МэВ}$ ;  $m_n - m_p \approx 1,3 \text{ МэВ}$ .

Ядра с одинаковыми  $Z$ , но разными  $A$  называются изотопами. Изотопы имеют одинаковое число протонов и отличаются числом нейтронов. Например, водород имеет три изотопа:

- ${}_1\text{H}^1$  — обычный водород, или протий ( $N_p = 1, N_n = 0$ ),
- ${}_1\text{H}^2$  — тяжелый водород, или дейтерий ( $N_p = 1, N_n = 1$ ),
- ${}_1\text{H}^3$  — сверхтяжелый водород, или тритий ( $N_p = 1, N_n = 2$ ).

В настоящее время известно около 300 устойчивых и более 1000 неустойчивых изотопов.

Ядра с одинаковым числом нейтронов называются изотонами ( ${}_6\text{C}^{12}$  и  ${}_7\text{N}^{13}$ ). Ядра с одинаковыми  $A$  называются изобарами

( ${}_{18}\text{Ar}^{40}$ ;  ${}_{20}\text{Ca}^{40}$ ). Радиоактивные ядра с одинаковыми  $Z$  и  $A$ , но разными периодами полураспада, называются изомерами. Например,  ${}_{35}\text{Br}^{80}$ :  $T_1 = 18$  мин;  $T_2 = 4,4$  часа.

Размер ядра характеризуется его радиусом. Эмпирическая формула для радиуса ядра выглядит так:  $R = R_0 A^{1/3}$ , где  $R_0 = (1,3 - 1,7) \cdot 10^{-15}$  м. Из нее следует, что объем ядра пропорционален числу нуклонов в ядре. Спин ядра  $L_{Sя}$  складывается из спинов нуклонов:

$$L_{SP} = \frac{1}{2} \hbar; \quad L_{Sn} = \frac{1}{2} \hbar$$

(речь идет о проекции спина на направление магнитного поля). Поэтому ядра с четным  $A$  имеют целочисленный спин (в единицах  $\hbar$ ); ядра с нечетным  $A$  имеют полуцелый спин. Следует заметить, что спин ядер не превышает нескольких единиц. Это указывает на то, что спины большинства нуклонов в ядре компенсируют друг друга, располагаясь антипараллельно.

Магнитный момент ядра  $P_{мя}$  складывается из магнитных моментов нуклонов. Магнитные моменты ядер измеряются в ядерных магнетонах

$$\mu_{я} = \frac{e\hbar}{2m_p}$$

Как видно,  $\mu_B \approx 1836\mu_{я}$ .

Магнитный момент нейтрона

$$P_{m_n} = -1,9\mu_{я}$$

(Знак «минус» означает, что магнитный момент нейтрона направлен против его спина).

Для протона

$$P_{m_p} = 2,8\mu_{я}$$

Между  $P_{мя}$ , измеренным в ядерных магнетонах, и  $L_{Sя}$ , измеренным в  $\hbar$ , выполняется равенство

$$P_{м_я} = L_{Sя} \cdot q_{я},$$

где  $q_{я}$  — ядерное гиромангнитное отношение. Следует заметить, что распределение положительного заряда в ядре в общем случае несимметрично.

## § 15.6. Дефект массы и энергия связи ядра

Ядро в целом — устойчивое образование, и для того чтобы его разрушить, необходимо совершить определенную работу, т.е. затратить энергию. *Энергия, которую нужно затратить, чтобы расщепить ядро на нуклоны без придания им кинетической энергии, называется энергией связи ядра. Энергия связи, приходящаяся на 1 нуклон, называется удельной энергией связи, т.е.*

$$W_{\text{уд}} = \frac{W_{\text{св}}}{A}.$$

Если на расщепление ядра расходуется энергия, то при образовании ядра она, согласно закону сохранения и превращения энергии, должна выделяться. Так как  $W = \Delta m \cdot c^2$ , то масса ядра должна быть меньше суммы масс составляющих его нуклонов на величину

$$\Delta m = \frac{W_{\text{св}}}{c^2}.$$

Эту величину  $\Delta m$  и называют *дефектом массы*. Таким образом, если ядро состоит из  $Z$  протонов и  $(A - Z)$  нейтронов, то

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{\text{я}}.$$

Последнее соотношение практически не нарушится, если заменить массу протона  $m_p$  массой атома водорода  $m_{\text{H}^1}$ , а массу ядра  $m_{\text{я}}$  — массой атома  $m_a$ . К уменьшаемому и вычитаемому в этом случае будет добавлена одинаковая величина  $Zm_e$ , но придется пренебречь очень малой энергией связи электронов с ядром. Следовательно,

$$\Delta m = [Zm_{\text{H}^1} + (A - Z)m_n] - m_a.$$

Зная дефект массы, легко вычислить и энергию связи ядра. Подсчитаем энергию связи ядра атома гелия  ${}^4_2\text{He}$ . Число протонов в ядре  $N_p = Z = 2$ , число нейтронов  $N_n = A - Z = 2$ ,  $m_{\text{He}} = 4,00260$  а.е.м. = 3728,4 МэВ,  $m_n = 1,00783$  а.е.м. = 938,8 МэВ,  $m_p = 1,00867$  а.е.м. = 939,6 МэВ.

Подставив эти данные в формулу, получим  $W = (2 \cdot 1,00783 + 2 \cdot 1,00867 - 4,00260) \cdot 931,5 = 28,4$  МэВ или  $W = 2 \cdot 938,8 + 2 \cdot 939,6 - 3728,4 = 28,4$  МэВ. Тогда удельная энергия связи

$W_{\text{яд}} = 7,1$  МэВ/нуклон. (Для сравнения укажем, что энергия связи валентных электронов с ядром имеет значение порядка 10 эВ.). Для водорода  ${}^1\text{H}^2$ ,  $W_{\text{яд}} = 1,1$  МэВ/нуклон. Заметим, что удельная энергия связи зависит от массового числа  $A$  элемента. По современным данным, наибольшая удельная энергия связи равна примерно 8,7 МэВ/нуклон и приходится на ядра с массовыми числами  $A$  от 50 до 60, т.е. для элементов от хрома до цинка. Для урана, самого тяжелого природного элемента,  $W_{\text{яд}} \approx 7,6$  МэВ/нуклон. Такая зависимость удельной энергии связи от массового числа  $A$  приводит к возможности осуществить два вида энергетически выгодных процессов: 1 — деление тяжелых ядер на несколько более легких; 2 — слияние (синтез) легких ядер в одно более тяжелое. Эти два вида процессов и реализованы на практике. Например, при делении 1 г урана-235 выделится энергия  $W \approx 8 \cdot 10^{10}$  Дж, т.е. приблизительно такая же, как при сгорании  $2,7 \cdot 10^3$  кг. каменного угля или  $2 \cdot 10^3$  кг нефти. При слиянии двух ядер тяжелого водорода  ${}^1\text{H}^2$  и образовании ядра гелия  ${}^2\text{He}^4$  выделится энергия  $W = 24$  МэВ. Для сравнения скажем, что при соединении одного атома углерода с двумя атомами кислорода (т.е. при сгорании угля до  $\text{CO}_2$ ) выделится энергия всего лишь около 5 эВ.

Но если реакцией деления тяжелых ядер люди уже научились управлять и использовать ее энергию в мирных целях, то реакция синтеза легких ядер (термоядерная реакция) носит пока неуправляемый характер и используется в водородных бомбах.

## § 15.7. Ядерные силы, их свойства и природа

*Как известно, все взаимодействия современная физика делит на четыре типа: гравитационное, электромагнитное, ядерное (сильное), слабое (распадное).*

Нуклоны в ядре удерживаются ядерными силами. Это сильное взаимодействие. Отметим ряд отличительных свойств ядерных сил.

1. Ядерные силы являются короткодействующими. Радиус их действия равен примерно  $10^{-15}$  м. На этих расстояниях они значительно превышают кулоновские силы отталкивания протонов. При значительном уменьшении расстояния притяжение нуклонов сменяется отталкиванием.

2. Зарядовая независимость. Это свойство проявляется в том, что ядерные силы между двумя протонами, протоном и нейтроном и между двумя нейтронами при одинаковом расстоянии между частицами равны.

3. Ядерные силы обладают свойством насыщения. Это означает, что каждый нуклон в ядре взаимодействует лишь с ограниченным числом ближайших к нему нуклонов, а не со всеми.

4. Ядерные силы зависят от взаимной ориентации спинов нуклонов. Например, протон и нейтрон образуют ядро тяжелого водорода  ${}^2_1\text{H}$ , если их спины параллельны.

5. Ядерные силы не являются центральными. Их нельзя представлять направленными вдоль прямой, соединяющей центры взаимодействующих нуклонов. Об их нецентральной характере свидетельствует и их зависимость от ориентации спинов частиц.

*Что касается природы ядерных сил, то по современным представлениям они имеют обменный характер, т.е. обусловлены обменом частицами.*

Идея обменного характера ядерных сил была высказана в 1934 г. советским физиком И.Е.Таммом. В то время, кроме протона и нейтрона, были известны фотон, электрон и позитрон. Было сделано предположение, что ядерное взаимодействие обусловлено электронами. Однако расчет показал, что ядерные силы значительно больше, чем те, которые получались бы в результате обмена электронами.

В 1935 г. японский физик Х.Юкава высказывает смелую гипотезу о том, что в природе существуют пока еще не обнаруженные частицы массой 200—300 масс электрона. Они-то и обуславливают ядерное взаимодействие. Поскольку их масса занимает промежуточное положение между массой нуклонов и массой электронов, то они получили название мезонов («мезос» — средний).

В 1936 г. в космических лучах были открыты частицы с  $m = 207 m_e$ , получившие название  $\mu$ -мезонов<sup>1</sup>. Естественно, предположили, что это и есть предсказанные Юкавой частицы. Однако оказалось, что  $\mu$ -мезоны очень слабо взаимодействуют с нуклонами и не могут обеспечить ядерное взаимодействие.

---

<sup>1</sup> Современное их название — мюоны.

В 1947 г. в космических лучах был открыт новый тип мезонов:  $\pi$ -мезоны. Они-то и оказались носителями ядерных сил. Существует три вида  $\pi$ -мезонов:  $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ,  $\pi^0$ .

$$m_{\pi^+} = m_{\pi^-} = 273m_e \approx 140 \text{ МэВ}; m_{\pi^0} = 264m_e \approx 135 \text{ МэВ}.$$

Спин как заряженных, так и нейтрального  $\pi^0$ -мезона равен нулю. Все три частицы нестабильны: их среднее время жизни  $\tau = 10^{-8} \div 10^{-16}$  с.

*В связи с развитием модели кварков и ее экспериментальным подтверждением установлено, что мезоны не относятся к фундаментальным частицам. Каждый мезон состоит из кварка и антикварка. Фундаментальными переносчиками сильного взаимодействия, по современным представлениям, являются глюоны.*

## § 15.8. Радиоактивность. Закон радиоактивного распада

*Радиоактивность — это самопроизвольное превращение неустойчивых атомных ядер в другие, сопровождающееся испусканием некоторых частиц.*

*Радиоактивность ядер, существующих в природе, называется естественной. Радиоактивность ядер, полученных в результате ядерных реакций, называется искусственной.*

Естественная радиоактивность была открыта в 1896 г. А.Беккерелем. Большой вклад в изучение этого явления внесли Э.Резерфорд, П.Кюри, М.Склодовская-Кюри. Заслуга открытия искусственной радиоактивности в 1934 г. принадлежит Ф. и И.Жолио-Кюри. При изучении естественной радиоактивности было установлено, что *все радиоактивные излучения в той или иной степени оказывают химическое действие, могут производить ионизацию газов, обладают проникающей способностью, могут вызывать флуоресценцию.* Эти свойства и легли в основу экспериментальных методов обнаружения и исследования радиоактивных излучений.

*Характерной особенностью явления оказалась его самопроизвольность и независимость от внешних условий.* В опытах Э.Резерфорда было обнаружено, что убыль радиоактивного вещества идет по закону экспоненты. Отдельные радиоактивные ядра распадаются независимо друг от друга. Поэтому можно предполо-

жить, что количество ядер  $dN$ , распадающихся за время  $dt$ , пропорционально числу имеющихся нераспавшихся ядер  $N$  и промежутку времени  $dt$ ,

$$\text{т.е. } dN = -\lambda N dt ,$$

где  $\lambda$  — постоянная распада, а знак «минус» означает убыль числа нераспавшихся ядер. Следовательно,

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt ,$$

тогда

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\int_0^t \lambda dt \text{ или } N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} ,$$

где  $N_0$  — количество ядер в начальный момент времени  $t = 0$ ,  $N$  — количество нераспавшихся ядер к моменту времени  $t$ . Эта формула и выражает закон радиоактивного распада. Постоянная распада

$$\lambda = \frac{dN}{N \cdot dt}$$

означает долю ядер, распадающихся за единицу времени (скорость распада). Количество ядер  $\Delta N$ , распавшихся за время  $t$ , можно найти по формуле

$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}) .$$

Время, в течение которого распадается половина первоначального количества ядер, называется периодом полураспада  $T$ . Следовательно,

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda T} ,$$

откуда

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} .$$

Периоды полураспада радиоактивных элементов весьма различны — от  $10^{-7}$  с до  $10^{15}$  лет. Среднее время жизни радиоактивного изотопа

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln 2} .$$

Нередко бывает, что ядра, образовавшиеся в результате радиоактивного распада, в свою очередь, оказываются радиоактивными. Так возникает целый ряд (цепочка) радиоактивных превращений. Существует три естественных радиоактивных семейства — семейство урана (родоначальник его U-238), семейство тория (Th-232), семейство актиния (Ac-235). Конечными продуктами этих семейств являются изотопы свинца — Pb-206; Pb-208; Pb-207 соответственно. Кроме того, есть одно радиоактивное семейство, полученное искусственным путем. Это семейство нептуния — первого трансуранового элемента ( ${}_{93}\text{Np}^{237}$ ). Заканчивается оно Bi-209.

## § 15.9. Основные типы радиоактивного распада. Правила смещения

Основными типами радиоактивного распада являются:

- 1) альфа-распад ( $\alpha$ -распад);
- 2) бета-распад ( $\beta$ -распад):
  - а)  $\beta^-$  — распад (или электронный);
  - б)  $\beta^+$  — распад (или позитронный);
  - в) электронный захват ( $e^-$  или  $K$ -захват);
- 3) спонтанное деление тяжелых ядер;
- 4) протонная и двупротонная радиоактивность.

*Ядро, которое претерпевает распад, называется материнским. Ядро, возникающее в результате распада, называется дочерним.*

Опытным путем было установлено, что при радиоактивном распаде выполняются законы сохранения зарядового и массового чисел.

1. Зарядовое число материнского ядра равно сумме зарядовых чисел частиц, возникающих в результате распада, т.е.

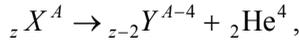
$$Z_{\text{я}} = \sum Z_i.$$

2. Массовое число материнского ядра равно сумме массовых чисел частиц, возникших в результате распада, т.е.  $A_{\text{я}} = \sum A_i$ .

Альфа-распад представляет собой вылет из ядра  $\alpha$ -частиц, т.е. ядер гелия. Значит,  $\alpha$ -частица состоит из двух протонов и двух

нейтронов. Зарядовое число  $\alpha$ -частицы равно 2, массовое число ее равно 4.

Распад протекает по следующей схеме:

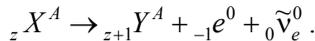


где  $X$  — символ материнского ядра,  $Y$  — символ дочернего ядра. Как видно, при  $\alpha$ -распаде происходит смещение химического элемента к началу таблицы Менделеева на два номера.

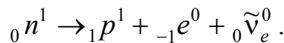
Альфа-распад обычно сопровождается испусканием дочерним ядром  $\gamma$ -лучей. Скорости, с которыми  $\alpha$ -частицы вылетают из ядра, имеют порядок  $10^7$  м/с, а их кинетическая энергия составляет несколько МэВ. Проходя через вещество,  $\alpha$ -частицы производят его ионизацию и постепенно теряют энергию. *Расстояние, которое проходит  $\alpha$ -частица до приобретения ею тепловой скорости, называется длиной пробега.* На образование одной пары ионов в воздухе тратится примерно 35 эВ энергии. Следовательно,  $\alpha$ -частица образует на своем пути до  $10^5$  пар ионов, а длина пробега ее в воздухе при нормальных условиях составляет несколько сантиметров.

В твердом теле, где атомы расположены значительно плотнее, длина пробега  $\alpha$ -частицы имеет порядок  $10^{-3}$  см. Обычно радиоактивное вещество испускает несколько групп  $\alpha$ -частиц с близкой, но различной и вполне определенной для каждой группы энергией. Это обусловлено, во-первых, тем, что дочернее ядро может возникать как в нормальных, так и в возбужденных состояниях, во-вторых, дискретностью уровней энергии ядра.

*Электронный, или  $\beta^-$ -распад представляет собой вылет из ядра электронов и идет по схеме*

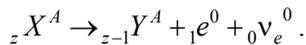


Химический элемент при этом распаде смещается на один номер к концу таблицы Менделеева. В этой реакции наряду с электроном испускается и электронное антинейтрино. Совершенно аналогичный вид имеет реакция распада нейтрона. Оказывается, нейтрон в свободном состоянии нестабилен (радиоактивен), причем период его полураспада равен  $\sim 15$  мин. Схема распада будет следующей:

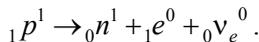


Поэтому говорят, что свободный нейтрон  $\beta^-$  радиоактивен. Приписка нейтрино (антинейтрино) в этих формулах не диктуется законами сохранения массового и зарядового чисел. При детальном исследовании этих процессов в 20-х годах XX в. было обнаружено, что в них якобы нарушаются законы сохранения энергии, импульса и момента импульса. Выходом из этой ситуации стала гипотеза В.Паули (декабрь 1930 г.) о существовании новой нейтральной частицы, которая присутствует в этих реакциях и уносит недостающую энергию, импульс и спин. Эта частица, по предложению Ферми, разработавшего в 1934 г. теорию  $\beta$ -распада, была названа нейтрино — «маленький нейтрон». Экспериментально существование нейтрино было доказано только в 1956 г.  $\beta^-$ -распад, как и  $\alpha$ -распад, обычно сопровождается испусканием  $\gamma$ -фотонов. В отличие от  $\alpha$ -частиц,  $\beta$ -электроны обладают самой различной энергией. Их энергетический спектр является сплошным.

*Позитронный, или  $\beta^+$ -распад представляет собой вылет из ядра позитрона и протекает по схеме*

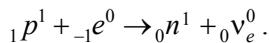


Как видно, при этом атомный номер элемента уменьшается на единицу, т.е. элемент смещается на один номер к началу периодической системы. Кроме позитрона, при  $\beta^+$ -распаде испускается нейтрино, и возможно возникновение  $\gamma$ -лучей. Заметим, что позитрон и нейтрино являются античастицами по отношению к электрону и антинейтрино соответственно. По схеме позитронно-го распада идет превращение протона в нейтрон:



Однако следует иметь в виду, что подобная реакция не может идти на свободном протоне ( $m_p < m_n$ ), но она может протекать с протонами, находящимися в ядре.

*Третий вид  $\beta$ -распада — это электронный захват ( $e$ -захват или  $K$ -захват). Суть его состоит в том, что ядро поглощает один из внутренних электронов (обычно  $K$ -электрон, реже  $L$ - или  $M$ -электрон) своего атома. Это приводит к превращению протона в ядре в нейтрон:*



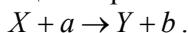
При этом обычно испускаются  $\gamma$ -лучи. Кроме того, на освобожденное место в  $K$ -оболочке переходит электрон с вышележащих энергетических уровней, что приводит к возникновению характеристических рентгеновских лучей. Именно благодаря им и был открыт  $e$ -захват (1937 г., Альварес).

Спонтанное деление тяжелых ядер было обнаружено в 1940 г. советскими физиками Г.Н.Флеровым и К.А.Петржаком на ядрах урана. При этом ядро обычно делится на два осколка, приблизительно равных по массе и заряду. Протонная и двупротонная радиоактивность связана с вылетом из ядра одного или одновременно двух протонов. Открыта она была в 1963 г. советскими физиками во главе с Г.Н.Флеровым.

### **§ 15.10. Ядерные реакции. Реакция деления тяжелых ядер. Ядерная энергетика**

*Ядерная реакция — это процесс сильного взаимодействия атомных ядер между собой или атомного ядра с элементарной частицей.* В результате ядерных реакций ядра одних химических элементов превращаются в ядра других химических элементов или в ядра изотопов. Сильное взаимодействие возникает при сближении частиц до расстояний порядка  $10^{-15}$  м. Чаще всего в ядерных реакциях участвует ядро  $X$  и элементарная частица  $a$ . В результате реакции получается ядро  $Y$  и элементарная частица  $b$ .

Записывают это следующим образом:



*Реакция, идущая с выделением энергии ( $W > 0$ ), называется экзотермической. В эндотермической реакции  $W < 0$ . Энергетический выход реакции определяется соотношением*

$$W = (\sum m_i - \sum m_k) c^2 = \Delta m \cdot c^2,$$

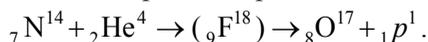
где  $\sum m_i$  — сумма масс частиц до реакции,  $\sum m_k$  — сумма масс частиц после реакции. Для экзотермической реакции  $\Delta m > 0$ , для эндотермической реакции  $\Delta m < 0$ .

*Ядерные реакции записываются на основе законов сохранения массового и зарядового чисел. Классифицируются ядерные реакции*

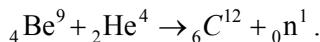
по различным признакам: по энергиям участвующих в них частиц, по роду участвующих в них частиц, по характеру ядерных превращений.

Ядерные реакции при малых энергиях (порядка эВ) происходят в основном под действием нейтронов. Реакции при средних энергиях (порядка МэВ) вызываются нейтронами,  $\alpha$ -частицами, протонами, дейтронами, ядрами трития,  $\gamma$ -фотонами. Реакции при высоких энергиях ( $W \approx 10^3$  МэВ) под действием многозарядных ионов тяжелых химических элементов и ускоренных заряженных частиц приводят к рождению отсутствующих в свободном состоянии элементарных частиц (мезонов, гиперонов и др.).

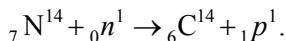
*Исторически первая ядерная реакция была осуществлена Э. Резерфордом в 1919 г. Это была реакция под действием  $\alpha$ -частиц, приведшая к открытию протона:*



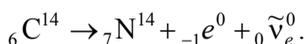
В 1930 г. при облучении ядер бериллия  $\alpha$ -частицами было обнаружено сильно проникающее излучение. Сначала предположили, что это жесткие  $\gamma$ -кванты с энергией порядка 7 МэВ. При дальнейшем исследовании этого излучения оказалось, что если это  $\gamma$ -кванты, то их энергия должна быть примерно 55 МэВ. А когда измерили энергию отдачи ядер ряда химических элементов под действием этого излучения, то оказалось, что его энергия должна быть не меньше 150 МэВ. *Выход из этого положения был найден в 1932 г. Д. Чедвиком. Он доказал, что при облучении бериллия  $\alpha$ -частицами возникает не  $\gamma$ -излучение, а поток особых частиц — нейтронов. Реакция эта запишется так:*



*Реакции под действием нейтронов играют огромную роль в науке и энергетике. Например, под действием космических нейтронов из ядер азота атмосферы образуется искусственный радиоактивный изотоп углерода  ${}_6\text{C}^{14}$  с периодом полураспада 5730 лет:*



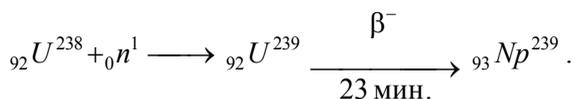
Распад его происходит по схеме



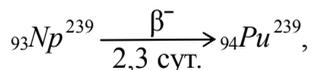
Радиоактивный углерод усваивается при фотосинтезе растениями и участвует в круговороте веществ в природе. Это и лежит

в основе радиоуглеродного метода датировки в археологии. При гибели организма радиоуглерод перестает им усваиваться, а накопленный начинает убывать по закону радиоактивного распада. Определение относительного количества нераспавшегося радиоактивного углерода (или концентрации его) в остатках организмов дает возможность установить дату их смерти (или, как говорят, возраст).

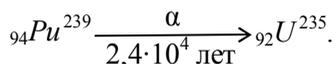
Другим очень важным следствием реакций на основе тепловых ( $W \approx 0,5$  эВ) нейтронов явилось получение трансурановых (заурановых) элементов. Именно таким путем были получены первые трансурановые элементы нептуний ( ${}_{93}\text{Np}^{237}$ ) и плутоний ( ${}_{94}\text{Pu}^{239}$ ):



(В этой реакции запись после  ${}_{92}\text{U}^{239}$  означает, что он  $\beta^-$ -радиоактивен с периодом полураспада 23 мин.). Далее нептуний превращается в плутоний:



который, в свою очередь, является  $\alpha$ -радиоактивным ( $T = 24000$  лет) и превращается в устойчивый изотоп урана-235:



Благодаря эффективному делению под действием тепловых нейтронов плутоний является прекрасным ядерным горючим и играет в ядерной энергетике выдающуюся роль. Дальнейшее получение трансурановых элементов шло на основе реакций с ускоренными ядрами ряда химических элементов.

Одним из путей высвобождения ядерной энергии является деление тяжелых ядер. История этого открытия начинается примерно с 1934 г., когда Э.Ферми начал изучать искусственную радиоактивность. Более детальное исследование этого явления рядом ученых (И.Жолио-Кюри, П.Савич, О.Ган и Ф.Штрассман) привело к выводу, что *облучение урана нейтронами приводит к появлению химических элементов из середины таблицы Менделеева*.

лева. Объяснение этого явления было дано впервые О.Фришем и Л.Мейтнер, и суть дела состояла в следующем: оказывается, ядро урана, захватив нейтрон, делится на два (иногда одинаковых по массе) ядра, названных осколками деления. Поскольку удельная энергия связи для ядер середины таблицы Менделеева составляет  $\sim 8,7 \frac{\text{МэВ}}{\text{нукл}}$ , а для ядер тяжелых элементов  $\sim 7,6 \frac{\text{МэВ}}{\text{нукл}}$ , то отсюда вытекает, что при этой реакции деления должна выделяться энергия  $\sim 1,1 \frac{\text{МэВ}}{\text{нукл}}$ . При делении ядра  $U^{235}$  выделяемая энергия составляет  $\sim 200$  МэВ, при делении же ядер, содержащихся в 1 г  $U^{235}$ , должна выделиться энергия  $W \approx 8 \cdot 10^{10}$  Дж =  $22 \cdot 10^3$  кВт·ч. Но особенно важным оказалось то, что при делении каждого ядра урана высвобождается несколько нейтронов ( $n_{\text{ср}} = 2,5$ ;  $W_{\text{ср}} \approx 2$  МэВ). Это связано с тем, что относительное число нейтронов в тяжелых ядрах больше, чем в легких. Поэтому перегруженные нейтронами осколки будут их выделять. Эти нейтроны могут вызвать деление новых ядер урана. Так возникает цепная ядерная реакция.

Описанная выше картина возникновения цепной ядерной реакции является идеальной. В действительности же часть нейтронов из-за их большой проникающей способности и конечных размеров тела покидает зону реакции без взаимодействия с ядрами. Часть нейтронов будет поглощена другими примесями. Для развития цепной ядерной реакции необходимо, чтобы коэффициент размножения нейтронов  $k$  был больше 1 ( $k$  — это отношение числа нейтронов, возникающих в некотором звене реакции, к числу таких же нейтронов в предшествующем звене). Цепная реакция может протекать двумя путями.

1. Неуправляемая ядерная реакция. Из природного урана выделяют изотоп  $U^{235}$ . Чтобы в куске  $U^{235}$  началась цепная реакция, надо чтобы его масса была больше некоторой величины — критической массы. Это и реализуется в атомной бомбе. Ядерный заряд атомной бомбы состоит из двух (или более) кусков  $U^{235}$  или  $Pu^{239}$ , масса каждого из которых меньше критической<sup>1</sup>. Эти куски

---

<sup>1</sup> Критическая масса для U-235 равна 48 кг; для Pu-239 — 17 кг.

разъединены и находятся в прочной массивной металлической оболочке. Для соединения кусков используется обычное взрывчатое вещество. С помощью него один кусок выстреливается в другой, и под действием нейтронов, которые всегда имеются в окружающей среде, в объединенном куске урана происходит цепная ядерная реакция, приводящая к взрыву всего устройства.

2. Другой путь — путь управляемой ядерной реакции — используется в ядерных реакторах. В реакторах на медленных нейтронах ядерным горючим служит природный уран, обычно обогащенный изотопом  $U^{235}$ . Сравнительно небольшие блоки делящегося вещества размещают на некотором расстоянии друг от друга, а промежутки между ними заполняют замедлителем, т.е. веществом для замедления нейтронов. В качестве замедлителя чаще всего используются графит, бериллий, тяжелая вода ( $D_2O$ ). Для управления ядерной реакцией в реакторах используются стержни из кадмия и бора, поглощающие избыток нейтронов и регулирующие тем самым коэффициент размножения.

Первый ядерный реактор был запущен в декабре 1942 г. в Чикаго под руководством Э.Ферми. Это был уран-графитовый реактор. В СССР такой же реактор под руководством И.В.Курчатова был запущен в декабре 1946 г. на окраине Москвы (Лаборатория № 2, ныне Институт атомной энергии им. И.В.Курчатова). Первые реакторы использовались для получения ядерного горючего ( ${}_{94}Pu^{239}$ ) для атомных бомб. В них часть нейтронов идет на деление ядер  $U^{235}$ , другая часть захватывается ядрами  $U^{238}$ , что и приводит к образованию плутония. Схема реактора показана на рисунке 15.10.1, где:

- 1 — урановые блоки;
- 2 — замедлитель;
- 3 — управляющие стержни.

Мирное использование ядерной энергии было впервые осуществлено в СССР в 1954 г., когда в Обнинске была запущена первая атомная электростанция мощностью  $5 \cdot 10^3$  кВт.

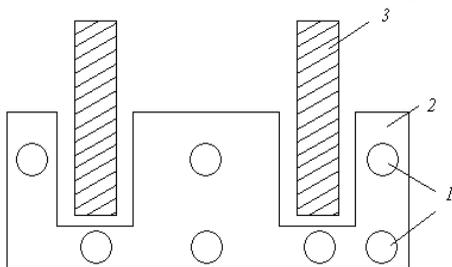


Рис. 15.10.1

Принципиальная схема АЭС показана на рисунке 15.10.2.

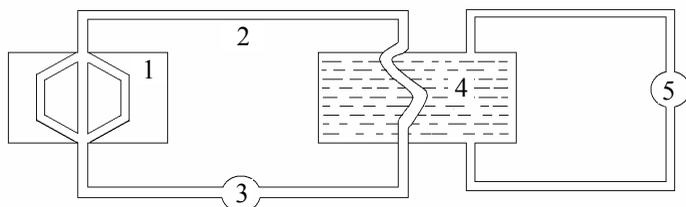


Рис. 15.10.2.

Энергия, выделяемая в реакторе 1, снимается теплоносителем 2, который циркулирует в системе с помощью насоса 3. В качестве теплоносителя чаще всего используется вода или щелочные металлы. В теплообменнике 4 теплоноситель 2 отдает свое тепло воде, превращая ее в пар. Пар вращает турбину 5.

В настоящее время используются реакторы, работающие и на быстрых нейтронах. В них ядерным горючим чаще всего является природный уран. Часть нейтронов в таких реакторах расходуется на деление ядер  $U^{238}$ , другая часть захватывается этими ядрами, и они превращаются в  ${}_{94}Pu^{239}$ . То есть в таких реакторах идет одновременно и накопление ядерного горючего для реакторов на медленных нейтронах. Поэтому они и называются реакторами-размножителями (или бридерными). В этих реакторах замедлитель отсутствует.

## § 15.11. Реакция синтеза легких ядер.

### Проблема управляемой термоядерной реакции

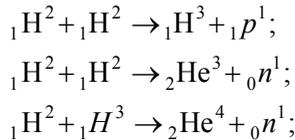
*Синтез легких ядер — это их объединение в одно ядро, сопровождающееся выделением энергии. Поскольку для этого нужны высокие температуры, такой процесс называется термоядерной реакцией.* Необходимую величину температуры для этих реакций можно получить из следующих соображений: чтобы между ядрами стали действовать ядерные силы, их надо сблизить до расстояний порядка  $10^{-15}$  м, преодолевая при этом кулоновское отталкивание,

т.е. ядра  $z_1$  и  $z_2$  должны обладать энергией  $W = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\text{я}}}$ .

Даже при  $z_1 = z_2 = 1$  эта энергия составит  $\sim 0,7$  МэВ, т.е. на каждое ядро приходится примерно  $0,35$  МэВ. Такой энергии теплового движения соответствует температура порядка  $2 \cdot 10^9$  К. Но, как показывает практика, синтез легких ядер может происходить при несколько меньших температурах — порядка  $10^7$  К. Это обусловлено двумя причинами:

1) среди ядер всегда имеются такие, энергия которых значительно превышает среднюю энергию теплового движения при данной температуре; 2) потенциальный барьер при сближении ядер может быть существенно уменьшен благодаря туннельному эффекту.

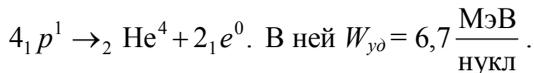
Наибольшее значение имеют следующие типы термоядерных реакций:



В первой из этих реакций выделяется энергия  $W = 4,04$  МэВ, во второй —  $3,27$  МэВ, в третьей —  $17,6$  МэВ, т.е. удельная энергия составляет в ней  $3,5 \frac{\text{МэВ}}{\text{нукл}}$ . Эта удельная энергия в 4 раза

превышает удельную энергию, выделяющуюся при делении  $\text{U}^{238}$  ( $\sim 0,85 \frac{\text{МэВ}}{\text{нукл}}$ ). Еще большей удельной энергией характеризуется

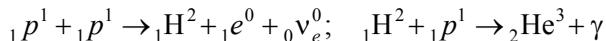
реакция синтеза ядер гелия из четырех протонов, т.е.



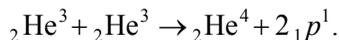
Неуправляемая термоядерная реакция была впервые осуществлена в 1953 г. в СССР. Это был взрыв первой водородной бомбы. Заряд в ней был составлен из дейтерия и трития. Эта реакция протекает при температуре  $\sim 10^8$  К, которая создается взрывом атомной бомбы (то есть атомная бомба служит своеобразным запалом для водородной (термоядерной) бомбы). Термоядерные реакции, по современным представлениям, являются источником энергии звезд, в том числе Солнца.

Солнце каждую секунду излучает энергию  $W \approx 3,8 \cdot 10^{26}$  Дж, что соответствует уменьшению его массы покоя на  $4,3 \cdot 10^9$  кг. Хотя это и очень большие величины, удельное выделение энергии Солнцем за 1 с из-за его большой массы ( $m_{oc} = 1,9 \cdot 10^{30}$  кг) является небольшим и составляет всего  $1,9 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{кг}}$ . В живом орга-

низме при обмене веществ удельное выделение энергии за 1 с превышает эту величину в сотни раз. Этим и объясняется, что за миллиарды лет мощность излучения нашего светила практически не изменилась. Предполагается, что термоядерные реакции на Солнце могут осуществляться двумя путями. При более низких температурах ( $\sim 10^7$  К) имеет место протонно-протонный цикл. В этом цикле при взаимодействии протонов возникает дейтрон, от взаимодействия дейтрона и протона появляется  ${}^3_2\text{He}$ , при взаимодействии ядер  ${}^3_2\text{He}$  появляются  ${}^4_2\text{He}$  и два протона. Цикл этот в виде формул можно записать так:



(позитроны, соединяясь с электронами плазмы, также дают  $\gamma$ -излучение). Далее:



При более высоких температурах ( $\sim 10^8$  К) большую вероятность имеет углеродный (углеродно-азотный) цикл. Этот цикл в конечном итоге приводит к исчезновению четырех протонов и к образованию  $\alpha$ -частицы. Число ядер углерода остается неизменным; они выступают в роли катализатора.

Что касается управляемых термоядерных реакций, то это сложнейшая научно-техническая проблема, над решением которой ученые работают уже более 40 лет. Для осуществления управляемой термоядерной реакции  ${}_1\text{H}^2 + {}_1\text{H}^2$  нужна температура  $T \geq 10^9$  К, для реакции  ${}_1\text{H}^2 + {}_1\text{H}^3 - T \geq 10^8$  К. При таких температурах все вещества находятся в виде полностью ионизированной плазмы, т.е. смеси ионов-ядер и электронов. Это высокотемпературная плазма ( $T > 10^7$  К; при  $T = 10^4 - 10^5$  К плазма называется низкотемпературной). Чтобы в плазме поддерживать эту температуру (иначе реакция не пойдет), ее необходимо изолировать от соприкосновения со стенками устройств, в которых она

находится. Иными словами, надо плазму удержать в заданном объеме. Это можно сделать с помощью магнитного поля. Нагрев же плазмы можно производить током. Эти идеи советских ученых и были реализованы в установках «Токамак». Именно в дальнейшем усовершенствовании этих установок ученые многих стран видят путь осуществления управляемого термоядерного синтеза.

В ближайшее время во Франции совместными усилиями ряда стран (России, США, Японии, Канады, Франции) должно начаться строительство первого в мире Интернационального термоядерного экспериментального реактора — ITER. Это позволит в дальнейшем использовать на благо человечества практически неисчерпаемые запасы термоядерной энергии.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Опишите опыты Резерфорда по рассеянию  $\alpha$ -частиц.
2. Сформулируйте основные положения ядерной модели атома.
3. Перечислите и поясните трудности, с которыми столкнулась ядерная модель атома.
4. На каких трех положениях строилась теория атома Бора?
5. Сформулируйте постулаты Бора.
6. Что можно вычислить для атома водорода по теории Бора? Как это согласуется с экспериментом?
7. Как на основе теории Бора объясняются спектральные серии атома водорода?
8. В чем состоят трудности теории Бора? Каковы их причины?
9. Какие величины называются квантованными? Что значит «квантование физических величин»?
10. Запишите формулу квантования энергии электрона по теории Бора.
11. Запишите формулы квантования орбитального механического момента электрона по величине и направлению.
12. Что такое спин электрона? Чему равна его величина?
13. Сформулируйте принцип Паули. Научитесь расписывать электроны в оболочках по состояниям.
14. Из каких частиц состоит ядро атома? Назовите основные характеристики нуклонов.

15. Сколько в ядре протонов и нейтронов?
16. Что такое изотопы? Приведите примеры изотопов.
17. Как найти дефект массы ядра?
18. Чему равна энергия связи ядра? Как найти удельную энергию связи?
19. Какими свойствами обладают ядерные силы? Какова их природа?
20. Как найти энергетический выход ядерной реакции?
21. Что такое радиоактивность? Запишите закон радиоактивного распада.
22. Назовите основные типы радиоактивного распада и запишите их реакции.
23. Запишите реакции превращения нуклонов.
24. Запишите реакции, которые привели к открытию протона и нейтрона.
25. Как были получены первые трансурановые элементы?
26. Какими двумя способами можно высвободить ядерную энергию?
27. Где используются неуправляемые ядерные реакции деления? Поясните принцип устройства урановой бомбы.
28. Какие реакции называются термоядерными? Поясните принцип устройства водородной бомбы. Что вы знаете о результатах работы над управляемыми термоядерными реакциями?

## **Вопросы к экзамену (зачету) по оптике, основам атомной и ядерной физики**

1. Основные законы геометрической оптики. Зеркала. Линзы. Призмы.
2. Интерференция света. Способы получения когерентных источников. Применение интерференции.
3. Дифракция в оптике. Дифракция в расходящихся лучах. Метод зон Френеля.
4. Дифракция в параллельных лучах. Дифракционная решетка.
5. Поляризация света. Получение поляризованного света.
6. Прохождение света через поляризатор и анализатор. Закон Малюса.
7. Вращение плоскости поляризации.
8. Дисперсия света.
9. Фазовая и групповая скорость света.
10. Рассеяние и поглощение света.
11. Тепловое излучение и его характеристики. Законы Кирхгофа и Стефана – Больцмана.
12. Распределение энергии в спектре абсолютно черного тела. Законы Вина.
13. Квантовая гипотеза и формула Планка.
14. Внешний фотоэффект и его законы.
15. Фотоны. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.
16. Рассеяние рентгеновских лучей. Эффект Комптона.
17. Корпускулярно-волновой дуализм света.
18. Давление света.
19. Опыты Резерфорда по рассеянию  $\alpha$ -частиц. Ядерная модель атома и ее трудности.
20. Постулаты Бора.
21. Теория атома водорода по Бору. Ее успехи и трудности.
22. Состав ядра. Основные свойства ядер. Изотопы.
23. Дефект массы и энергия связи ядра.
24. Ядерные силы. Их свойства и природа.
25. Радиоактивность. Закон радиоактивного распада.
26. Основные типы радиоактивного распада. Правила смещения.

27. Ядерные реакции. Реакция деления тяжелых ядер. Ядерная энергетика.

28. Реакция синтеза легких ядер. Проблемы управляемой термоядерной реакции.

# **ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

## § 1. Некоторые общие рекомендации по решению физических задач

1. Знание теории — необходимое, но недостаточное условие успешного решения задач.

2. Надо уметь анализировать физическую ситуацию, изложенную в условии задачи и связанную с данным физическим явлением. Это умение приобретается только опытным путем, т.е. в ходе решения задач. Таким образом, научиться решать задачи можно, только решая их. Кроме того, в этом случае происходит более глубокое усвоение знаний по физике. Теоретические знания человека, которые он не может применить на практике, ничего не стоят, они бесполезны.

3. Решение задач — это процесс творческий.

4. Хотя общего единого правила (алгоритма) решения задач не существует, тем не менее есть смысл придерживаться при их решении определенного порядка:

а) внимательно прочитать условие задачи и сделать его краткую (математическую) запись;

б) обдумать условие задачи; уяснить физические процессы, о которых идет речь; вспомнить, каким закономерностям они подчиняются; идя от искомым (неизвестных) величин, наметить примерный путь решения задачи;

в) сделать чертеж, схему, рисунок с обозначениями данных и искомым величин (помните: это не самоцель, а помощь в решении задачи); ошибка в чертеже, как правило, ведет к ошибке при решении задачи.

5. Используя физические формулы, отвечающие содержанию данной задачи, необходимо записать уравнение или систему уравнений, связывающих данные и искомые величины.

6. Решать задачу надо в общем виде, т.е. делать алгебраические преобразования до тех пор, пока не получится уравнение, в левой части которого стоит неизвестная величина, а в правой — известные или табличные величины. Это уравнение называют рабочей или расчетной формулой.

7. Следует проверить полученную формулу по размерности. Хотя верная размерность искомой величины еще не гарантирует

правильность решения, однако неверная размерность означает наличие в решении ошибки.

8. Числовые значения величин в рабочую формулу необходимо подставлять в одной системе единиц, тогда ответ получится в этой же системе.

9. Вычисления необходимо производить с соблюдением правил приближенных вычислений. Чтобы не было разночтений, приведем главные из них.

## **§ 2. Основные правила приближенных вычислений**

1. Число называется точным или приближенным в зависимости от того, точное или приближенное значение величины оно выражает. Числа, полученные в результате измерения величин, как правило, приближенные.

2. По правилу, предложенному академиком А.Н.Крыловым, приближенный результат следует записывать так, чтобы последняя его цифра указывала на точность; все цифры, кроме последней, должны быть верными, и лишь в последней (сомнительной) допустима ошибка не более, чем на одну единицу. Например, если длина отрезка  $l \approx 10,35$  м, то это означает, что она измерена с точностью до 0,01 м (или 1 см). Если  $a \approx 3,1542$ , то это означает, что число  $a$  задано с точностью до 0,0001. (На практике нередко при записи приближенных чисел вместо знака  $\approx$  пишут знак  $=$ ).

3. Значащими цифрами приближенного числа, записанного в десятичной форме, называются все его цифры, начиная с первой слева, отличной от нуля. Например, приближенное число 3,402 имеет четыре значащие цифры; число 0,031 — две значащие цифры. В случае чисел с нулями на конце (например, 125 000) возникает вопрос о том, для чего служат нули — для обозначения значащих цифр или для определения разряда остальных цифр. Чтобы избежать путаницы, договоримся о следующем:

а) если в числе 125 000 шесть значащих цифр, то его надо записывать именно так. Эта запись означает, что оно задано с точностью до 1;

б) запись  $1,25 \cdot 10^5$  означает, что в данном числе три значащих цифры, т.е. оно задано с точностью до 1 000;

в) если в числе 125 000 четыре значащих цифры, то запись будет такой:  $1,250 \cdot 10^5$ , т.е. число задано с точностью до 100.

4. При округлении данного числа с точностью до  $n$ -го разряда последняя сохраняемая цифра (цифра  $n$ -го разряда) не меняется, если цифра, следующая за ней, меньше 5, и увеличивается на 1, если цифра, следующая за ней, не меньше 5.

5. При сложении и вычитании приближенных чисел следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их в приближенном числе, имеющем наименьшее число десятичных знаков (т.е. в числе с наибольшей абсолютной погрешностью). Именно этой наибольшей погрешностью и определяется погрешность суммы или разности.

*Пример.*

Найти сумму приближенных чисел 2,38035; 0,0342; 51,247018; 5,3:

$$\begin{array}{r} 2,38035 \\ + 0,0342 \\ + 51,247018 \\ \hline 5,3 \\ \hline 58,961568 \approx 59,0 \end{array}$$

6. Более рационально поступать так: все приближенные числа округляют с точностью на 1 десятичный знак больше, чем в слагаемом с наименьшим числом десятичных знаков, складывают их и результат округляют в соответствии с правилом 5, т.е.

$$\begin{array}{r} 2,38 \\ + 0,03 \\ + 51,25 \\ \hline 5,3 \\ \hline 58,96 \approx 59,0 \end{array}$$

7. При умножении и делении приближенных чисел в результате следует сохранить столько значащих цифр, сколько их содержит приближенное число, имеющее наименьшее количество значащих цифр. На практике, чтобы не делать лишней работы, поступают так: данные числа округляют с точностью на один порядок выше, чем требует правило 7, производят с ними действия умножения или деления и результат округляют в соответствии с правилом 7.

*Пример.*

Найти значение выражения

$$\frac{68,045 \cdot 7,2}{20,17} \approx \frac{68,0 \cdot 7,2}{20,2} \approx 24,2 \approx 24.$$

8. При возведении приближенных чисел в степень в результате следует сохранить столько значащих цифр, сколько их имеет основание степени.

9. При извлечении корней в результате следует оставить столько значащих цифр, сколько их содержится в подкоренном выражении.

10. Если необходимо выполнить различные действия над приближенными числами, заданными с разной степенью точности, то предварительно их округляют, сохраняя лишь одну запасную цифру по сравнению с требованием правил 5—7. Аналогично округляются результаты всех промежуточных действий. В конечном результате запасная цифра отбрасывается по правилам округления.

## Глава 8

### ЭЛЕКТРОСТАТИКА

#### ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Закон Кулона

$$F = \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2},$$

где  $F$  — сила взаимодействия двух точечных зарядов  $q_1$  и  $q_2$ , находящихся на расстоянии  $r$ ,  $\epsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость среды,  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная, равная  $8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

Напряженность и потенциал электростатического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0},$$

где  $F$  — сила, действующая на положительный точечный заряд  $q_0$ , помещенный в данную точку поля;

$$\varphi = \frac{W_n}{q_0} = \frac{A_\infty}{q_0},$$

где  $W_n$  — потенциальная энергия заряда  $q_0$  в данной точке поля,  $A_\infty$  — работа по перемещению заряда  $q_0$  из данной точки поля за его пределы.

Напряженность и потенциал электростатического поля точечного заряда  $q$  на расстоянии  $r$  от заряда

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}; \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}.$$

Принцип суперпозиции (наложения) электростатических полей  $\vec{E} = \sum \vec{E}_i$ ;  $\varphi = \sum \varphi_i$ , где  $\vec{E}_i$  и  $\varphi_i$  — напряженность и потенциал поля, созданного зарядом  $q_i$ .

Электрическое смещение

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}.$$

Поток вектора напряженности (индукции) через произвольную поверхность  $S$

$$\Phi_E = \int_S E_n dS ;$$

$$\Phi_D = \int_S D_n dS .$$

Теорема Остроградского—Гаусса — поток вектора напряженности (индукции) через замкнутую поверхность  $S$

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \sum q_i ;$$

$$\Phi_D = \oint D_n dS = \sum q_i .$$

Линейная, поверхностная и объемная плотности заряда

$$\tau = \frac{dq}{dl} ; \quad \sigma = \frac{dq}{dS} ; \quad \rho = \frac{dq}{dV} .$$

Напряженность полей:

а) равномерно заряженной бесконечной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon \epsilon_0} ;$$

б) двух параллельных бесконечных равномерно заряженных плоскостей

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0} ;$$

в) равномерно заряженной сферы радиуса  $R$  на расстоянии  $r$  от ее центра

$$E = 0, \text{ при } r < R \text{ (внутри сферы),}$$

$$E = \frac{q}{4\pi \epsilon \epsilon_0 r^2}, \text{ при } r \geq R;$$

г) объемно заряженного шара радиуса  $R$  на расстоянии  $r$  от его центра

$$E = \frac{q}{4\pi \epsilon \epsilon_0 R^3} r, \text{ при } r < R \text{ (внутри шара),}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}, \text{ при } r \geq R \text{ (вне шара);}$$

д) равномерно заряженного бесконечного цилиндра радиуса  $R$  на расстоянии  $r$  от него

$$E = 0, \text{ при } r < R \text{ (внутри цилиндра),}$$

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r}, \text{ при } r \geq R \text{ (вне цилиндра).}$$

Работа, совершаемая силами поля, при перемещении заряда  $q_0$  из точки 1 в точку 2

$$A_{12} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = q_0 \int_1^2 E_l dl,$$

где  $E_l$  — проекция вектора  $\vec{E}$  на направление элементарного перемещения  $d\vec{l}$ .

Связь между напряженностью и потенциалом  $E = -\frac{d\varphi}{dr}$ .

В случае плоского конденсатора  $E = \frac{U}{d}$ , где  $U$  — разность потенциалов между пластинами,  $d$  — расстояние между ними.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Одна из главных задач электростатики — нахождение напряженности электростатического поля по известному распределению зарядов. При решении этой задачи могут встретиться три случая.

I. Поле создано точечными зарядами. Для решения подобной задачи используют формулу напряженности поля точечного заряда и принцип суперпозиции.

II. Поле создано зарядами, которые не являются точечными, но равномерно распределены по сферическим, цилиндрическим или плоским поверхностям. В этом случае применяют формулы, полученные с помощью теоремы Остроградского—Гаусса.

III. Если заряженное тело не является ни сферой, ни цилиндром, ни плоскостью, то для расчета поля необходимо разбить его на бесконечно малые элементы и записать от каждого из них, как от точечного заряда, элементарную напряженность  $d\vec{E}$  поля в данной точке, а затем просуммировать все элементарные напряженности, т.е. взять интеграл. Это наиболее общий метод ДИ — метод дифференцирования-интегрирования.

2. Если в задачах не указана среда, в которой рассчитывается поле, то подразумевается вакуум (или воздух), т.е.  $\epsilon = 1$ .

3. Полезно помнить, что  $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 9,00 \cdot 10^9$  м/Ф.

4. Для нахождения потенциала поля, созданного системой точечных зарядов, применяются формулы для потенциала поля точечного заряда и принцип суперпозиции.

5. Следует иметь в виду, что главный физический смысл имеет не сам потенциал, а разность потенциалов. В основе общего метода нахождения разности потенциалов лежит формула

$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l dl$ . Она следует из связи напряженности и потенциала

$E = -\frac{d\varphi}{dl}$ , где производная берется в направлении быстрейшего изменения потенциала, т.е. вдоль силовой линии.

## ЗАДАЧИ

1. Два точечных заряда, находясь в воздухе на расстоянии 20 см друг от друга, взаимодействуют с некоторой силой. На каком расстоянии необходимо поместить эти заряды в масле, чтобы получить ту же силу взаимодействия?

[8,94 см]

2. Во сколько раз энергия электростатического взаимодействия двух частиц с зарядом  $q$  и массой  $m$  каждая больше энергии их гравитационного взаимодействия? Задачу решить: а) для электронов; б) для протонов.

[4,17·10<sup>42</sup>; 1,24·10<sup>36</sup>]

3. Найти напряженность электрического поля в точке, лежащей посередине между двумя точечными зарядами 8 нКл и -6 нКл. Расстояние между зарядами 10 см; заряды находятся в вакууме.

[50,4 кВ/м]

4. В центр квадрата, в каждой вершине которого находится заряд 2,33 нКл, помещен отрицательный заряд. Найти этот заряд, если на каждый заряд действует результирующая сила  $F = 0$ .

[-2,23 нКл]

5. Два точечных заряда 7,5 нКл и -14,7 нКл расположены на расстоянии 5 см. Найти напряженность  $E$  электрического поля в точке, находящейся на расстоянии 3 см от положительного заряда и 4 см от отрицательного заряда.

[112 кВ/м]

6. Составить задачу на произвольный треугольник.

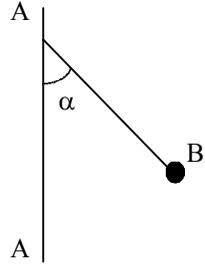
7. Два шарика с равными радиусами и массами подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда 0,4 мкКл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол 60°. Найти массу каждого шарика, если расстояние от центра шарика до точки подвеса 20 см.

[1,56 г]

8. Два шарика с равными радиусами и массами Дж/кг·К подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. Какой заряд нужно сообщить шарикам, чтобы сила натяжения нитей стала равной 98 мН? Расстояние от центра шарика до точки подвеса 10 см; масса каждого шарика 5 г.

[1,1 мкКл]

9. На рисунке AA — заряженная бесконечная плоскость с поверхностной плотностью заряда  $40 \text{ мкКл/м}^2$  и B — одноименно заряженный шарик массой  $1 \text{ г}$  с зарядом  $1 \text{ нКл}$ . Какой угол с плоскостью AA образует нить, на которой висит шарик?



[13°]

10. На рисунке к задаче 9 AA — заряженная бесконечная плоскость и B — одноименно заряженный шарик массой  $0,4 \text{ мг}$  с зарядом  $667 \text{ пКл}$ . Сила натяжения нити, на которой висит шарик,  $0,49 \text{ мН}$ . Найти поверхностную плотность заряда на плоскости AA.

*Рис. к задаче 9*

[7,8 мкКл/м<sup>2</sup>]

11. Медный шар радиусом  $0,5 \text{ см}$  помещен в масло. Плотность масла  $0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Найти заряд шара, если в однородном электрическом поле шар оказался взвешенным в масле. Электрическое поле направлено вертикально вверх, и его напряженность  $3,6 \text{ МВ/м}$ .

[11 нКл]

12. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе заряженная капелька ртути находится в равновесии при напряженности электрического поля  $60 \text{ кВ/м}$ . Заряд капли  $0,8 \cdot 10^{-18} \text{ Кл}$ . Найти радиус капли.

[0,44 мкм]

13. Шарик массой  $40 \text{ мг}$ , имеющий положительный заряд  $1 \text{ нКл}$ , движется со скоростью  $10 \text{ см/с}$ . На какое расстояние может приблизиться шарик к положительному точечному заряду  $1,33 \text{ нКл}$ ?

[6 см]

14. Два шарика с зарядами  $6,66 \text{ нКл}$  и  $13,33 \text{ нКл}$  находятся на расстоянии  $40 \text{ см}$ . Какую работу надо совершить, чтобы сблизить их до расстояния  $25 \text{ см}$ ?

[1,2 мкДж]

15. Найти потенциал точки поля, находящейся на расстоянии  $10 \text{ см}$  от центра заряженного шара радиусом  $1 \text{ см}$ . Задачу решить,

если: а) задана поверхностная плотность заряда на шаре, равная  $0,1 \text{ мкКл/м}^2$ ; б) задан потенциал шара, равный  $300 \text{ В}$ .

[11,3 В; 30 В]

16. Какая работа совершается при перенесении точечного заряда  $20 \text{ нКл}$  из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии  $1 \text{ см}$  от поверхности шара радиусом  $1 \text{ см}$  с поверхностной плотностью заряда  $10 \text{ мкКл/м}^2$ ?

[113 мкДж]

17. Шарик массой  $1 \text{ г}$  с зарядом  $10 \text{ нКл}$  перемещается из точки 1, потенциал которой  $600 \text{ В}$ , в точку 2, потенциал которой  $0 \text{ В}$ . Найти его скорость в точке 1, если в точке 2 она стала равной  $20 \text{ см/с}$ .

[16,7 см/с]

## Глава 8а

### ПРОВОДНИКИ И ДИЭЛЕКТРИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

#### ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

где  $S$  — площадь каждой пластины конденсатора,  $d$  — расстояние между пластинами.

Емкость сферического конденсатора

$$C = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1 r_2}{r_2 - r_1},$$

где  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы внутренней и внешней сфер.

Если  $r_1 \ll r_2$ , то емкость уединенной сферы

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1.$$

Емкость системы конденсаторов:

а) при параллельном соединении

$$C = \sum_i C_i ;$$

б) при последовательном соединении

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i} .$$

Энергия уединенного заряженного проводника

$$W = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} .$$

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} .$$

Сила притяжения между пластинами плоского конденсатора

$$F = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 S}{2} .$$

Объемная плотность энергии электрического поля

$$w'_3 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} .$$

Энергия взаимодействия системы точечных зарядов

$$W = \frac{1}{2} \sum_i q_i \varphi_i ,$$

где  $\varphi_i$  — потенциал точки поля, где находится заряд  $q_i$ , создаваемый всеми зарядами, кроме  $i$ -го.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Если однородный и изотропный диэлектрик вносится в поле, то электрическое смещение  $D$  остается без изменения (оно одно и то же внутри и вне диэлектрика).

2. Напряженность  $E$  поля в диэлектрике в  $\varepsilon$  раз меньше напряженности поля вне диэлектрика.

3. Формулы для расчета емкости батарей конденсаторов применяют и для определения емкости многослойных конденсаторов. Если слои диэлектрика расположены параллельно пластинам конденсатора, то это равносильно последовательному соединению однослойных конденсаторов; если же границы слоев перпендикулярны пластинам, то это соответствует параллельному соединению однослойных конденсаторов.

## ЗАДАЧИ

1. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора 90 В. Площадь каждой пластины  $60 \text{ см}^2$ , ее заряд 1 нКл. На каком расстоянии друг от друга находятся пластины?

[4,8 мм]

2. Плоский конденсатор можно применить в качестве чувствительных микровесов. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого 3,84 мм, находится заряженная частица с зарядом  $0,48 \cdot 10^{-18}$  Кл. Для того чтобы частица находилась в равновесии, между пластинами конденсатора нужно было приложить разность потенциалов 40 В. Найти массу частицы.

[ $5,1 \cdot 10^{-16}$  кг]

3. Между двумя вертикальными пластинами на одинаковом расстоянии от них падает пылинка. Вследствие сопротивления воздуха пылинка падает с постоянной скоростью 2 м/с. Через какое время после подачи на пластины разности потенциалов 3 кВ пылинка достигнет одной из пластин? Какое расстояние по вертикали пылинка пролетит до попадания на пластину? Расстояние между пластинами 2 см, масса пылинки  $2 \cdot 10^{-9}$  г, ее заряд  $6,5 \cdot 10^{-17}$  Кл.

[1 с; 2 см]

4. Электрон летит от одной пластины плоского конденсатора до другой. Разность потенциалов между пластинами 3 кВ; расстояние между пластинами 5 мм. Найти силу, действующую на электрон, ускорение электрона, скорость, с которой электрон приходит ко второй пластине, и поверхностную плотность заряда на пластинах.

$$[9,6 \cdot 10^{-14} \text{ Н}; 1,05 \cdot 10^{17} \text{ м/с}^2; 3,24 \cdot 10^7 \text{ м/с}; 5,3 \text{ мКл/м}^2]$$

5. Электрон с некоторой начальной скоростью влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам на равном расстоянии от них. Разность потенциалов между пластинами конденсатора 300 В; расстояние между пластинами 2 см; длина конденсатора 10 см. Какова должна быть предельная начальная скорость электрона, чтобы электрон не вылетел из конденсатора? Решить эту же задачу для  $\alpha$ -частицы.

$$[3,64 \cdot 10^7 \text{ м/с}; 6 \cdot 10^5 \text{ м/с}]$$

6. Электрон влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам со скоростью  $9 \cdot 10^6$  м/с. Разность потенциалов между пластинами 100 В; расстояние между пластинами 1 см. Найти полное, нормальное и тангенциальное ускорения электрона через 10 нс после начала его движения в конденсаторе.

$$[17,6 \cdot 10^{14} \text{ м/с}^2; 8 \cdot 10^{14} \text{ м/с}^2; 15,7 \cdot 10^{14} \text{ м/с}^2]$$

7. Электрон со скоростью  $10^7$  м/с влетает в плоский горизонтально расположенный конденсатор, параллельно его пластинам. Напряженность поля в конденсаторе 10 кВ/м. Длина пластин конденсатора 5 см. Найти модуль и направление скорости электрона при вылете из конденсатора.

$$[1,33 \cdot 10^7 \text{ м/с}; 41^\circ 20']$$

8. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора  $1 \text{ м}^2$ , расстояние между пластинами 1,5 мм. Найти емкость этого конденсатора.

$$[5,9 \text{ нФ}]$$

9. Конденсатор (см. предыдущую задачу) заряжен до разности потенциалов в 300 В. Найти поверхностную плотность заряда на его пластинах.

$$[1,77 \text{ мкКл/м}^2]$$

10. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии 5 мм друг от друга, приложена разность потенциалов 150 В. К одной из пластин прилежит плоскопараллельная пластинка фарфора толщиной 3 мм. Найти напряженности электрического поля в воздухе и фарфоре.

[60 кВ/м; 10 кВ/м]

11. Площадь пластин плоского конденсатора  $0,01 \text{ м}^2$ , расстояние между ними 1 см. К пластинам приложена разность потенциалов 300 В. В пространстве между пластинами находятся плоскопараллельная пластинка стекла толщиной 0,5 см и плоскопараллельная пластинка парафина толщиной 0,5 см. Найти напряженности электрического поля и падение потенциала в каждом слое. Каковы будут при этом электроемкость конденсатора и поверхностная плотность заряда на пластинах?

[15 кВ/м; 45 кВ/м; 75 В; 225 В; 26,6 пФ;  $0,8 \text{ мкКл/м}^2$ ]

12. Найти емкость земного шара. Считать его радиус равным 6400 км. На сколько изменится потенциал земного шара, если ему сообщить заряд 1 Кл?

[710 мкФ; 1400 В]

13. Восемь заряженных водяных капель радиусом 1 мм и зарядом 0,1 нКл каждая сливаются в одну общую водяную каплю. Найти потенциал большой капли.

[3,6 кВ]

14. Шарик, заряженный до потенциала 792 В, имеет поверхностную плотность заряда  $333 \text{ нКл/м}^2$ . Найти радиус шарика.

[2,1 см]

15. Каким будет потенциал шара радиусом 3 см, если: а) сообщить ему заряд 1 нКл, б) окружить его концентрическим шаром радиусом 4 см, соединенным с землей?

[300 В; 75 В]

16. Найти емкость сферического конденсатора, состоящего из двух концентрических сфер с радиусом  $r = 10 \text{ см}$  и  $R = 10,5 \text{ см}$ . Пространство между сферами заполнено маслом. Какой радиус должен иметь шар, помещенный в масло, чтобы иметь такую же емкость?

[1,17 нФ; 2,1 м]

17. Радиус внутреннего шара вакуумного сферического конденсатора  $r = 1$  см, радиус внешнего шара  $R = 4$  см. Между шарами приложена разность потенциалов 3 кВ. Какую скорость получит электрон, приблизившись к центру шаров с расстояния  $x_1 = 3$  см до расстояния  $x_2 = 2$  см?

[ $1,54 \cdot 10^7$  м/с]

18. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора 280 В. Площадь пластин конденсатора  $0,01$  м<sup>2</sup>; поверхностная плотность заряда на пластинах  $495$  нКл/м<sup>2</sup>. Найти: а) напряженность поля внутри конденсатора; б) расстояние между пластинами; в) скорость, которую получит электрон, пройдя в конденсаторе путь от одной пластины до другой; г) энергию конденсатора; д) емкость конденсатора; е) силу притяжения пластин конденсатора.

[56 кВ/м; 5 мм;  $10^7$  м/с; 695 нДж; 17,7 пФ; 139 мкН]

19. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора  $0,01$  м<sup>2</sup>, расстояние между ними 2 см. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов 3 кВ. Какова будет напряженность поля конденсатора, если, не отключая его от источника напряжения, пластины раздвинуть до расстояния 5 см? Найти энергии конденсатора до и после раздвижения пластин.

[60 кВ/м; 20 мкДж; 8 мкДж]

20. Решить предыдущую задачу при условии, что сначала конденсатор отключается от источника напряжения, а затем раздвигаются пластины конденсатора.

[150 кВ/м; 20 мкДж; 50 мкДж]

## Глава 9

### ПОСТОЯННЫЙ ТОК

#### ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Сила тока 
$$i = \frac{dq}{dt}.$$

Если ток постоянный, то 
$$I = \frac{q}{t}.$$

Плотность тока 
$$j = \frac{di}{dS_n}.$$

В случае постоянного тока и его равномерного распределения по сечению  $S$  проводника

$$j = \frac{I}{S}.$$

Плотность тока в проводнике

$$j = n_0 e \langle v \rangle,$$

где  $n_0$  — концентрация носителей,  $e$  — элементарный заряд,  $\langle v \rangle$  — средняя скорость упорядоченного движения зарядов.

Закон Ома для однородного участка электрической цепи

$$I = \frac{U}{R}.$$

Сопротивление проводника

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где  $\rho$  — удельное сопротивление,  $l$  — длина,  $S$  — площадь поперечного сечения проводника.

Зависимость сопротивления металлов от температуры

$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha t),$$

где  $\rho_0$  — удельное сопротивление при  $0^\circ\text{C}$ ,  $\rho_t$  — удельное сопротивление при  $t^\circ\text{C}$ ,  $t$  — температура в градусах Цельсия,  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления.

Закон Ома для замкнутой цепи постоянного тока

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r},$$

где  $\varepsilon$  — ЭДС источника тока,  $R$  — внешнее сопротивление цепи,  $r$  — внутреннее сопротивление источника.

Сопротивление цепи при последовательном соединении сопротивлений

$$R = \sum_i R_i;$$

при параллельном соединении сопротивлений

$$\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}.$$

Эквивалентная ЭДС ( $\varepsilon_3$ ) и эквивалентное внутреннее сопротивление ( $r_3$ ) батареи источников тока:

а) при последовательном соединении

$$\varepsilon_3 = \sum_i \varepsilon_i; r_3 = \sum_i r_i; I = \frac{\varepsilon_3}{R+r_3};$$

б) при параллельном соединении

$$\frac{\varepsilon_3}{r_3} = \sum_i \frac{\varepsilon_i}{r_i}; \frac{1}{r_3} = \sum_i \frac{1}{r_i}; I = \frac{\varepsilon_3}{R+r_3}.$$

Работа тока за время  $t$

$$A = IUt = I^2Rt = \frac{U^2t}{R}.$$

Мощность тока

$$P = IU = I^2R = \frac{U^2}{R}.$$

Закон Джоуля—Ленца

$$Q = I^2Rt = IUt.$$

Правила Кирхгофа

$$\sum_k I_k = 0; \sum_i I_i R_i = \sum_k \varepsilon_k.$$

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Ток во всех последовательно соединенных элементах электрической цепи один и тот же; общее напряжение равно сумме напряжений на всех участках. При параллельном соединении элементов электрической цепи напряжение на всех участках будет одно и то же; общий ток будет равен сумме токов всех участков.

2. Следует помнить, что напряжение между двумя любыми точками электрической цепи складывается в общем случае из разности потенциалов между ними и ЭДС, находящейся на этом участке цепи, т.е.  $U_{1-2} = \varphi_1 - \varphi_2 \pm \varepsilon_{1-2}$ . Знак + у ЭДС ставится в том случае, если она повышает потенциал в указанном или выбранном направлении тока; в противном случае ставится знак -. Или по-другому: при мысленном движении вдоль тока у ЭДС ставится знак того полюса источника, который оказывается последним.

3. Если заданное сложное соединение проводников нельзя разложить на последовательные и параллельные участки, необходимо заменить его другим соединением, эквивалентным данному в отношении сопротивления. Такие замены основаны на том, что точки, имеющие равные потенциалы, можно соединять и разъединять.

4. Сопротивление любой сложной цепи можно рассчитать по правилам Кирхгофа.

5. Работа электрических сил (электрического тока) на участке цепи с разностью потенциалов  $\Delta\varphi$  равна  $\Delta\varphi It$ . Количество выделяющегося тепла на участке цепи сопротивлением  $R$ :  $Q = I^2 R t$ . Если на участке нет ЭДС, то  $\Delta\varphi = U = IR$ , т.е. обе формулы совпадают. Это значит, что вся работа электрических сил идет на выделение тепла. Если на участке есть ЭДС, то работа электрических сил находится так же, а количество выделившегося тепла — по формуле  $Q = I U t$ , где  $U = (\varphi_1 - \varphi_2) \pm \varepsilon$ .

6. Работа, совершаемая источником тока, в замкнутой цепи

$$A = \varepsilon I t = I^2 R_{\text{полн}} t = \frac{\varepsilon^2}{R_{\text{полн}}} t,$$

где  $R_{\text{полн}} = R + r$ .

## ЗАДАЧИ

1. Ток в проводнике меняется со временем по уравнению  $I = 4 + 2t$ , где  $I$  — в амперах и  $t$  — в секундах. Какое количество электричества проходит через поперечное сечение проводника за время от  $t_1 = 2$  с до  $t_2 = 6$  с? При каком постоянном токе через поперечное сечение проводника за то же время проходит такое же количество электричества?

[48 Кл; 12А]

2. Вольфрамовая нить электрической лампочки при  $20^\circ\text{C}$  имеет сопротивление  $35,8$  Ом. Какова будет температура нити лампочки, если при включении в сеть напряжением  $120$  В по нити идет ток  $0,33$  А? Температурный коэффициент сопротивления вольфрама  $\alpha = 4,6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

[ $2200^\circ\text{C}$ ]

3. Обмотка катушки из медной проволоки при  $14^\circ\text{C}$  имеет сопротивление  $10$  Ом. После пропускания тока сопротивление обмотки стало равным  $12,2$  Ом. До какой температуры нагрелась обмотка? Температурный коэффициент сопротивления меди  $\alpha = 4,15 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

[ $70^\circ\text{C}$ ]

4. Найдите падения потенциала в сопротивлениях  $4$  Ом,  $2$  Ом и  $4$  Ом, соединенных так, как показано на рисунке, если амперметр показывает ток  $3$  А. Найти токи в сопротивлениях.

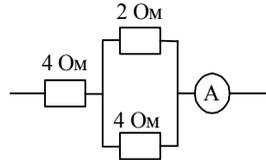


Рис. к задаче 4

[12 В; 4 В; 4 В; 2 А; 1 А]

5. Элемент, имеющий ЭДС  $1,1$  В и внутреннее сопротивление  $1$  Ом, замкнут на внешнее сопротивление  $9$  Ом. Найти ток в цепи, падение потенциала во внешней цепи и падение потенциала внутри элемента. С каким КПД работает элемент?

[ $0,11$  А;  $0,99$  В;  $0,11$  В;  $0,9$ ]

6. Элемент с ЭДС  $2$  В имеет внутреннее сопротивление  $0,5$  Ом. Найти падение потенциала внутри элемента при токе в цепи  $0,25$  А. Каково внешнее сопротивление при этих условиях?

[ $0,125$  В;  $7,5$  Ом]

7. Элемент с ЭДС 1,6 В имеет внутреннее сопротивление 0,5 Ом. Найти КПД элемента при токе в цепи 2,4 А.

[25%]

8. ЭДС элемента 6 В. При внешнем сопротивлении 1,1 Ом ток в цепи 3 А. Найти падение потенциала внутри элемента и его сопротивление.

[2,7 В; 0,9 Ом]

9. Имеются два одинаковых элемента с ЭДС 2 В и внутренним сопротивлением 0,3 Ом. Как надо соединить эти элементы (последовательно или параллельно), чтобы получить наибольший ток, если внешнее сопротивление: а) 0,2 Ом; б) 16 Ом? Найти ток в каждом из этих случаев.

[5 А; 5,7 А; 0,24 А; 0,124 А]

10. Два параллельно соединенных элемента с одинаковыми ЭДС 2 В и внутренними сопротивлениями 1 Ом и 1,5 Ом замкнуты на внешнее сопротивление 1,4 Ом. Найти ток в каждом из элементов и во всей цепи.

[0,6 А; 0,4 А; 1 А]

11. Даны два последовательно соединенных элемента с одинаковыми ЭДС 2 В, внешним сопротивлением 0,5 Ом и внутренними сопротивлениями 1 Ом и 1,5 Ом. Найти разность потенциалов на зажимах каждого элемента.

[0,66 В; 0 В]

12. Батарея с ЭДС 20 В, амперметр и реостаты с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  соединены последовательно. При выведенном реостате  $R_2$  амперметр показывает ток 8 А, при введенном реостате  $R_2$  — ток 5 А. Найти сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  реостатов и падение потенциала на них, когда реостат  $R_1$  полностью включен.

[1,5 Ом; 2,5 Ом; 7,5 В; 12,5 В]

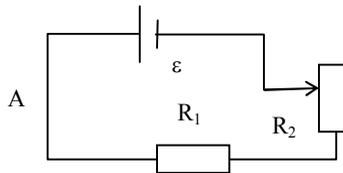


Рис. к задаче 12

13. Напряжение на зажимах элемента в замкнутой цепи 2,1 В, сопротивления 5 Ом, 6 Ом и 3 Ом. Какой ток показывает амперметр?

[0,2 А]

14. Сопротивления  $R_2 = 20$  Ом и  $R_3 = 15$  Ом. Через сопротивление  $R_2$  течет ток 0,3 А. Амперметр показывает ток 0,8 А. Найти сопротивление  $R_1$ .

[60 Ом]

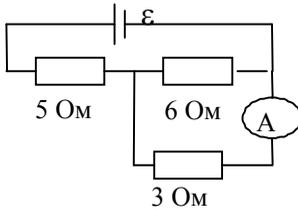


Рис. к задаче 13

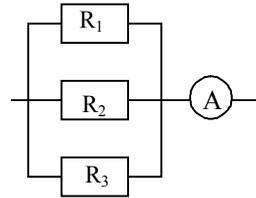


Рис. к задаче 14

15. ЭДС батареи 100 В, сопротивления  $R_1 = R_3 = 40$  Ом,  $R_2 = 80$  Ом и  $R_4 = 34$  Ом. Найти ток, текущий через сопротивление  $R_2$ , и падение потенциала на нем.

[0,4 А; 32 В]

16. ЭДС батареи 120 В, сопротивления  $R_3 = 20$  Ом и  $R_4 = 25$  Ом. Падение потенциала на сопротивлении  $R_1$  равно 40 В. Амперметр показывает ток 2 А. Найти сопротивление  $R_2$ .

[60 Ом]

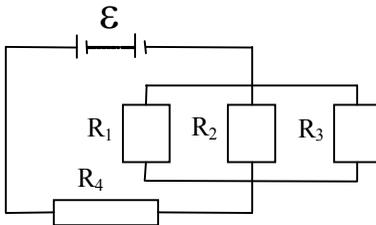


Рис. к задаче 15

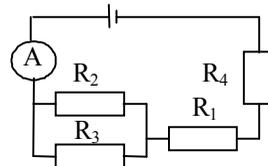


Рис. к задачам 16, 17

17. Батарея с ЭДС 10 В и внутренним сопротивлением 1 Ом имеет КПД 0,8. Падения потенциала на сопротивлениях  $R_1$  и  $R_4$  равны 4 В и

2 В. Какой ток показывает амперметр? Найти падение потенциала на сопротивлении  $R_2$ .

[2 А; 2 В]

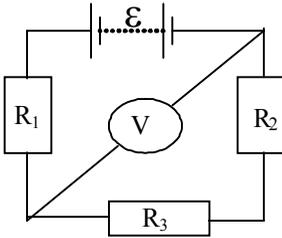


Рис. к задачам 18, 19

18. ЭДС батареи 100 В, сопротивление  $R_1 = 100$  Ом,  $R_2 = 200$  Ом и  $R_3 = 300$  Ом, сопротивление вольтметра 2 кОм. Какую разность потенциалов показывает вольтметр?

[80 В]

19. Сопротивление  $R_1 = R_2 = R_3 = 200$  Ом, сопротивление вольтметра 1 кОм. Вольтметр показывает разность потенциалов 100 В. Найти ЭДС батареи.

[170 В]

20. Имеется 120-вольтовая электрическая лампочка мощностью 40 Вт. Какое добавочное сопротивление надо включить последовательно с лампочкой, чтобы она давала нормальный накал при напряжении в сети 220 В? Какую длину нихромовой проволоки диаметром 0,3 мм надо взять, чтобы получить такое сопротивление?

[300 Ом; 21,2 м]

21. От батареи с ЭДС 500 В требуется передать энергию на расстояние 2,5 км. Потребляемая мощность 10 кВт. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных подводных проводов 1,5 см.

[212 Вт]

22. Медная и стальная проволоки, имеющие одинаковую длину и диаметр, включены в цепь последовательно. Найти: а) отношение количеств теплоты, выделяющихся в этих проволоках; б) отношение падений напряжения на этих проволоках.

[0,17; 0,17]

23. Решить предыдущую задачу для случая, когда проволоки включены параллельно.

[5,9; 1]

24. Батарея с ЭДС 240 В и внутренним сопротивлением 1 Ом замкнута на внешнее сопротивление 23 Ом. Найти полную мощность, полезную мощность и КПД батареи.

[2,4 кВт; 2,3 кВт; 96%]

25. ЭДС батареи 120 В, сопротивления  $R_3 = 30$  Ом,  $R_2 = 60$  Ом. Амперметр показывает ток 2 А. Найти мощность, выделяющуюся в сопротивлении  $R_1$ .

[60 Вт]

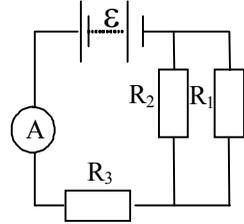


Рис. к задаче 25

26. ЭДС элементов 2,1 В и 1,9 В, сопротивления  $R_1 = 45$  Ом,  $R_2 = R_3 = 10$  Ом. Найти токи во всех участках цепи.

[0,04 А; 0,01 А; 0,03 А]

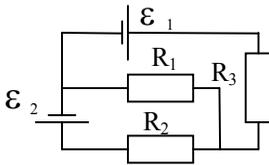


Рис. к задаче 26

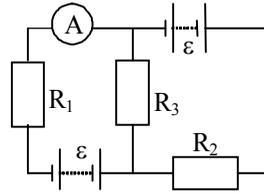


Рис. к задаче 27

27. Батареи имеют ЭДС 110 В и 220 В, сопротивления  $R_1 = R_2 = 100$  Ом,  $R_3 = 500$  Ом. Найти показание амперметра.

[0,4 А]

## Глава 10

### МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА

#### ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Закон Био—Савара—Лапласа

$$d\vec{H} = \frac{I[d\vec{l} \cdot \vec{r}]}{4\pi r^3}; \quad dH = \frac{Idl \sin \alpha}{4\pi r^2}.$$

Напряженность магнитного поля:

а) в центре кругового тока

$$H = \frac{I}{2R},$$

где  $R$  — радиус кругового контура.

б) от бесконечно длинного прямолинейного проводника

$$H = \frac{I}{2\pi r_0},$$

где  $r_0$  — расстояние от проводника с током до точки, где определяется напряженность.

в) для проводника конечной длины

$$H = \frac{I}{4\pi r_0} (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2),$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — углы, образованные радиусом-вектором, проведенным из начала и конца проводника в точку, где определяется напряженность, и направлением тока в проводнике.

Связь между индукцией и напряженностью магнитного поля

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H},$$

где  $\mu$  — относительная магнитная проницаемость среды,  $\mu_0$  — магнитная постоянная, равная  $4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

Сила, действующая на элемент проводника  $dl$  с током  $I$  в магнитном поле,

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \cdot \vec{B}]; \quad dF = IdlB \sin \alpha.$$

Сила взаимодействия двух прямых бесконечно длинных параллельных проводников с токами  $I_1$  и  $I_2$ :  $dF = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{r} dl$ , где  $r$  — расстояние между проводниками,  $dl$  — отрезок проводника (токи одного направления притягиваются, противоположных направлений — отталкиваются).

Сила Лоренца

$$\vec{F} = q[\vec{v} \cdot \vec{B}]; F = qvB \sin \alpha.$$

Формула Лоренца

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v} \cdot \vec{B}]$$

— сила, действующая на движущийся заряд в электрическом и магнитном полях.

Механический момент, действующий на контур с током в магнитном поле,

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \cdot \vec{B}],$$

где  $\vec{p}_m$  — магнитный момент контура с током ( $p_m = IS$ , где  $S$  — площадь контура).

Магнитный поток через площадку  $dS$

$$d\Phi_m = B dS \cos \alpha = B_n dS,$$

где  $\alpha$  — угол между вектором  $\vec{B}$  и нормалью к площадке  $dS$ ,  $B_n$  — проекция вектора  $\vec{B}$  на нормаль.

Магнитный поток через произвольную поверхность  $S$

$$\Phi_m = \int_S B_n dS.$$

Работа в магнитном поле:

а) по перемещению проводника с током

$$dA = Id\Phi,$$

где  $d\Phi$  — магнитный поток через поверхность, протеченную проводником.

При конечном перемещении  $A = I\Phi_m$ ;

б) по перемещению контура с током

$$A = I\Delta\Phi_m,$$

где  $\Delta\Phi_m = \Phi_2 - \Phi_1$  — изменение магнитного потока через поверхность контура.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Расчет напряженности (индукции) магнитного поля при заданном распределении токов производится на основе закона Био—Савара—Лапласа и принципа суперпозиции магнитных полей, т.е.  $\vec{H} = \int_I d\vec{H}$ . Если магнитное поле создано несколькими

проводниками с током, то  $\vec{H} = \sum \vec{H}_i$ , где  $\vec{H}_i$  — напряженность поля в данной точке  $i$ -того проводника.

2. Если проводники с током и точка, в которой находят вектор  $\vec{H}$ , лежат в одной плоскости, то все векторы  $\vec{H}_i$  направлены вдоль прямой, а геометрическая сумма при расчете величины  $H$  перейдет в алгебраическую. В общем же случае для расчета  $H$  используют теорему косинусов. Если все элементы  $d\vec{l}_i$  и точка, где ищут  $\vec{H}$ , лежат в одной плоскости, то все  $d\vec{H}$  направлены вдоль одной прямой, и  $H = \int_I dH$ . Если этого нет, то вектор  $d\vec{H}$

придется раскладывать по осям, брать интеграл и находить  $H_x$  и  $H_y$ , а затем  $H = \sqrt{H_x^2 + H_y^2}$ .

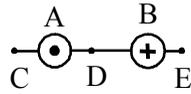
3. Для нахождения силы, действующей на проводник с током в магнитном поле, сначала надо найти силу  $d\vec{F}_i$ , действующую на произвольный элемент  $d\vec{l}$  длины проводника, а затем взять интеграл по всей длине  $l$  проводника, учитывая направление складываемых векторов.

4. При решении задач на силу Лоренца следует помнить, что вектор  $\vec{F}_L \perp \vec{v}$  — вектору скорости заряженной частицы, а значит, сила Лоренца не может изменять скорость частицы по величине, она может изменять только направление скорости. Если поле однородное ( $\vec{B} = const$ ) и  $\vec{v} \perp \vec{B}$ , то траекторией частицы будет окружность. Если заряд в однородное магнитное поле влетает под углом к линиям индукции, то он будет двигаться в таком поле по винтовой линии. Магнитное поле действует только на движущийся заряд. Если  $\vec{v} \parallel \vec{B}$ , то  $F_L = 0$ .

## ЗАДАЧИ

1. По двум бесконечно длинным параллельным проводникам, находящимся на расстоянии  $AB = 10$  см, текут токи противоположного направления силой 20 А и 30 А. Найти напряженности магнитного поля в точках С, D, E, если  $CA = 2$  см,  $AD = 4$  см и  $BE = 3$  см.

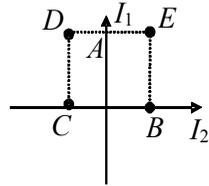
[120 А/м; 159 А/м; 135 А/м]



*рис. к задаче 1*

2. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг другу и находятся в одной плоскости. Найти напряженности магнитного поля в точках E и D, если  $I_1 = 2$  А и  $I_2 = 3$  А, а расстояния  $AE = AD = 1$  см и  $CD = BE = 2$  см.

[8 А/м; 55,8 А/м]



*Рис. к задаче 2*

3. Два прямолинейных длинных проводника расположены параллельно на расстоянии 10 см друг от друга. По проводникам в противоположных направлениях текут токи силой 5 А. Найти модуль и направление напряженности магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии 10 см от каждого проводника.

[8 А/м]

4. Ток силой 20 А идет по длинному проводнику, согнутому под прямым углом. Найти напряженность магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии 10 см.

[77,3 А/м]

5. Ток силой 20 А, протекая по кольцу из медной проволоки сечением  $1,0 \text{ мм}^2$ , создает в центре кольца напряженность магнитного поля 178 А/м. Какая разность потенциалов приложена к концам проволоки, образующей кольцо?

[0,12 В]

6. Найти напряженность магнитного поля на оси кругового контура на расстоянии 3 см от его плоскости. Радиус контура 4 см, ток в контуре 2 А.

[12,7 А/м]

7. Два круговых витка радиусом 4 см каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии 5 см друг от друга. По виткам текут токи силой 4 А. Найти напряженность магнитного поля в центре одного из витков. Задачу решить, когда токи в витках текут: а) в одном направлении; б) в противоположных направлениях.

[62,2 А/м; 38,2 А/м]

8. Два круговых витка расположены в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, так что центры этих витков совпадают. Радиус каждого витка 2 см, токи в витках 5 А. Найти напряженность магнитного поля в центре этих витков.

[177 А/м]

9. Из проволоки длиной 1 м сделана квадратная рамка. По рамке течет ток силой 10 А. Найти напряженность магнитного поля в центре рамки.

[35,8 А/м]

10. В центре кругового проволочного витка создается магнитное поле  $H$  при разности потенциалов  $U_1$  на концах витка. Какую разность потенциалов  $U_2$  надо приложить к витку вдвое большего радиуса, сделанному из той же проволоки, чтобы получить такую же напряженность?

[ $U_2 = 4U_1$ ]

11. Бесконечно длинный провод образует круговой виток, касательный к проводу. По проводу идет ток силой 5 А. Найти радиус витка, если напряженность магнитного поля в центре витка 41 А/м.

[8 см]

12. Обмотка катушки сделана из проволоки диаметром 0,8 мм. Витки плотно прилегают друг к другу. Считая катушку достаточно длинной, найти напряженность магнитного поля внутри катушки при силе тока в 1 А.

[1,25 кА/м]

13. Из проволоки диаметром 1 мм надо намотать соленоид, внутри которого должна быть напряженность магнитного поля 24 кА/м. По проволоке можно пропускать предельный ток силой 6 А. Из какого числа слоев будет состоять обмотка соленоида, если

витки наматывать плотно друг к другу? Диаметр катушки считать малым по сравнению с ее длиной.

[4]

14. Требуется получить напряженность магнитного поля 1 кА/м в соленоиде длиной 20 см и диаметром 5 см. Найти число ампер-витков, необходимое для этого соленоида, и разность потенциалов, которую надо приложить к концам обмотки из медной проволоки диаметром 0,5 мм. Считать поле соленоида однородным.

[200 А·в; 2,7 В]

15. В однородном магнитном поле напряженностью 79,6 кА/м помещена квадратная рамка, плоскость которой составляет с направлением магнитного поля угол  $45^\circ$ . Сторона рамки 4 см. Найти магнитный поток, пронизывающий рамку.

[113 мкВб]

16. В магнитном поле, индукция которого 0,05 Тл, вращается стержень длиной 1 м. Ось вращения, проходящая через один из концов стержня, параллельна направлению магнитного поля. Найти магнитный поток, пересекаемый стержнем при каждом обороте.

[157 мВб]

17. Рамка, площадь которой  $16 \text{ см}^2$ , вращается в однородном магнитном поле с частотой  $2 \text{ с}^{-1}$ . Ось вращения находится в плоскости рамки и перпендикулярна к направлению магнитного поля. Напряженность магнитного поля 79,6 кА/м. Найти зависимость магнитного потока, пронизывающего рамку, от времени и наибольшее значение магнитного потока.

[ $\Phi = 1,6 \cdot 10^{-4} \cos(4\pi t + \alpha)$  Вб; 160 мкВб]

18. Между полюсами электромагнита создается однородное магнитное поле с индукцией 0,1 Тл. По проводу длиной 70 см, помещенному перпендикулярно направлению магнитного поля, течет ток силой 70 А. Найти силу, действующую на провод.

[4,9 Н]

19. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии 10 см друг от друга. По проводникам в одном направлении текут токи силой 20 А и 30 А. Какую работу

необходимо совершить (на единицу длины проводников), чтобы раздвинуть эти проводники на расстояние 20 см?

[83 мкДж/м]

20. Из проволоки длиной 20 см сделаны квадратный и круговой контуры. Найти вращающие моменты сил, действующие на каждый контур, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией 0,1 Тл. Плоскость каждого контура составляет угол  $45^\circ$  с направлением поля. Сила тока в контурах 2 А.

[ $3,53 \cdot 10^{-4}$  Н·м;  $4,5 \cdot 10^{-4}$  Н·м]

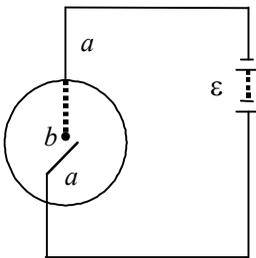
21. Круговой контур помещен в однородное магнитное поле напряженностью 150 кА/м так, что плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля. По контуру течет ток силой 2 А. Радиус контура 2 см. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть контур на угол  $90^\circ$  вокруг оси, совпадающей с диаметром контура?

[0,5 мДж]

22. В однородном магнитном поле с индукцией 0,5 Тл движется равномерно проводник длиной 10 см. По проводнику течет ток силой 2 А. Скорость движения проводника 20 см/с, и направлена она перпендикулярно к направлению магнитного поля. Найти работу перемещения проводника за 10 с и мощность, затрачиваемую на это перемещение.

[0,2 Дж; 20 мВт]

23. Однородный медный диск радиусом 5 см помещен в магнитное поле с индукцией 0,2 Тл так, что плоскость диска перпендикулярна к направлению магнитного поля.



Ток силой 5 А проходит по радиусу диска  $ab$  ( $a$  и  $b$  — скользящие контакты). Диск вращается с частотой  $3 \text{ с}^{-1}$ . Найти: а) мощность такого двигателя; б) направление вращения диска при условии, что магнитное поле направлено от чертежа к нам; в) вращающий момент, действующий на диск.

Рис. к задаче 23

[23,6 мВт;  $12,5 \cdot 10^{-4}$  Н·м]

24. Однородный медный диск массой 0,35 кг помещен в магнитное поле с индукцией 24 мТл так, что плоскость диска пер-

пендикулярна к направлению магнитного поля. При замыкании цепи  $aba$  (см. задачу 23) диск начинает вращаться и через 30 с после начала вращения достигает частоты вращения  $5 \text{ с}^{-1}$ . Найти силу тока в цепи.

[15,3 А]

25. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 1 кВ, влетает в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению его движения. Индукция магнитного поля 1,19 мТл. Найти радиус окружности, по которой движется электрон, период обращения и момент импульса электрона.

[9 см; 30 нс;  $1,5 \cdot 10^{-24} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$ ]

26. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 300 В, движется параллельно прямолинейному длинному проводу на расстоянии 4 мм от него. Какая сила действует на электрон, если по проводнику течет ток силой 5 А?

[ $4 \cdot 10^{-16} \text{ Н}$ ]

27. Электрон влетает в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению его движения. Скорость электрона  $4 \cdot 10^7 \text{ м/с}$ . Индукция магнитного поля 1 мТл. Найти тангенциальное и нормальное ускорения электрона в магнитном поле.

[0;  $7 \cdot 10^{15} \text{ м/с}^2$ ]

28. Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности со скоростью  $10^6 \text{ м/с}$ . Индукция магнитного поля 0,3 Тл. Радиус окружности 4 см. Найти заряд частицы, если известно, что ее энергия 12 кэВ.

[ $3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ ]

29.  $\alpha$ -частица, кинетическая энергия которой 500 эВ, влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярное к направлению ее движения. Индукция магнитного поля 0,1 Тл. Найти силу, действующую на  $\alpha$ -частицу, радиус окружности, по которой движется  $\alpha$ -частица, и период обращения  $\alpha$ -частицы.

[ $5 \cdot 10^{-15} \text{ Н}$ ; 3,2 см; 1,3 мкс]

## Глава 11

### ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

#### ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Закон электромагнитной индукции. ЭДС индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}.$$

Магнитный поток, создаваемый током  $I$  в контуре с индуктивностью  $L$ ,

$$\Phi_m = LI.$$

ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_c = -L \frac{dI}{dt}.$$

Индуктивность соленоида (тороида)

$$L = \mu\mu_0 n^2 l S = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} S,$$

где  $N$  — число витков,  $l$  — длина соленоида,  $n$  — число витков на единицу длины,  $S$  — площадь поперечного сечения соленоида,  $\mu$  — относительная магнитная проницаемость сердечника.

Законы изменения тока при размыкании и замыкании цепи

$$I = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}}; \quad I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right).$$

ЭДС взаимной индукции

$$\varepsilon_{\text{вз}} = L_{12} \frac{dI}{dt},$$

где  $L_{12}$  — взаимная индуктивность контуров.

Взаимная индуктивность двух соленоидов

$$L_{12} = \mu\mu_0 n_1 n_2 S l.$$

Энергия магнитного поля контура с током

$$W_m = \frac{LI^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля  $w'_m = \frac{HB}{2}$ .

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. В явлениях электромагнитной индукции магнитный поток сквозь контур может изменяться как при движении контура или его отдельных участков, так и при изменении во времени магнитного поля. В том и другом случае ЭДС индукции определяется по закону Фарадея.

2. Если в магнитном поле движется проводник, то на его концах возникает разность потенциалов, равная ЭДС индукции, которая находится как скорость изменения магнитного потока сквозь поверхность, очерчиваемую проводником при его движении.

3. Формула  $\Phi = LI$  дает полный магнитный поток (или потокоцепление) соленоида. Этот поток равен сумме магнитных потоков, пронизывающих каждый виток соленоида.

## ЗАДАЧИ

1. Круговой проволочный виток площадью  $0,01 \text{ м}^2$  находится в однородном магнитном поле, индукция которого  $1 \text{ Тл}$ . Плоскость витка перпендикулярна направлению магнитного поля. Найти среднее значение ЭДС индукции, возникающее в витке при выключении поля в течение  $10 \text{ мс}$ .

[1 В]

2. В однородном магнитном поле, индукция которого  $0,1 \text{ Тл}$ , равномерно вращается катушка, состоящая из  $100$  витков проволоки. Частота вращения катушки  $5 \text{ с}^{-1}$ ; площадь поперечного сечения катушки  $0,01 \text{ м}^2$ . Ось вращения перпендикулярна к оси катушки и направлению магнитного поля. Найти максимальное значение ЭДС индукции во вращающейся катушке.

[3,14 В]

3. В однородном магнитном поле, индукция которого  $0,8 \text{ Тл}$ , равномерно вращается рамка с угловой частотой  $15 \text{ рад/с}$ . Площадь рамки  $150 \text{ см}^2$ . Ось вращения находится в плоскости рамки и составляет угол  $30^\circ$  с направлением магнитного поля. Найти максимальное значение ЭДС индукции во вращающейся рамке.

[0,09 В]

4. Горизонтальный стержень длиной 1 м вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов. Ось вращения параллельна магнитному полю, индукция которого 50 мкТл. При какой частоте вращения стержня разность потенциалов на его концах будет 1 мВ?

[6,4 с<sup>-1</sup>]

5. На соленоид длиной 20 см и площадью поперечного сечения 30 см<sup>2</sup> надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет 320 витков, и по нему идет ток силой 3 А. Какая средняя ЭДС индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение 1 мс?

[18 мВ]

6. В однородном магнитном поле, индукция которого 0,1 Тл, вращается катушка, состоящая из 200 витков. Ось вращения катушки перпендикулярна к ее оси и к направлению магнитного поля. Период обращения катушки 0,2 с; площадь поперечного сечения 4 см<sup>2</sup>. Найти максимальное значение ЭДС индукции во вращающейся катушке.

[250 мВ]

7. Катушка длиной 20 см имеет 400 витков. Площадь поперечного сечения катушки равна 9 см<sup>2</sup>. Найти: а) индуктивность катушки; б) индуктивность катушки, если внутрь нее введен железный сердечник (магнитная проницаемость материала сердечника — 400).

[0,9 мГн; 0,36 Гн]

8. Катушка длиной 20 см и диаметром 3 см имеет 400 витков. По катушке идет ток силой 2 А. Найти индуктивность катушки и магнитный поток, пронизывающий площадь ее поперечного сечения.

[0,71 мГн; 1,42 мВб]

9. Катушка с железным сердечником имеет площадь поперечного сечения 20 см<sup>2</sup> и 500 витков. Индуктивность катушки с сердечником 0,28 Гн при токе через обмотку в 5 А. Найти магнитную проницаемость железного сердечника.

[1400]

10. Соленоид длиной 50 см и площадью поперечного сечения 2 см<sup>2</sup> имеет индуктивность 0,2 мкГн. При каком токе объемная

плотность энергии магнитного поля внутри соленоида будет равной 1 мДж/м<sup>3</sup>?

[1 А]

11. Электрическая лампочка, сопротивление которой в горячем состоянии 10 Ом, подключается через дроссель к 12-вольтовому аккумулятору. Индуктивность дросселя 2 Гн, сопротивление 1 Ом. Через какое время после включения лампочка загорится, если она начинает заметно светиться при напряжении на ней в 6 В?

[147 мс]

12. Имеется катушка длиной 20 см и диаметром 2 см. Обмотка катушки состоит из 200 витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой 1 мм<sup>2</sup>. Катушка включена в цепь с некоторой ЭДС. При помощи переключателя ЭДС выключается, и катушка замыкается накоротко. Через какое время после выключения ЭДС ток в цепи уменьшится в два раза?

[0,25 мс]

13. Квадратная рамка из медной проволоки сечением 1 мм<sup>2</sup> помещена в магнитное поле, индукция которого меняется по закону  $B = B_0 \sin \omega t$ , где  $B_0 = 0,01$  Тл и  $\omega = 100\pi$  с<sup>-1</sup>. Площадь рамки 25 см<sup>2</sup>. Плоскость рамки перпендикулярна к направлению магнитного поля. Найти зависимость от времени и наибольшее значение: а) магнитного потока, пронизывающего рамку; б) ЭДС индукции, возникающей в рамке; в) тока, текущего по рамке.

$$[\Phi = B_0 S \sin \omega t = 2,5 \cdot 10^{-5} \sin 100\pi t \text{ Вб}, \Phi_{\text{макс}} = 25 \text{ мкВб};$$

$$\varepsilon = -7,85 \cdot 10^{-3} \cos 100\pi t \text{ В}, E_{\text{макс}} = 7,85 \text{ мВ};$$

$$I = -2,3 \cos 100\pi t \text{ А}, I_{\text{макс}} = 2,3 \text{ А}]$$

14. Через катушку, индуктивность которой 21 мГн, течет ток, изменяющийся со временем по закону  $I = I_0 \sin \omega t$ , где  $I_0 = 5$  А,  $T = 0,02$  с. Найти зависимость от времени: а) ЭДС самоиндукции, возникающей в катушке; б) энергию магнитного поля катушки.

$$[\varepsilon = -33 \cos 100\pi t \text{ В}; W = LI^2/2 = 0,263 \sin^2 100\pi t \text{ Дж}]$$

## Глава 12

### ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

#### ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Период электромагнитных колебаний в колебательном контуре с электроемкостью  $C$ , индуктивностью  $L$ , сопротивлением  $R$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}.$$

Если  $R$  мало и  $\left(\frac{R}{2L}\right)^2 \ll \frac{1}{LC}$ , то период собственных незатухающих колебаний

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Если  $R \neq 0$ , то колебания будут затухающими, а напряжение на обкладках конденсатора будет изменяться по закону

$$U = U_0 e^{-\beta t} \cos \omega t,$$

если время отсчитывать от момента, соответствующего наибольшему значению напряжения, где  $\beta = \frac{R}{2L}$  — коэффициент затухания,  $\delta = \beta T$  — логарифмический декремент затухания

$$\left( \delta = \ln \frac{A_t}{A_{t+T}} = \ln e^{\beta T} = \beta T \right).$$

$\tau = \frac{1}{\beta}$  — время релаксации (амплитуда за это время убывает в  $e$  раз). Тогда  $\delta = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N}$ , где  $N$  — число колебаний, после совершения которых амплитуда убывает в  $e$  раз.

Закон Ома для цепи переменного тока

$$I = \frac{U}{Z},$$

где  $I$  — эффективное значение силы тока  $\left( I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \right)$ ;  $U$  — эффективное значение напряжения  $\left( U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \right)$ ;  $Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$  — полное сопротивление цепи при последовательном соединении активного сопротивления  $R$ , индуктивного сопротивления  $R_L = \omega L$  и емкостного сопротивления  $R_C = 1/\omega C$ .

Сдвиг фаз между током и напряжением

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Средняя мощность в цепи переменного тока

$$P_{cp} = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos \varphi = IU \cos \varphi,$$

где  $\cos \varphi = R/Z$ .

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1. Методы решения задач на электромагнитные колебания сходны с методами решения задач на механические колебания. Сходство это обусловлено одинаковой структурой уравнений тех и других колебаний. При этом заряд  $q$  соответствует смещению  $x$ , омическое сопротивление  $R$  — коэффициенту сопротивления среды  $r$ , индуктивность  $L$  — массе  $m$ , емкость  $C$  — величине, обратной  $k$ .

2. При расчете электрических цепей переменного тока следует помнить, что между токами, как и между напряжениями на отдельных участках цепи, возникает сдвиг фаз. Поэтому токи и напряжения (действующие и амплитудные) в цепях переменного тока надо складывать по правилу векторных величин. Законы последовательного и параллельного соединения в цепях переменного тока аналогичны законам для постоянного тока только для мгновенных значений токов и напряжений.

## ЗАДАЧИ

1. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 888 пФ и катушки с индуктивностью 2 мГн. На какую длину волны настроен контур?

[2500 м]

2. На какой диапазон длин волн можно настроить колебательный контур, если его индуктивность 2 мГн, а емкость может меняться от 69 до 533 пФ?

[от 700 м до 1950 м]

3. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре имеет вид  $U = 50 \cos 10^4 \pi t$  В. Емкость конденсатора 0,1 мкФ. Найти период колебаний, индуктивность контура, закон изменения со временем тока в цепи и длину волны, соответствующую этому контуру.

[0,2 мс; 10,15 мГн;  $I = -157 \sin 10^4 \pi t$  мА; 60 км]

4. Уравнение изменения со временем тока в колебательном контуре имеет вид  $I = -0,02 \sin 400 \pi t$  А. Индуктивность контура 1 Гн. Найти период колебаний, емкость контура, максимальную энергию магнитного поля и максимальную энергию электрического поля.

[5 мс; 0,63 мкФ; 25,2 В; 0,2 мДж; 0,2 мДж]

5. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 7 мкФ и катушки с индуктивностью 0,23 Гн и сопротивлением 40 Ом. Обкладки конденсатора имеют заряд 0,56 мКл. Найти период колебаний контура и логарифмический декремент затухания колебаний. Написать уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора. Найти разность потенциалов в моменты времени, равные  $T/2$ ,  $T$ ,  $3T/2$  и  $2T$ . Построить график  $U=f(t)$  в пределах двух периодов.

[8 мс; 0,7;  $U = 80e^{-87t} \cos 250 \pi t$ ; -56,5 В; 40 В; -28 В; 20 В]

6. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью 0,2 мкФ и катушки с индуктивностью 5,07 мГн. При каком логарифмическом декременте затухания разность потенциалов на

обкладках конденсатора за 1 мс уменьшится в три раза? Каково при этом сопротивление контура?

[0,22; 11,1 Ом]

7. Катушка длиной 50 см и площадью поперечного сечения  $10 \text{ см}^2$  включена в цепь переменного тока частотой 50 Гц. Число витков катушки 3000. Найти сопротивление катушки, если сдвиг фаз между напряжением и током  $60^\circ$ .

[4,1 Ом]

8. Обмотка катушки состоит из 500 витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой  $1 \text{ мм}^2$ . Длина катушки 50 см, ее диаметр 5 см. При какой частоте переменного тока полное сопротивление катушки вдвое больше ее активного сопротивления?

[300 Гц]

9. Два конденсатора с емкостями 0,2 и 0,1 мкФ включены последовательно в цепь переменного тока напряжением 220 В и частотой 50 Гц. Найти ток в цепи и падение потенциала на первом и втором конденсаторах.

[4,6 мА; 73,4 В; 146,6 В]

10. Катушка длиной 25 см и радиусом 2 см имеет обмотку из 1000 витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой  $1 \text{ мм}^2$ . Катушка включена в цепь переменного тока частотой 50 Гц. Какую часть полного сопротивления катушки составляют ее активное и индуктивное сопротивления?

[74%; 68%]

11. Катушка с активным сопротивлением 10 Ом включена в цепь переменного тока частотой 50 Гц. Найти индуктивность катушки, если известно, что сдвиг фаз между напряжением и током  $60^\circ$ .

[55 мГн]

12. Найти формулы для полного сопротивления цепи и сдвига фаз между напряжением и током при различных способах включения сопротивления, емкости и индуктивности. Рассмотреть следующие случаи:

а) сопротивление и емкость включены последовательно;

- б) сопротивление и емкость включены параллельно;  
 в) сопротивление и индуктивность включены последовательно;  
 г) сопротивление и индуктивность включены параллельно;  
 д) сопротивление, емкость и индуктивность включены последовательно.

$$[Z = \sqrt{R^2 + 1/(\omega C)^2}, \operatorname{tg} \varphi = 1/R\omega C; Z = \frac{R}{\sqrt{R^2\omega^2 C^2 + 1}}, \operatorname{tg} \varphi = -R\omega C;$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}, \operatorname{tg} \varphi = \omega L/R; Z = \frac{R\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}, \operatorname{tg} \varphi = R/\omega L;$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}, \operatorname{tg} \varphi = (\omega L - 1/\omega C)/R].$$

## Глава 13

### ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ И ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

#### ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Радиус  $m$ -й зоны Френеля

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m\lambda,$$

где  $m$  — номер зоны Френеля,  $\lambda$  — длина волны,  $a$  и  $b$  — соответственно, расстояния диафрагмы с круглым отверстием от точечного источника и от экрана. Если волна плоская ( $a \rightarrow \infty$ ), то

$$r_m = \sqrt{bm\lambda}.$$

Площадь  $m$ -й зоны Френеля  $\Delta S = \frac{\pi r_m^2}{m} = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}$ .

Условие дифракционных максимумов и минимумов от одной щели, на которую свет падает нормально:

$$a \sin \varphi = \pm(2m+1) \frac{\lambda}{2}; \quad a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2},$$

где  $m$  — порядок спектра,  $\lambda$  — длина волны,  $a$  — ширина щели,  $\varphi$  — угол дифракции.

Условие главных максимумов и главных минимумов для дифракционной решетки:

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad a \sin \varphi = \pm m \lambda,$$

где  $d$  — постоянная (период) решетки,  $a$  — ширина щели.

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = mN,$$

где  $N$  — общее число щелей в решетке,  $\lambda, \lambda + \Delta \lambda$  — длины волн двух соседних спектральных линий, еще разрешаемых решеткой.

Закон Брюстера:

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21},$$

где  $i_B$  — угол падения луча, при котором отраженный луч полностью поляризован,  $n_{21}$  — относительный показатель преломления сред (в этом случае  $i_1 + i_2 = 90^\circ$ ).

Закон Малюса:

$$I_a = I_n \cos^2 \varphi,$$

где  $I_n$  — интенсивность света, прошедшего через поляризатор ( $I_n = 0,5I_0$ ,  $I_0$  — интенсивность естественного света, падающего на поляризатор),  $I_a$  — интенсивность поляризованного света, прошедшего анализатор,  $\varphi$  — угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора.

## ЗАДАЧИ

1. Свет длиной волны 600 нм от монохроматического источника падает нормально на диафрагму с диаметром отверстия 6 мм. За диафрагмой на расстоянии 3 м от нее находится экран. Какое число зон Френеля укладывается в отверстии диафрагмы? Каким будет центр дифракционной картины на экране: темным или светлым?

[5; светлый]

2. Найти радиусы первых пяти зон Френеля, если расстояние от источника света до волновой поверхности 1 м, расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения 1 м, длина волны света 500 нм.

[0,5 мм; 0,71 мм; 0,86 мм; 1,0 мм; 1,12 мм]

3. Дифракционная картина наблюдается на некотором расстоянии от точечного источника монохроматического света длиной волны 600 нм. На половине этого расстояния помещена круглая непрозрачная преграда диаметром 1 см, которая закрывает только центральную зону Френеля. Найти это расстояние.

[167 м]

4. На щель шириной 20 мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света длиной волны 500 нм. Найти ширину изображения щели на экране, удаленном от щели на расстояние 1 м. Шириной изображения считать расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от главного максимума освещенности.

[5 см]

5. Под каким углом будет наблюдаться третий дифракционный минимум, если монохроматический свет падает на щель шириной в шесть раз больше его длины волны?

[30°]

6. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки. Какова должна быть постоянная дифракционной решетки, чтобы в направлении 41° совпадали максимумы линий 656,3 нм и 410,2 нм?

[5 мкм]

7. Какова должна быть постоянная дифракционной решетки, чтобы в первом порядке был разрешен дублет натрия 589 нм и 589,6 нм? Ширина решетки 2,5 см.

[25,4 мкм]

8. Найти угол полной поляризации при отражении света от стекла, показатель преломления которого 1,57.

[57°30′]

9. Предельный угол полного внутреннего отражения для некоторого вещества 45°. Найти для этого вещества угол полной поляризации.

[35°15′]

10. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были наиболее полно поляризованы?

[37°]

11. Найти показатель преломления стекла, если при отражении от него света отраженный луч будет полностью поляризован при угле преломления  $30^\circ$ .

[1,73]

12. Луч света длиной волны 589 нм падает на пластинку исландского шпата перпендикулярно к его оптической оси. Найти длины волн обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле. Показатели преломления исландского шпата для обыкновенного и необыкновенного лучей равны 1,66 и 1,49 соответственно.

[355 нм; 395 нм]

13. Найти угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, проходящего через поляризатор и анализатор, уменьшается в четыре раза.

[ $45^\circ$ ]

## Глава 14

### КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА ИЗЛУЧЕНИЯ

#### ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Энергетическая светимость абсолютно черного тела

$$R_T^* = \frac{dW}{dSdt} = \sigma T^4 \text{ —}$$

закон Стефана—Больцмана, где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>К<sup>4</sup>) — постоянная Стефана—Больцмана.

Для серого тела

$$R_T = \alpha \sigma T^4,$$

где  $0 < \alpha < 1$  — степень черноты тела (поглощательная способность).

Первый закон Вина:

$$\lambda_m = \frac{b_1}{T},$$

где  $b_1 = 2,9 \cdot 10^{-3}$  м·К — постоянная Вина,  $\lambda_m$  — длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергии

тической светимости (лучеиспускательной способности) абсолютно черного тела.

Второй закон Вина:

$$r^*_{(\lambda, T)_{\max}} = b_2 T^5,$$

где  $b_2 = 1,29 \cdot 10^{-5}$  Вт/(м<sup>3</sup>К<sup>5</sup>) — постоянная Вина,  $r_{(\lambda, T)_{\max}}$  — максимальная лучеиспускательная способность абсолютно черного тела.

Энергия фотона

$$\varepsilon = h\nu,$$

где  $\nu$  — частота света,  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Дж·с — постоянная Планка.

Масса и импульс фотона

$$m = \frac{h\nu}{c^2}, \quad p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda},$$

где  $c = 2,9997 \cdot 10^8$  м/с — скорость света в вакууме.

Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$\varepsilon = h\nu = A + E_{k_{\max}},$$

где  $A$  — работа выхода электрона из металла,  $E_{k_{\max}} = \frac{mv_m^2}{2}$  —

максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

При  $\nu = 0$ ,  $h\nu_0 = A \rightarrow \nu_0 = c/\lambda_0 = A/h$  — красная граница фотоэффекта.

Давление света

$$\begin{aligned} P &= \langle \omega' \rangle (1 + \rho) \cos^2 i = \frac{I}{c} (1 + \rho) \cos^2 i = \\ &= n_0 h\nu (1 + \rho) \cos^2 i = \frac{N h\nu}{c} (1 + \rho) \cos^2 i, \end{aligned}$$

где  $\langle \omega' \rangle$  — средняя объемная плотность энергии,

$I = P_{\text{ср}} = \frac{W}{t \cdot S}$  — интенсивность света,  $c$  — скорость света в вакууме,

$\rho$  — коэффициент отражения,  $n_0$  — концентрация фотонов,  $N$  — число фотонов, ежесекундно падающих на единичную площадь,

$i$  — угол падения.

Длина волны де Бройля для частиц в классическом приближении (при  $v \ll c$ )

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2E_k m}},$$

где  $m$  — масса частицы,  $p$  — импульс частицы,  $E_k$  — ее кинетическая энергия.

Если  $v$  соизмерима со скоростью света  $c$ , то

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v} \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{hc}{\sqrt{E_k^2 + 2E_k E_0}}.$$

### ЗАДАЧИ

1. Мощность излучения абсолютно черного тела 34 кВт. Найти температуру этого тела, если оно имеет поверхность площадью  $0,6 \text{ м}^2$ .

[1000 К]

2. Диаметр вольфрамовой спирали в электрической лампочке  $0,3 \text{ мм}$ , длина спирали  $5 \text{ см}$ . При включении лампочки в сеть напряжением  $127 \text{ В}$  через лампочку течет ток силой  $0,31 \text{ А}$ . Найти температуру спирали. Считать, что по установлении равновесия все выделяющееся в нити тепло теряется в результате излучения. Отношение энергетических светимостей вольфрама и абсолютно черного тела для данной температуры  $0,31$ .

[2620 К]

3. Температура вольфрамовой спирали в 25-ваттной электрической лампочке  $2450 \text{ К}$ . Отношение ее энергетической светимости к энергетической светимости абсолютно черного тела при данной температуре  $0,3$ . Найти площадь излучающей поверхности спирали.

[ $0,4 \text{ см}^2$ ]

4. Найти солнечную постоянную, т.е. количество лучистой энергии, посылаемой Солнцем в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к солнечным лучам и находящуюся на таком же расстоянии от него, как и Земля. Температура

поверхности Солнца 5800 К. Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела.

[1,37 кВт/м<sup>2</sup>]

5. Какую энергетическую светимость имеет абсолютно черное тело, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны 484 нм.

[73,5 МВт/м<sup>2</sup>]

6. В каких областях спектра лежат длины волн, соответствующие максимуму спектральной плотности энергетической светимости, если источником света служит: а) спираль электрической лампочки (3000 К); б) поверхность Солнца (6000 К); в) атомная бомба, в которой в момент взрыва развивается температура 10<sup>7</sup>°К? Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

[1 мкм; 500 нм; 300 пм]

7. На какую длину волны приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела, имеющего температуру, равную температуре человеческого тела (310 К)?

[9,3 мкм]

8. На сколько уменьшится масса Солнца за один год вследствие излучения? За какое время масса Солнца уменьшится вдвое? Температуру поверхности Солнца считать равной 5800 К. Излучение считать постоянным.

[1,4·10<sup>17</sup> кг; 7·10<sup>12</sup> лет]

9. Найти массу фотона лучей света, имеющих длину волны 700 нм, 25 пм и 1,24 пм.

[3,2·10<sup>-36</sup> кг; 8,8·10<sup>-32</sup> кг; 1,8·10<sup>-30</sup> кг]

10. Найти энергию, массу и импульс фотона, если ему соответствует длина волны 1,6 пм.

[1,24·10<sup>-13</sup> Дж; 1,38·10<sup>-30</sup> кг; 4,1·10<sup>-22</sup> кг·м/с]

11. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его кинетическая энергия была равна энергии фотона с длиной волны 520 нм?

[9,2·10<sup>5</sup> м/с]

12. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его импульс был равен импульсу фотона с длиной волны 520 нм?

[1,4 км/с]

13. Найти длину волны света, соответствующую красной границе фотоэффекта, для лития, натрия, калия и цезия.

[517 нм; 540 нм; 620 нм; 660 нм]

14. Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэффекта, для некоторого металла 275 нм. Найти минимальную энергию фотона, вызывающего фотоэффект.

[4,5 эВ]

15. Найти частоту света, вырывающего из металла электроны, которые полностью задерживаются разностью потенциалов 3 В. Фотоэффект начинается при частоте света  $6 \cdot 10^{14}$  Гц. Найти работу выхода электрона из металла.

[ $13,2 \cdot 10^{14}$  Гц; 2,48 эВ]

16. Найти задерживающую разность потенциалов для электронов, вырываемых при освещении калия светом с длиной волны 330 нм.

[1,75 В]

17. При фотоэффекте с платиновой поверхности электроны полностью задерживаются разностью потенциалов 0,8 В. Найти длину волны применяемого облучения и предельную длину волны, при которой еще возможен фотоэффект.

[204 нм; 234 нм]

18. Фотоны с энергией 4,9 эВ вырывают электроны из металла с работой выхода 4,5 эВ. Найти максимальный импульс, передаваемый поверхности металла при вылете каждого электрона.

[ $3,45 \cdot 10^{-25}$  кг·м/с]

19. Найти световое давление на стенки электрической 100-ваттной лампы. Колба лампы представляет собой сферический сосуд радиусом 5 см. Стенки лампы отражают 4% и пропускают 6% падающего на них света. Считать, что вся потребляемая мощность идет на излучение.

[10,4 мкПа]

20. Монохроматический пучок света (490 нм), падая по нормали к поверхности, производит световое давление 4,9 мкПа.

Какое число фотонов падает в единицу времени на единицу площади этой поверхности? Коэффициент отражения света 0,25.

$$[2,9 \cdot 10^{21} \text{ с}^{-1} \cdot \text{м}^{-2}]$$

21. Найти длину волны де Бройля: а) для электрона, движущегося со скоростью  $10^6$  м/с; б) для атома водорода, движущегося со средней квадратичной скоростью при 300 К; в) для шарика массой 1 г, движущегося со скоростью 1 м/с.

$$[730 \text{ пм}; 144 \text{ пм}; 6,6 \cdot 10^{-31} \text{ м}]$$

22. Найти длину волны де Бройля для электрона, имеющего кинетическую энергию 10 кэВ и 1 МэВ.

$$[12,2 \text{ пм}; 0,87 \text{ пм}]$$

23. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов 200 В, имеет длину волны де Бройля 2,02 пм. Найти массу частицы, если ее заряд численно равен заряду электрона.

$$[1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}]$$

## Глава 15

# ОСНОВЫ АТОМНОЙ И ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

## ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Первый постулат Бора:

$$L_n = m_e v_n r_n = n \hbar,$$

где  $L_n$  — орбитальный момент импульса электрона на орбите с номером  $n$ ,  $m_e$  — масса электрона,  $v_n$  — его скорость,  $r_n$  — радиус орбиты с номером  $n$ ,  $\hbar = h / 2\pi$ .

Второй постулат Бора:

$$\nu = \frac{W_n - W_m}{h},$$

где  $\nu$  — частота излучения при переходе электрона с одной орбиты на другую (при  $W_n > W_m$  происходит излучение энергии, при  $W_n < W_m$  — поглощение).

Радиус  $n$ -й боровской орбиты для водорода и водородоподобных атомов

$$r_n = n^2 \frac{\varepsilon_0 h^2}{Z \pi m e^2} = n^2 r_1,$$

где  $\varepsilon_0$  — электрическая постоянная,  $e$  — заряд электрона,  $r_1$  — радиус первой боровской орбиты,  $Z$  — порядковый номер элемента в таблице Менделеева.

Скорость электрона на  $n$ -й орбите

$$v_n = \frac{Z e^2}{2 n \varepsilon_0 h} = \frac{v_1}{n}.$$

Энергия электрона в атоме водорода и в водородоподобных атомах:

$$W_n = -\frac{Z^2 m e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2 n^2} = \frac{W_1}{n^2},$$

где  $W_1$  — энергия электрона на первой орбите.

Обобщенная формула для спектральных линий в спектре атома водорода и водородоподобных атомов

$$\nu = R Z^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где  $R = 3,293 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$  (постоянная Ридберга),  $Z$  — порядковый номер элемента в таблице Менделеева.

Дефект массы ядра

$$\Delta m = Z m_{\text{H}^1} + (A - Z) m_n - m_a,$$

где  $Z$  — порядковый номер изотопа в таблице Менделеева,  $A$  — массовое число изотопа,  $m_{\text{H}^1}$  — масса изотопа водорода (протия),  $m_n$  — масса нейтрона,  $m_a$  — масса данного изотопа.

Энергия связи

$$W = \Delta m c^2,$$

где  $c$  — скорость света в вакууме.

Удельная энергия связи

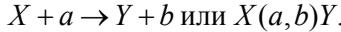
$$W_{\text{уд}} = W/A.$$

Энергетический выход реакции

$$Q = (\Sigma m_i - \Sigma m_k) \cdot c^2,$$

где  $\Sigma m_i$  — сумма масс частиц до реакции,  $\Sigma m_k$  — сумма масс частиц после реакции.

Символическая запись ядерной реакции:



Число ядер, распадающихся за время от  $t$  до  $t + dt$ ,

$$dN = -\lambda N dt,$$

где  $N$  — число не распавшихся к моменту времени  $t$  ядер,  $\lambda$  — постоянная распада.

Закон радиоактивного распада

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t},$$

где  $N$  — число нераспавшихся к моменту времени  $t$  ядер,  $N_0$  — начальное число нераспавшихся ядер (в момент времени  $t = 0$ ).

Число ядер, распавшихся за время  $t$ ,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}).$$

Активность радиоактивного препарата

$$a = \left| \frac{dN}{dT} \right| = \lambda N = \lambda N_0 \cdot e^{-\lambda t} = a_0 \cdot e^{-\lambda t},$$

где  $a_0 = \lambda N_0$  — начальная активность препарата ( $N_0 = m_0 N_A / \mu$ ,  $m_0$  — начальная масса,  $\mu$  — молярная масса изотопа,  $N_A$  — число Авогадро).

Удельная активность  $a_{\text{уд}} = \frac{a}{m} = \left| \frac{dN}{dtm} \right| = \frac{\lambda N}{m} = \frac{\lambda}{\mu} N_A$ .

## ЗАДАЧИ

1. Найти радиусы трех первых боровских электронных орбит в атоме водорода и скорости электрона на них.

[53 пм; 212 пм; 477 пм;  $2,19 \cdot 10^6$  м/с;  $1,1 \cdot 10^6$  м/с;  $7,3 \cdot 10^5$  м/с]

2. Найти кинетическую, потенциальную и полную энергии электрона на первой боровской орбите.

[13,6 эВ; -27,2 эВ; -13,6 эВ]

3. Найти период обращения электрона на 1-й боровской орбите атома водорода и его угловую скорость.

[ $1,51 \cdot 10^{-16}$  с;  $4,16 \cdot 10^{16}$  рад/с]

4. Найти наименьшую и наибольшую длины волн спектральных линий водорода в видимой области спектра.

[365 нм; 656 нм]

5. Найти потенциал ионизации атома водорода.

[13,6 В]

6. Найти первый потенциал возбуждения атома водорода.

[10,2 В]

7. Какую наименьшую энергию (в эВ) должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов появились все линии всех серий спектра водорода? Какую наименьшую скорость должны иметь эти электроны?

[13,6 эВ;  $2,2 \cdot 10^6$  м/с]

8. В каких пределах должна лежать энергия бомбардирующих электронов, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов спектр водорода имел только одну спектральную линию?

[от 10,2 до 12,1 эВ]

9. Какую наименьшую энергию (в эВ) должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов спектр водорода имел три спектральные линии? Найти длины волн этих линий.

[12,1 эВ; 121 нм; 103 нм; 656 нм]

10. На сколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны 486 нм?

[2,56 эВ]

11. Найти радиус первой боровской электронной орбиты для однократно ионизированного гелия и скорость электрона на ней.

[26,6 пм;  $4,37 \cdot 10^6$  м/с]

12. Найти первый потенциал возбуждения однократно ионизированного гелия и двукратно ионизированного лития.

[40,8 В; 91,8 В]

13. Найти потенциал ионизации однократно ионизированного гелия и двукратно ионизированного лития.

[54 В; 122 В]

14. Найти длину волны фотона, соответствующую переходу электрона со второй боровской орбиты на первую в однократно ионизированном атоме гелия.

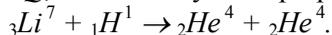
[30,4 нм]

15. Вычислить в МэВ энергию связи и удельную энергию связи для следующих ядер:  ${}_1H^2$ ,  ${}_1H^3$ ,  ${}_2He^3$ ,  ${}_2He^4$ ,  ${}_{92}U^{235}$ ,  ${}_{29}Cu^{63}$ . Данные свести в таблицу.

16. Рассчитать в МэВ энергию при делении 1 грамма U-235. Найти эквивалентную массу условного топлива, теплотворная способность которого равна 30 МДж/кг.

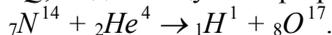
[5,12·10<sup>23</sup> МэВ; 2,7 т]

17. Найти энергию  $Q$ , выделяющуюся при реакции



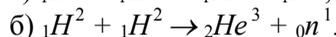
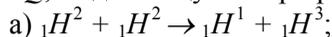
[17,3 МэВ]

18. Найти энергию  $Q$ , выделяющуюся при реакции



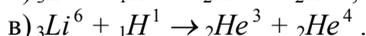
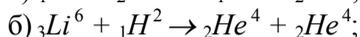
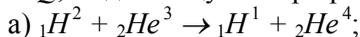
[-1,18 МэВ]

19. Найти энергию  $Q$ , выделяющуюся при реакциях:



[4,04 МэВ; 3,26 МэВ]

20. Найти энергию  $Q$ , выделяющуюся при реакциях:



[18,3 МэВ; 22,4 МэВ; 4,02 МэВ]

21. Написать недостающие обозначения в реакциях:



22. Сколько атомов полония распадается за 1 сутки из  $10^6$  атомов?

[5025]

23. Сколько атомов радона распадается за 1 сутки из  $10^6$  атомов?

[ $1,67 \cdot 10^5$ ]

24. Найти активность 1 г радия.

[ $3,7 \cdot 10^{10}$  Бк]

25. Найти массу радона, активность которого  $3,7 \cdot 10^{10}$  Бк.

[ $6,5 \cdot 10^{-9}$  кг]

26. Найти массу полония  ${}_{84}^{210}Po$ , активность которого  $3,7 \cdot 10^{10}$  Бк.

[0,22 мг]

27. Найти постоянную распада радона, если известно, что число атомов радона уменьшается за 1 сутки на 18,2 %.

[ $2,1 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$ ]

28. Найти удельную активность: а) урана  ${}_{92}^{235}U$ ; б) радона  ${}_{86}^{222}Rn$ .

[ $7,9 \cdot 10^7$  Бк/кг;  $5,7 \cdot 10^{18}$  Бк/кг]

29. Активность некоторого радиоактивного изотопа в начальный момент времени составляла 100 Бк. Определить активность этого изотопа по истечении промежутка времени, равного половине периода полураспада.

[70 Бк]

30. Начальная активность 1 г изотопа радия  ${}_{88}^{226}Ra$  равна 1 Ки. Определить период полураспада этого изотопа.

[1582 года]

31. Полагая, что все атомы изотопа йода  ${}_{53}^{131}I$  массой 1 мкг радиоактивны, определить: а) начальную активность  $a_0$  этого изотопа; б) его активность через 3 суток.

[4,61 ТБк; 3,55 ТБк]

32. Определить период полураспада некоторого радиоактивного изотопа, если его активность за 5 суток уменьшилась в 2,2 раза.

[4,4 суток]

33. Объяснить, как изменяется положение химического элемента в таблице Менделеева после  $\alpha$ - и  $\beta$ -распадов ядер его атомов.

34. Пользуясь таблицей Менделеева и правилами смещения, определить, в какой элемент превращается  ${}_{92}^{238}U$  после трех  $\alpha$ - и двух  $\beta^+$ -распадов ядер его атомов.

[ ${}_{88}^{226}Ra$ ]

35. Пользуясь таблицей Менделеева и правилами смещения, определить, в какой элемент превращается  ${}_{92}^{233}U$  после шести  $\alpha$ - и трех  $\beta^-$ -распадов ядер его атомов.

[ ${}_{83}^{209}Bi$ ]

36. Пользуясь таблицей Менделеева и правилами смещения, определить, в какой элемент превращается  ${}_{90}^{232}Th$  после последовательности четырех  $\alpha$ -, двух  $\beta$ -распадов ядер его атомов.

[ ${}_{88}^{224}Ra$ ]

## ТАБЛИЦЫ

Таблица 1

### *Фундаментальные физические константы*

Гравитационная постоянная	$G = 6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Скорость света в вакууме	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12,5663706144 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Постоянная Планка	$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Масса покоя электрона	$m_e = 9,109534 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,6726485 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,6749543 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Элементарный заряд	$e = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} = 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,022045 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постоянная Фарадея	$F = 96,48456 \cdot 10^3 \text{ Кл/моль}$
Молярная газовая постоянная	$R = 8,31441 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$V_0 = 22,41383 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{моль}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$

Таблица 2

### *Астрономические постоянные*

Радиус Земли	$6,378164 \cdot 10^6 \text{ м}$
Средняя плотность Земли	$5,518 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$
Масса Земли	$5,976 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Радиус Солнца	$6,9599 \cdot 10^8 \text{ м}$
Масса Солнца	$1,989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
Радиус Луны	$1,737 \cdot 10^6 \text{ м}$
Масса Луны	$7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
Среднее расстояние до Луны	$3,844 \cdot 10^8 \text{ м}$
Среднее расстояние до Солнца	$1,49598 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Период обращения Луны вокруг Земли	27 сут 7 ч 43 мин
Средняя плотность Солнца	$1,41 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$

Таблица 3

**Эффективные диаметры атомов и молекул (нм)**

Гелий	0,20	Кислород	0,30
Водород	0,23	Азот	0,30

Таблица 4

**Свойства некоторых жидкостей**

Вещество	Плотность, $10^3 \text{ кг/м}^3$	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	Поверхностное натяжение, Н/м
Бензол	0,88	1720	0,03
Вода	1,00	4190	0,073
Глицерин	1,20	2430	0,064
Касторовое масло	0,90	1800	0,035
Керосин	0,80	2140	0,03
Ртуть	13,60	138	0,5
Спирт	0,79	2510	0,02

Таблица 5

**Свойства некоторых твердых тел**

Вещество	Плотность, $10^3 \text{ кг/м}^3$	Температура плавления, °С	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	Удельная теплота плавления, кДж/кг	Температурный коэффициент линейного расширения, $10^{-5} \text{ К}^{-1}$
Алюминий	2,6	659	896	322	2,3
Железо	7,9	1530	500	272	1,2
Латунь	8,4	900	386	—	1,9
Лед	0,9	0	2100	335	—
Медь	8,6	1100	395	176	1,6
Олово	7,2	232	230	58,6	2,7
Платина	21,4	1770	117	113	0,89
Пробка	0,2	—	2050	—	—
Свинец	11,3	327	126	22,6	2,9
Серебро	10,5	960	234	88	1,9
Сталь	7,7	1300	460	—	1,06
Цинк	7,0	420	391	117	2,9

Таблица 6

**Критические значения  $T_k$  и  $P_k$** 

<b>Вещество</b>	<b><math>T_k</math>, К</b>	<b><math>P_k</math>, Па</b>
Азот	126	3,4
Аргон	151	4,87
Водород	33	1,3
Водяной пар	647	22,0
Гелий	5,2	0,23
Кислород	154	5,07
Углекислый газ	304	7,38

Таблица 7

**Диэлектрическая проницаемость диэлектриков**

Воск	7,8	Слюда	6
Вода	81	Стекло	6
Керосин	2	Фарфор	6
Масло	5	Эбонит	2,6
Парафин	2	Бумага	2

Таблица 8

**Удельное сопротивление проводников  
(при  $\theta$  °С), мкОм·м**

Алюминий	0,025	Нихром	100
Графит	0,039	Олово	0,115
Железо	0,087	Ртуть	0,94
Медь	0,017	Свинец	0,22
Молибден	0,057	Серебро	0,016
Никель	0,100	Сталь	0,10

Таблица 9

**Работа выхода электронов из металла, эВ**

Платина	5,3	Литий	2,4
Серебро	4,74	Натрий	2,3
Вольфрам	4,5	Калий	2,0
Цинк	4,1	Цезий	1,9

Таблица 10

**Показатели преломления**

Алмаз	2,42	Лед	1,31	Скипидар	1,48
Вода	1,33	Сероуглерод	1,63	Стекло	1,5—1,9

Таблица 11

**Массы некоторых изотопов, а.е.м.**

Изотоп	Масса	Изотоп	Масса
${}^1_1H$	1,00783	${}^{13}_7N$	13,00574
${}^2_1H$	2,01410	${}^{14}_7N$	14,00307
${}^3_1H$	3,01605	${}^{17}_8O$	16,99913
${}^3_2He$	3,01603	${}^{23}_{12}Mg$	22,99413
${}^4_2He$	4,00260	${}^{24}_{12}Mg$	23,98504
${}^6_3Li$	6,01512	${}^{27}_{13}Al$	26,98154
${}^7_3Li$	7,01600	${}^{30}_{14}Si$	29,97377
${}^7_4Be$	7,01693	${}^{40}_{20}Ca$	39,96257
${}^8_4Be$	8,00531	${}^{56}_{27}Co$	55,93984
${}^9_4Be$	9,01218	${}^{63}_{29}Cu$	62,92960
${}^{10}_5B$	10,01294	${}^{200}_{80}Hg$	199,96832
${}^{12}_6C$	12,0	${}^{235}_{92}U$	235,04393
${}^{13}_6C$	13,00335	${}^{238}_{92}U$	238,05353

Таблица 12

**Периоды полураспада некоторых радиоактивных элементов**

${}^{14}_6C$	5568 лет	${}^{222}_{86}Rn$	3,82 сут
${}^{45}_{20}Ca$	164 сут	${}^{226}_{88}Ra$	1590 лет
${}^{90}_{38}Sr$	28 лет	${}^{235}_{92}U$	$7,1 \cdot 10^8$ лет
${}^{210}_{84}Po$	138 сут	${}^{238}_{92}U$	$4,5 \cdot 10^9$ лет

## НЕКОТОРЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ И ФОРМУЛЫ

### Основные буквы греческого алфавита, используемые в физике:

$\alpha$	A	альфа
$\beta$	B	бета
$\gamma$	Г	гамма
$\delta$	$\Delta$	дельта
$\varepsilon$	E	эпсилон
$\zeta$	Z	дзета
$\eta$	H	эта
$\theta$	$\Theta$	тета
$\iota$	I	йота
$\kappa$	K	каппа
$\lambda$	$\Lambda$	лямбда

$\mu$	M	мю
$\nu$	N	ню
$\xi$	$\Xi$	кси
$\pi$	$\Pi$	пи
$\rho$	P	ро
$\sigma$	$\Sigma$	сигма
$\tau$	T	тау
$\varphi$	$\Phi$	фи
$\chi$	X	хи
$\psi$	$\Psi$	пси
$\omega$	$\Omega$	омега

### Связь между различными мерами угла

$$\alpha^\circ = \alpha \frac{\pi}{180} \text{ рад.}$$

Произвольный треугольник:

1. Сумма внутренних углов

$$\alpha^\circ + \beta^\circ + \gamma^\circ = 180^\circ,$$

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi \text{ рад.}$$

2. Теорема косинусов:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha;$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta;$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma.$$

3. Теорема синусов:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

( $R$  — радиус описанной окружности).

## Некоторые тригонометрические тождества

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta;$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta;$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha;$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha.$$

## ЭЛЕМЕНТЫ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ

Физические величины могут быть скалярными и векторными.

**Скалярными величинами (скалярами)** называются такие величины, которые характеризуются только числовым значением (время  $t$ , масса  $m$  и т.п.).

**Векторными величинами (векторами)** называются такие величины, которые характеризуются числовым значением и направлением (скорость  $\vec{v}$ , сила  $\vec{F}$  и т.п.).

Геометрически вектор представляется направленным отрезком. Вектор называется свободным, если его можно перемещать в пространстве параллельно самому себе.

Сложение свободных векторов производится по одному из следующих правил.

**Правило параллелограмма.** Приводят векторы к общему началу и достраивают на них (как на сторонах) параллелограмм. Вектор, совпадающий с диагональю параллелограмма, которая исходит из общего начала данных векторов, называется их суммой.

**Правило треугольника.** Совмещают конец первого вектора и начало второго. Тогда вектор, соединяющий начало первого вектора с концом второго, является их суммой.

При вычитании векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  их приводят к общему началу. Тогда вектор, соединяющий их концы и направленный в сторону  $\vec{a}$ , будет разностью  $\vec{a} - \vec{b}$  (вектор  $\vec{b} - \vec{a}$  направлен в сторону  $\vec{b}$ ).

Произведением вектора  $\vec{a}$  на скаляр  $\lambda$  называется вектор  $\vec{b}$ , сонаправленный с  $\vec{a}$  при  $\lambda > 0$  и противоположно направленный при  $\lambda < 0$ , причем его модуль равен  $|\vec{b}| = |\lambda| \cdot |\vec{a}|$ .

Скалярным произведением  $(\vec{a}, \vec{b})$  двух векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называют скаляр, равный

$$(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha,$$

где  $\alpha$  — угол между векторами.

Скалярное произведение коммутативно, т.е. его знак не зависит от порядка сомножителей.

Векторным произведением  $[\vec{a}, \vec{b}]$  двух векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется вектор, модуль которого равен

$$|[\vec{a}, \vec{b}]| = |a| \cdot |b| \cdot |\sin \alpha|.$$

Вектор  $[\vec{a}, \vec{b}]$  перпендикулярен плоскости, в которой лежат  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , а его направление определяется по следующему правилу: если смотреть с конца вектора векторного произведения на векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , то кратчайший поворот от вектора  $\vec{a}$  к вектору  $\vec{b}$  будет происходить против часовой стрелки. Такая тройка векторов называется правой.

Модуль векторного произведения равен площади параллелограмма, построенного на векторах-сомножителях.

Векторное произведение не коммутативно, оно меняет направление при перестановке сомножителей.

## ПРОИЗВОДНЫЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ НЕКОТОРЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

**Производная.** Если  $f(x)$  — непрерывная функция одной переменной, то ее производной называется

$$f'_x = \frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

**Дифференциал.**  $dy = f'(x)dx$ ,  $f'(x) = \frac{dy}{dx}$ .

**Дифференцирование арифметических комбинаций**  
( $u, v, w$  — дифференцируемые функции,  $\alpha$  и  $\beta$  — постоянные)

$$(\alpha u + \beta v)' = \alpha u' + \beta v',$$

$$d(\alpha u + \beta v) = \alpha du + \beta dv,$$

$$(u v)' = u'v + u v',$$

$$d(u v) = u dv + v du,$$

$$(u v w)' = u' v w + u v' w + u v w',$$

$$d(u v w) = v w du + u w dv + u v dw,$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2},$$

$$d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v du - u dv}{v^2} \quad (v \neq 0).$$

## ПРОИЗВОДНЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ФУНКЦИЙ

Функция	Производная
$C$	$0$
$x$	$1$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}, x > 0$
$1/x$	$-1/x^2$
$x^n$	$nx^{n-1}$
$e^x$	$e^x$
$a^x$	$a^x \ln a$
$\ln x$	$1/x$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\operatorname{ctg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$

# ИНТЕГРАЛ

## 1. Неопределенный интеграл

Дифференцируемая функция  $F(x)$  называется первообразной для функции  $f(x)$  на данном промежутке, если для всех значений  $x$  из этого промежутка справедливо равенство  $F'(x) = f(x)$ .

Если на некотором промежутке  $x$  функция  $F(x)$  является первообразной для  $f(x)$ , то выражение

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

называется неопределенным интегралом функции  $f(x)$ , где  $C$  — произвольная постоянная,  $f(x)dx$  — подынтегральное выражение.

## 2. Основные правила интегрирования

$$\int af(x)dx = a \int f(x)dx ;$$

$$\int [f_1(x) \pm f_2(x)]dx = \int f_1(x)dx \pm \int f_2(x)dx ;$$

$$\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C .$$

## ТАБЛИЦА ПРОСТЕЙШИХ ИНТЕГРАЛОВ

$\int 0dx = C$	$\int 1dx = x + C$
$\int xdx = \frac{x^2}{2} + C$	$\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$	$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \cos x dx = \sin x + C$
$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$

### 3. *Определенный интеграл*

Определенным интегралом на промежутке  $[a; b]$  от непрерывной функции  $f(x)$  называется приращение  $F(b) - F(a)$  любой первообразной  $F$  этой функции на промежутке  $[a; b]$  и обозначается

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a),$$

где  $a$  и  $b$  — нижний и верхний пределы интегрирования.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	3
-------------------	---

## Раздел III. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

<b>Глава 8. Электростатика</b> .....	5
--------------------------------------	---

§ 8.1. Два рода электрических зарядов. Элементарный заряд. Закон сохранения электрического заряда .....	5
§ 8.2. Закон Кулона .....	7
§ 8.3. Электростатическое поле. Напряженность. Принцип суперпозиции. Индукция. Силовые линии .....	8
§ 8.4. Поток вектора индукции (напряженности). Теорема Остроградского—Гаусса и ее некоторые приложения .....	11
§ 8.5. Работа сил электростатического поля по перемещению заряда. Циркуляция вектора напряженности .....	16
§ 8.6. Потенциал. Потенциал поля точечного заряда и системы зарядов. Связь между напряженностью и потенциалом .....	17
§ 8.7. Проводник в электростатическом поле .....	21
§ 8.8. Емкость. Конденсаторы. Соединение конденсаторов .....	23
§ 8.9. Энергия системы зарядов, заряженного проводника и конденсатора. Энергия электростатического поля .....	27
§ 8.10. Диэлектрики. Поляризация диэлектриков. Вектор поляризации. Поле в диэлектрике .....	30
§ 8.11. Дивергенция вектора $\vec{D}$ . Уравнение Пуассона .....	34
<i>Контрольные вопросы</i> .....	36

<b>Глава 9. Постоянный электрический ток</b> .....	37
--	----

§ 9.1. Постоянный электрический ток. Сила и плотность тока .....	37
§ 9.2. Закон Ома для однородного участка цепи. Сопротивление проводников. Соединение сопротивлений .....	39
§ 9.3. Источники тока. ЭДС. Закон Ома для замкнутой цепи .....	42
§ 9.4. Закон Ома в дифференциальной и обобщенной формах .....	44
§ 9.5. Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа .....	46
§ 9.6. Работа и мощность постоянного тока. Закон Джоуля—Ленца .....	48

§ 9.7. Природа электрического тока в металлах. Основные положения классической теории электропроводности металлов, ее успехи и трудности.....	50
<i>Контрольные вопросы</i> .....	53
<b>Глава 10. Магнитное поле постоянного тока</b> .....	54
§ 10.1. Магнитное поле тока. Силовые линии. Индукция и напряженность магнитного поля .....	54
§ 10.2. Закон Био—Савара—Лапласа и его частные случаи .....	57
§ 10.3. Действие магнитного поля на ток. Закон Ампера. Взаимодействие параллельных токов.....	59
§ 10.4. Рамка с током в магнитном поле. Магнитный момент .....	62
§ 10.5. Циркуляция вектора напряженности магнитного поля. Закон полного тока. Понятие ротора вектора .....	63
§ 10.6. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле .....	66
§ 10.7. Магнитный поток. Работа перемещения проводника и контура с током в магнитном поле .....	69
<i>Контрольные вопросы</i> .....	71
<b>Глава 11. Магнетики. Электромагнитная индукция. Переменный ток</b> .....	72
§ 11.1. Взаимодействие магнитного поля с веществом. Поле в магнетике. Виды магнетиков и их свойства .....	72
§ 11.2. Явление электромагнитной индукции. опыты Фарадея. Правило Ленца. Закон электромагнитной индукции.....	78
§ 11.3. Самоиндукция. ЭДС самоиндукции. Индуктивность .....	81
§ 11.4. Энергия и плотность энергии магнитного поля .....	83
§ 11.5. Переменный ток. Мгновенное, действующее и среднее значения .....	84
§ 11.6. Индуктивность и емкость в цепях переменного тока. Закон Ома. Мощность переменного тока .....	86
<i>Контрольные вопросы</i> .....	91
<b>Глава 12. Электромагнитные колебания и волны. Уравнения Максвелла</b> .....	92
§ 12.1. Колебательный контур. Собственные колебания. Формула Томсона .....	92

§ 12.2. Затухающие электромагнитные колебания .....	94
§ 12.3. Вынужденные электромагнитные колебания. Резонанс .....	96
§ 12.4. Уравнения Максвелла. Электромагнитное поле .....	97
§ 12.5. Волновое уравнение. Плоская электромагнитная волна. Электромагнитная природа света .....	101
§ 12.6. Открытие и экспериментальное исследование электромагнитных волн. Шкала электромагнитных излучений .....	104
§ 12.7. Плотность потока энергии электромагнитной волны .....	106
<i>Контрольные вопросы</i> .....	107
<b><i>Вопросы к экзамену (зачету) по электромагнетизму</i></b> .....	108

## **Раздел IV. ОПТИКА. ОСНОВЫ АТОМНОЙ И ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ**

<b><i>Глава 13. Геометрическая и волновая оптика</i></b> .....	111
§ 13.1. Основные законы геометрической оптики. Зеркала, линзы, призмы.....	111
§ 13.2. Интерференция света. Способы получения когерентных источников. Применение интерференции .....	119
§ 13.3. Дифракция в оптике. Дифракция в расходящихся лучах. Метод зон Френеля.....	124
§ 13.4. Дифракция в параллельных лучах. Дифракционная решетка...	128
§ 13.5. Поляризация света. Способы получения поляризованного света .....	134
§ 13.6. Прохождение света через поляризатор и анализатор. Закон Малюса.....	139
§ 13.7. Распространение света в анизотропной среде. Искусственная оптическая анизотропия.....	140
§ 13.8. Вращение плоскости поляризации .....	142
§ 13.9. Дисперсия света. ....	144
§ 13.10. Фазовая и групповая скорости света .....	146
§ 13.11. Рассеяние и поглощение света.....	148
<i>Контрольные вопросы</i> .....	151

<b>Глава 14. Квантовые свойства излучения</b> .....	152
§ 14.1. Тепловое излучение и его характеристики. Законы Кирхгофа и Стефана—Больцмана .....	152
§ 14.2. Распределение энергии в спектре абсолютно черного тела. Законы Вина .....	154
§ 14.3. Квантовая гипотеза и формула Планка .....	156
§ 14.4. Внешний фотоэффект и его законы.....	158
§ 14.5. Фотоны. Энергия, импульс и масса фотона. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта .....	160
§ 14.6. Рассеяние рентгеновских лучей. Эффект Комптона .....	162
§ 14.7. Корпускулярно-волновой дуализм света.....	163
§ 14.8. Давление света .....	166
<i>Контрольные вопросы</i> .....	168
 <b>Глава 15. Основы атомной и ядерной физики</b> .....	169
§ 15.1. Опыты Резерфорда по рассеянию $\alpha$ -частиц. Ядерная модель атома и ее трудности .....	169
§ 15.2. Постулаты Бора.....	171
§ 15.3. Теория атома водорода по Бору. Ее успехи и трудности .....	172
§ 15.4. Состояние электрона в атоме. Принцип Паули.....	175
§ 15.5. Состав ядра. Основные свойства ядер. Изотопы.....	181
§ 15.6. Дефект массы и энергия связи ядра.....	183
§ 15.7. Ядерные силы, их свойства и природа .....	184
§ 15.8. Радиоактивность. Закон радиоактивного распада.....	186
§ 15.9. Основные типы радиоактивного распада. Правила смещения.....	188
§ 15.10. Ядерные реакции. Реакция деления тяжелых ядер. Ядерная энергетика.....	191
§ 15.11. Реакция синтеза легких ядер. Проблема управляемой термоядерной реакции .....	196
<i>Контрольные вопросы</i> .....	199
 <b>Вопросы к экзамену (зачету) по оптике, основам атомной и ядерной физики</b> .....	201

## ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

§ 1. Некоторые общие рекомендации по решению физических задач...	204
§ 2. Основные правила приближенных вычислений .....	205
<b>Глава 8. Электростатика</b> .....	208
<i>Основные формулы</i> .....	208
<i>Методические указания</i> .....	211
<i>Задачи</i> .....	212
<b>Глава 8 а. Проводники и диэлектрики в электростатическом поле</b> ..	214
<i>Основные формулы</i> .....	214
<i>Методические указания</i> .....	216
<i>Задачи</i> .....	216
<b>Глава 9. Постоянный ток</b> .....	220
<i>Основные формулы</i> .....	220
<i>Методические указания</i> .....	222
<i>Задачи</i> .....	223
<b>Глава 10. Магнитное поле постоянного тока</b> .....	228
<i>Основные формулы</i> .....	228
<i>Методические указания</i> .....	230
<i>Задачи</i> .....	231
<b>Глава 11. Электромагнитная индукция</b> .....	236
<i>Основные формулы</i> .....	236
<i>Методические указания</i> .....	237
<i>Задачи</i> .....	237
<b>Глава 12. Электромагнитные колебания и волны</b> .....	240
<i>Основные формулы</i> .....	240
<i>Методические указания</i> .....	241
<i>Задачи</i> .....	242
<b>Глава 13. Геометрическая и волновая оптика</b> .....	244
<i>Основные формулы</i> .....	244
<i>Задачи</i> .....	245

<b>Глава 14. Квантовые свойства излучения</b> .....	247
<i>Основные формулы</i> .....	247
<i>Задачи</i> .....	249
<b>Глава 15. Основы атомной и ядерной физики</b> .....	252
<i>Основные формулы</i> .....	252
<i>Задачи</i> .....	255
<b>ТАБЛИЦЫ</b> .....	259
<b>НЕКОТОРЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ И ФОРМУЛЫ</b> .....	263

**Дягилев Федор Михайлович**

# **ФИЗИКА**

## **Учебное пособие**

В двух частях

*Часть 2*

Корректор *Ш.А.Амади*  
Компьютерная верстка *И.В.Аганиной*  
Художник обложки *Л.П.Павлова*

Изд. лиц. ЛР № 020742. Подписано в печать 18.12.2008. Формат 60×84 1/16  
Бумага для множительных аппаратов. Гарнитура Times  
Усл. печ. листов 17,25. Тираж 500 экз. Заказ 801

*Отпечатано в Издательстве  
Нижевартковского государственного гуманитарного университета  
628615, Тюменская область, г.Нижевартовск, ул.Дзержинского, 11  
Тел./факс: (3466) 43-75-73, E-mail: ngpripuc@wsmail.ru*

