

Министерство образования и науки Российской Федерации
ГОУ ВПО «Нижевартовский государственный гуманитарный университет»

О.С. Щукин

ОСНОВЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭНЕРГОСИСТЕМ

Учебное пособие



Издательство
Нижевартовского государственного
гуманитарного университета
2012

УДК 621.078(075)
ББК 31.2я73
Щ 95

Печатается по постановлению Редакционно-издательского совета
Нижевартовского государственного гуманитарного университета

Рецензенты:

кандидат технических наук, профессор кафедры
«Электроснабжение промышленных предприятий» ОмГТУ *К.И.Никитин*,
начальник производственного центра МПЭП г. Омска «Омскэлектро»,
кандидат технических наук, доцент *Б.Н.Коврижин*

Щукин О.С.

Щ 95 Основы автоматического управления энергосистем: Учебное пособие / О.С.Щукин. — Нижевартовск: Изд-во Нижеварт. гуманит. ун-та, 2012. — 107 с.

Изложены принципы автоматизации энергетических систем, на основе линейной теории автоматического регулирования. Особое внимание уделено физической трактовке основных понятий теории, а также принципов построения и моделирования автоматических систем, методов синтеза их характеристик.

Предназначено для студентов старших курсов направления подготовки «Электроэнергетика и электротехника».

УДК 621.078(075)
ББК 31.2я73

© Издательство НГГУ, 2012

Введение

Современные энергетические системы характеризуются концентрацией огромных мощностей на отдельных станциях, передачей энергии на большие расстояния, параллельной работой станций на общую нагрузку.

Нагрузка энергосистемы все время меняется, причем изменения происходят в разных точках системы и воспринимаются всеми станциями. Произвольное распределение нагрузки между станциями недопустимо, поэтому приходится вмешиваться в этот процесс и принудительно перераспределять нагрузку в соответствии с технико-экономическими показателями станций.

На электрических станциях и линиях передачи возможны различные повреждения, которые влияют на работу станций, качество электрической энергии и на надежность электроснабжения. Необходимо стремиться к локализации аварийных участков, отключению поврежденного оборудования и быстрейшему восстановлению нормальной работы.

Управление такими сложными системами требует внедрения автоматики и прогнозирования возможных отказов. Условно автоматику делят на технологическую и системную.

К технологической автоматике в первую очередь относят автоматику парогенератора, турбины и другого оборудования электрических станций.

Под системной автоматикой подразумевают автоматику, которая контролирует и управляет общесистемными параметрами, такими, например, как напряжение и частота. К этой категории также следует отнести и устройства автоматического повторного включения, автоматическую разгрузку по частоте и др., так как действие этой автоматики отражается на поведении не только той линии или участка сети, где она установлена, но на всей энергосистеме в целом.

Для прогнозирования работы энергетических систем используются мощные, персональные ЭВМ, и хорошо апробированный арсенал соответствующих численных методов и программных продуктов.

Раздел 1

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Теория автоматического регулирования — это наука о принципах построения автоматических систем и закономерностях протекающих в них процессов. Основная задача этой науки состоит в построении оптимальных автоматических систем и исследовании их статических и динамических режимов. При проектировании автоматических систем регулирования (САР) решается широкий спектр задач, таких как выбор рациональной структуры системы, определение оптимальных сочетаний параметров с учетом регулярных и случайных воздействий, оценка устойчивости и показателей качества процессов управления (точность, быстродействие, помехозащищенность и др.).

Обычно различают четыре основные задачи автоматического регулирования.

П е р в а я з а д а ч а часто называется *задачей стабилизации* параметров. Примерами задач стабилизации могут служить: регулирование напряжения в сетях энергосистем, в узлах нагрузок, на предприятиях; регулирование числа оборотов турбины; регулирование давления и температуры перегретого пара; регулирование уровня воды в барабане котла и множество других случаев.

В т о р а я з а д а ч а заключается в поддержании соответствия между переменными величинами. Эта задача называется *задачей следящего регулирования*. Например, регулирование соотношения «топливо — воздух» в процессе сжигания топлива или соотношения «расход пара — расход воды» при питании котлов водой.

Т р е т ь я з а д а ч а — это задача *программного регулирования*, т.е. поддержание регулируемой величины во времени по заданному закону. Типичным примером этого является регулирование температуры при термической обработке металла, например при его закалке.

Ч е т в е р т а я з а д а ч а заключается в регулировании по алгоритму, который обеспечивает оптимальное протекание регулируемого процесса (например, с наивысшим возможным коэффициентом полезного действия). Задачи этого типа решаются методами технической кибернетики. Примером может служить процесс сжигания топлива в топке парового котла с оптимальным избытком воздуха при всех нагрузках, т.е. с максимальным к.п.д. действия топочного устройства.

Глава 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

1.1. Начальные сведения о системах автоматического регулирования

Любую автоматическую систему можно условно разделить на две части — *объект управления* и *управляющее устройство*. Взаимодействие этих частей между собой схематично показано на рис. 1.1.

Объект управления (ОУ). Объектом управления может быть аппарат, машина или процесс, в которых поддерживается заданный закон изменения параметров. Объекты управления могут быть самой различной физической природы и конструкции, например электрические генераторы, прокатные станы, атомные реакторы, химический процесс, энергетическая система и др.

Объект управления характеризуется своими внутренними свойствами, а также входными и выходными параметрами. Параметр объекта, который необходимо регулировать, называют *«регулируемой величиной»* и обозначают $X_{\text{ВЫХ}}$; параметр, посредством которого осуществляется это регулирование, называют *«управляющим воздействием»* и обозначают u . Если объект управления характеризуется одной регулируемой величиной и одним управляющим воздействием, то он называется простым. Если в нем несколько регулируемых величин, их обозначают $x_{\text{вых},i}$ и говорят о векторе состояния объекта $\bar{x}_{\text{вых}}$.

Управляющее устройство (УУ) — вырабатывает управляющее воздействие с таким расчетом, чтобы регулируемая величина $x_{\text{вых}}$ изменялась по требуемому закону с определенной точностью независимо от характера внешних воздействий на объект.

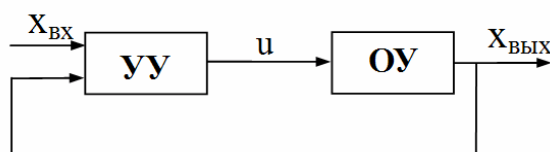


Рис. 1.1. Принцип организации автоматической системы

Воздействием называют любой физический фактор, изменяющий состояние системы. Воздействия передаются посредством различных величин (напряжения, тока, угла поворота вала и др.). Воздействия разделяются на *задающие* и *возмущающие* (в дальнейшем также *задание* и *возмущение*).

Задающими воздействиями определяется закон поведения регулируемой величины, и точки их приложения задаются при конструировании системы.

Возмущающие воздействия стремятся нарушить требуемую функциональную связь между заданием и регулируемой величиной. Эти воздействия могут появиться в любой точке системы. Возмущения подразделяются на основные и второстепенные.

Основные возмущения, как правило, определяются нагрузкой системы, например, при регулировании скорости вращения двигателя основным возмущением может быть момент нагрузки, прикладываемый к валу двигателя.

Второстепенные возмущения обуславливаются главным образом отклонением внутренних параметров системы от их номинальных значений. В общем виде возмущения обозначаются буквой z , но когда нужна детализация, их подразделяют на координатные (или внешние) — Z_k и параметрические (внутренние) — z_n .

Обратная связь (ОС). Обратные связи служат для формирования статических и динамических характеристик системы. С помощью обратных связей контролируется ход процесса, и в случае его отклонения от заданного передаются корректирующие сигналы на вход системы или на вход группы элементов, охватываемой данной ОС.

Обратные связи подразделяют на *главные* и *местные*. Обратная связь называется *главной*, если она охватывает все элементы системы, соединяя ее выход с входом. В зависимости от числа регулируемых величин системы могут иметь одну или несколько главных ОС. Местная обратная связь охватывает отдельный фрагмент системы, соединяя выход и вход одного или нескольких ее элементов. По количеству обратных связей системы классифицируются как одноконтурные или многоконтурные.

По оказываемому на систему воздействию обратные связи делятся на *отрицательные* и *положительные*. При отрицательной связи увеличение сигнала на выходе приводит к уменьшению управляющего сигнала на входе, а при положительной, наоборот, к увеличению. Отрицательная обратная связь действует как стабилизирующий фактор, стремясь вернуть систему в исходное состояние. Положительная обратная связь раскачивает систему, и это свойство используется, например, для создания генерирующих устройств.

По характеру передаваемого воздействия обратные связи делятся на *жесткие* и *гибкие*.

Жесткие обратные связи действуют во всех режимах работы системы, как в переходном, так и в установившемся.

Гибкие обратные связи действуют только во время переходного процесса, т.е. они передают только изменяющиеся во времени сигналы. Их действие прекращается в установившемся режиме. Эти связи передают воздействия, являющиеся производными или интегралами величин меняющихся во времени, с целью корректировки переходного процесса в нужном направлении. В качестве средств их осуществления используются технические элементы, выполняющие математические операции дифференцирования и интегрирования.

1.2. Понятие о линейных, нелинейных и линеаризованных моделях

Для любого физического объекта может быть составлена математическая модель, которая представляет собой набор определенных математических соотношений между переменными величинами этого объекта. Если в модели все соотношения между переменными линейны, то модель будет линейной. Примерами линейных соотношений являются уравнения

$$y = ax, \quad z = ax + by, \quad y = \sum_{i=1}^n c_i x_i,$$

где x, y, z — переменные величины; a, b, c — коэффициенты, не зависящие от переменных величин.

Если среди соотношений модели появляется хотя бы одно нелинейное, модель становится нелинейной. Причинами нелинейности могут стать любые нелинейные операции над переменными или между переменными, а также над их производными, интегралами и т.д. К нелинейным операциям относятся умножение, деление, тригонометрические операции и многие другие. Примерами нелинейных соотношений между переменными являются уравнения

$$y = ax^2 + z, \quad y = \frac{b}{x}, \quad z = ax + \frac{y}{x}.$$

При математическом моделировании технических объектов часто вводится деление причин нелинейности на две группы: либо в объекте выделяются элементы с нелинейными характеристиками, либо в уравнениях модели определяются нелинейные математические операции. Условность этого деления очевидна. Например, нелинейное уравнение $y = x^3$ можно записать, как $y = k(x) \cdot x$, а можно записать, как $y = x \cdot x \cdot x$ (рис. 1.2). В первом случае говорят об элементе с нелинейной характеристикой $k(x) = x^2$, а во втором об элементе с тремя входными воздействиями, которые в элементе перемножаются.

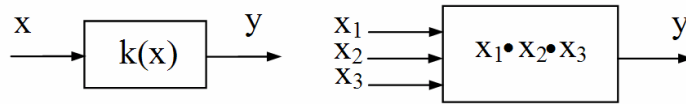


Рис. 1.2.

Хорошо разработанный аналитический аппарат решения линейных дифференциальных уравнений делает крайне желательным применение линейных моделей. Поэтому для максимального использования ресурсов линейного моделирования используются специальные методы, которые позволяют превращать многие нелинейные модели в линейные. Эту процедуру называют *линеаризацией*.

Техника линеаризации. Линеаризация заключается в замене нелинейных уравнений приближенными линейными на основании предположения, что при небольших изменениях переменных величин параметры исследуемой системы остаются постоянными. Для выполнения линеаризации вводят понятие «*точки линеаризации*», понимая под этим определенный стационарный режим работы системы, в окрестности которого будет исследоваться система. Значения параметров этого режима обозначают индексом «0».

Линеаризация нелинейной функции $f(x_1, \dots, x_n)$ основана на использовании аффинной части ряда Тейлора, записанного для точки линеаризации $f_0 = f(x_{10}, \dots, x_{n0})$. Ряд Тейлора для этой функции имеет вид

$$f(x_1, \dots, x_n) = f_0 + \sum_1^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i + \frac{1}{2} \sum_1^n \frac{\partial^2 f_0}{\partial x_i^2} \Delta x_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \frac{\partial^2 f_0}{\partial x_i \partial x_j} \Delta x_i \Delta x_j + \dots, \quad (1.1)$$

а его аффинная часть

$$f(x_1, \dots, x_n) = f_0 + \sum_1^n \frac{\partial f_0}{\partial x_i} \Delta x_i, \quad (1.2)$$

где через $\frac{\partial f_0}{\partial x_i}$ обозначается частная производная функции f по аргументу x_i в точке линеаризации (x_{10}, \dots, x_{n0}) . После переноса f_0 в левую часть получаем линеаризованное выражение для исходной функции

$$\Delta f = f - f_0 = \sum_1^n \frac{\partial f_0}{\partial x_i} \Delta x_i = \frac{\partial f_0}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f_0}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots \quad (1.3)$$

Резюме. Линеаризованная функция записывается относительно приращений переменных исходной функции, т.е. линеаризованная функция определяет значение не самой функции, а только ее приращения в точке линеаризации. Линеаризация уравнений и запись их в приращениях позволяют получить нулевые начальные условия.

В качестве примеров линеаризации рассмотрим следующие нелинейные уравнения $y = x_1 \cdot x_2$, $y = x^m$, $y = x_1/x_2$. Пользуясь формулой (1.3), получим для них

$$\begin{aligned} \Delta y &= \Delta(x_1 x_2) = x_{20} \Delta x_1 + x_{10} \Delta x_2, \\ \Delta y &= \Delta(x^m) = m x_0^{m-1} \Delta x, \end{aligned} \quad (1.4)$$

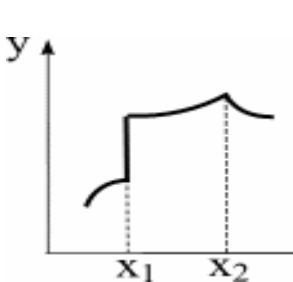


Рис. 1.3.

Любую ли функцию можно линеаризовать указанным выше способом? Оказывается, нет. Из предыдущих рассуждений видно, что линеаризуется только такая функция, которая дифференцируема в окрестности точки линеаризации, т.е. сама она и ее производные не терпят разрывов. Например, функцию, изображенную на рис. 1.3,

$$\Delta y = \Delta \left(\frac{x_1}{x_2} \right) = \frac{\Delta x_1}{x_{20}} - \frac{x_{10}}{x_{20}^2} \Delta x_2.$$

в окрестностях значений x_1 и x_2 линеаризовать нельзя. Кроме этого, производя линеаризацию этой функции в точках, где нет разрывов, необходимо позаботиться о том, чтобы при изменении переменной x ее значение не становилось равным x_1 или x_2 . В противном случае линеаризация становится неправомерной, т.к. приводит к недопустимо большим ошибкам, которые даже трудно будет оценить.

При наличии существенных нелинейностей в системе (зон нечувствительности элементов, гистерезиса, участков полного насыщения и др.) ее динамические режимы исследуются специальными методами (фазовых траекторий, точечных преобразований, гармонического баланса и др.).

Пример 1.1. Линеаризовать функцию $y = ax^2$ в точке x_0, y_0 .

Решение. Согласно формуле (1.1) для исходной функции запишем $\Delta y = \left(\frac{dy}{dx}\right)_0 \Delta x$.

Учитывая, что $\left(\frac{dy}{dx}\right)_0 = 2ax_0$, окончательно получим $\Delta y = 2ax_0 \Delta x$.

Геометрическая иллюстрация этого результата на рис. 1.4 показывает, что при линеаризации исходная нелинейная функция заменяется касательной, которая проходит через точку линеаризации x_0, y_0 . Из этого рисунка видно, также, что ошибка при линеаризации растет при отклонении переменной x от значения x_0 .

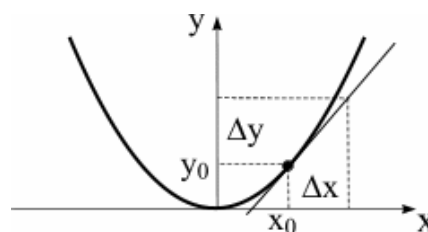


Рис. 1.4.

Пример 1.2. Линеаризовать уравнение $z = ax + b \frac{x}{y}$ в

точке x_0, y_0 .

Решение. Здесь можно воспользоваться как общей формулой (1.3), так и готовой формулой (1.4). В результате получаем

$$\Delta z = a(\Delta x y_0 + \Delta y x_0) + b \left(\frac{\Delta x}{y_0} - \frac{x_0}{y_0^2} \Delta y \right).$$

1.3. Принципы автоматического управления

Несмотря на большое разнообразие технических процессов и объектов, в которых используется автоматическое управление, организация управления основывается на небольшом числе общих принципов:

- управление по отклонению;
- управление по возмущению;
- комбинированное управление;
- управление с использованием алгоритмов адаптации.

Принцип управления, который закладывается в автоматическую систему, является определяющим фактором ее будущей архитектуры, ее технических и эксплуатационных свойств. Выбор принципа управления это, в первую очередь, выбор вида информации, на основе которой будет осуществляться управление системой.

Принцип управления по отклонению. В автоматических системах, построенных по этому принципу, управление основано на информации об отклонении управляемой величины от задания. Для передачи этой информации в устройство управления в системе создаются обратные связи. По величине отклонений управляющее устройство формирует управляющую реакцию.

Управление по отклонению обеспечивает универсальность управления, потому что управляющее воздействие не зависит от причин, вызвавших рассогласование, будь они внешние или внутренние. Благодаря этому свойству данный принцип управления нашел очень широкое применение: и позволяет управлять неустойчивыми объектами, обеспечивать требуемые законы регулирования и точность.

Основным недостатком данного принципа является пониженное быстродействие системы, потому что система реагирует не на причину возмущения, а на результат его действия.

Принцип управления по возмущению. Управление по возмущению осуществляется по величине измеренного возмущения, действующего на объект. Для реализации такого управления не нужны обратные связи, и управляющие сигналы передаются по разомкнутым цепям.

На рис. 1.5 показан принцип организации управления по возмущению. Координатное возмущение z_k измеряется устройством Y_1 , и результат измерения передается в устройство Y_2 , в котором вырабатывается управляющее воздействие u .

Основным недостатком такого управления является избирательность системы на виды возмущения, но зато мгновенная реакция системы на возмущение существенно повышает ее быстродействие.

Принцип комбинированного управления. Современные автоматические системы высокой точности и быстродействия обычно строятся на основе первых двух принципов, сочетая в себе достоинства каждого из них. Поэтому в таких системах наряду с контурами обратных связей имеются цепи компенсации основных возмущающих воздействий (или цепи компенсации ошибок).

Принцип адаптации. Рассмотренные принципы управления долгое время были единственными. Однако успешное развитие кибернетики позволило применить в автоматических системах новый принцип управления, называемый принципом адаптации (приспособления). Особенностью систем, построенных на этом принципе, является наличие в них устройств анализа и самонастройки параметров. Самонастройка происходит по текущей информации об условиях работы системы.

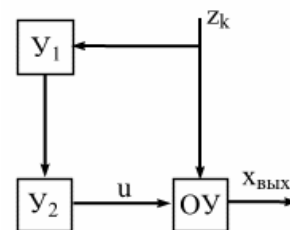


Рис. 1.5.

1.4. Интегральные преобразования Лапласа

В исследовании динамики автоматических систем широко применяются интегральные преобразования Лапласа, Хевисайда-Карсона, Фурье. Одна из привлекательных сторон этих преобразований в том, что они понижают сложность математических операций. Например, обыкновенные дифференциальные уравнения после интегрального преобразования превращаются в алгебраические, а уравнения в частных производных — в более простые, обыкновенные дифференциальные уравнения. Так как преобразование Лапласа является одним из основных математических инструментов теории автоматического управления, рассмотрим основные правила работы с ним.

Суть преобразования состоит в том, что для функции времени $f(t)$ конструируется специальная функция новой переменной $F(p)$ более простая, чем исходная. Функцию $f(t)$ называют «оригинал», а $F(p)$ — «изображение». Соответствие между ними обозначают так

$$F(p) = f(t). \quad (1.5)$$

Аналитическая связь между оригиналом и изображением устанавливается посредством прямого и обратного преобразований.

Прямое преобразование Лапласа определяет переход от функции $f(t)$ к функции $F(p)$, который осуществляется по формуле

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt. \quad (1.6)$$

Приведем без доказательства примеры прямых преобразований над несколькими часто используемыми функциями времени.

1. Если $f(t) = A$, где A — постоянная величина, то изображением этой функции будет

$$F(p) = \int_0^{\infty} A e^{-pt} dt = \frac{A}{p}. \quad (1.7)$$

2. Если оригиналом выступают производные $f'(t), f''(t), \dots$, то их изображения определяются так

$$\begin{aligned} f'(t) &= pF(p) - f(0) \\ f''(t) &= p^2 F(p) - pf(0) - f'(0) \\ f^{(n)}(t) &= p^n F(p) - p^{n-1} f(0) - p^{n-2} f'(0) \dots - f^{(n-1)}(0), \end{aligned} \quad (1.8)$$

где $f(0), f'(0), \dots$ — начальные значения функции и ее производных. Этим преобразованием дифференцирование заменяется на более простую операцию — умножение.

3. Изображение интеграла от $f(t)$ представляется следующим образом

$$\int_0^t f(t) dt = \frac{F(p)}{p}. \quad (1.9)$$

Итак, этим преобразованием операция интегрирования заменяется на операцию деления.

Обратное преобразование Лапласа осуществляет обратный переход от функции $F(p)$ к функции $f(t)$. Этот переход может быть сделан несколькими путями.

Первый путь состоит в применении так называемых «формул соответствия» между $F(p)$ и $f(t)$, которые публикуются в специальных справочниках.

Второй путь — это проведение обратного преобразования с использованием математического аппарата теории вычетов.

Третий путь считается основным и состоит в применении так называемых «формул разложения», на правилах использования которых остановимся подробнее.

Формулы разложения применимы для изображений, которые можно представить в виде дроби, числитель и знаменатель которой являются полиномами

$$F(p) = \frac{U(p)}{V(p)} = \frac{u_m p^m + u_{m-1} p^{m-1} + \dots + u_0}{v_n p^n + v_{n-1} p^{n-1} + \dots + v_0} \quad (1.10)$$

при условии, что $n > m$.

В теории преобразований Лапласа получены две формулы разложения, область использования которых определяется корнями полинома $V(p) = 0$.

Если среди корней этого полинома p_1, p_2, \dots, p_n нет кратных, то оригинал определяется по формуле

$$f(t) = \frac{U(p_1)}{V'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{U(p_2)}{V'(p_2)} e^{p_2 t} + \dots + \frac{U(p_n)}{V'(p_n)} e^{p_n t}. \quad (1.11)$$

Если в уравнении $V(p) = 0$ есть кратные корни, то должна использоваться другая формула

$$f(t) = \sum_{k=1}^q \frac{U(p_k)}{V'(p_k)} e^{p_k t} + \sum_m \frac{1}{(r-1)!} \frac{d^{r-1}}{dp^{r-1}} \left[\frac{U(p)(p-p_r)^r e^{p t}}{V(p)} \right]_{p=p_r} \quad (1.12)$$

Формула (1.12) написана для полинома, имеющего q простых корней (p_1, p_2, \dots, p_q) и m кратных корней, один из которых имеет кратность r .

Примечание. Практическая работа с формулами разложения приводит к двум алгебраическим задачам.

Первая задача — это нахождение корней $V(p) = 0$. Эта задача может представлять серьезную самостоятельную проблему при работе с полиномами больших степеней. В специальной технической и математической литературе описываются различные аналитические и графические методы определения корней.

Вторая задача возникает, когда среди корней $V(p) = 0$ есть комплексные, и оригинал, полученный в комплексной форме, приходится преобразовывать в вещественную форму.

Пусть среди корней $V(p)$ есть комплексные корни $p_{1,2} = \sigma \pm j\omega$. Их подстановка в формулу разложения даст оригинал тоже в комплексной форме

$$\frac{U(p_1)}{V(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{U(p_2)}{V(p_2)} e^{p_2 t} = (a + jb)e^{(\sigma + j\omega)t} + (a - jb)e^{(\sigma - j\omega)t}.$$

Для перехода к вещественной форме записи поступают так. Записывают

$$a + jb = Ae^{j\alpha} \quad \text{и} \quad a - jb = Ae^{-j\alpha},$$

где

$$A = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \alpha = \arctg \frac{b}{a},$$

и по формуле Эйлера находят

$$e^{j(\omega t + \alpha)} + e^{-j(\omega t + \alpha)} = 2\cos(\omega t + \alpha).$$

Теперь оригинал будет записан в вещественной форме следующим образом

$$\frac{U(p_1)}{V(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{U(p_2)}{V(p_2)} e^{p_2 t} = 2Ae^{\sigma t} \cos(\omega t + \alpha).$$

Некоторые теоремы и предельные соотношения

1. *Теорема запаздывания (теорема о смещении в области оригиналов).* Если функции $f(t)$ соответствует изображение $F(p)$, то функции $f(t - \tau)$ будет соответствовать изображение $e^{-p\tau} F(p)$. Для доказательства введем новую переменную $t - \tau = t_1$, и учтем, что $dt = dt_1$ и $e^{-pt} = e^{-p\tau} e^{-pt_1}$, тогда

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} f(t - \tau) dt = e^{-p\tau} \int_0^{\infty} e^{-pt_1} f(t_1) dt_1.$$

2. *Теорема смещения в области изображений.* Если изображению $F(p)$ соответствует $f(t)$, то изображению $F(p - \lambda)$ соответствует функция $e^{\lambda t} f(t)$. Действительно

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} e^{\lambda t} f(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-(p-\lambda)t} f(t) dt = F(p - \lambda).$$

3. *Теорема о предельном переходе,* определяет формулу нахождения начального значения функции $f(0)$ по изображению, без применения обратного преобразования

$$f(0) = \lim_{p \rightarrow \infty} pF(p).$$

Пример 1.3. Записать интегральное преобразование Лапласа для дифференциального уравнения

$$a_2 f'' + a_1 f' + a_0 f = A,$$

где A — постоянная величина, $f(0)$ и $f'(0)$ — начальные условия.

Решение. Запишем изображения всех составляющих исходного уравнения, т.е. изображения функции, ее производных и правой части:

$$f(t) = F(p), \quad f'(t) = pF(p) - f(0), \quad f''(t) = p^2F(p) - pf(0) - f'(0).$$

Так как правая часть уравнения постоянная величина, то ее изображением будет

$$A(p) = \frac{A}{p}.$$

После подстановки всех изображений в исходное уравнение получим операторное уравнение

$$(a_2p^2 + a_1p + a_0)F(p) = \frac{A}{p} + a_2[pf(0) + f'(0)] + a_1f(0).$$

Решением этого уравнения является функция

$$F(p) = \frac{b_2p^2 + b_1p + b_0}{p \cdot (a_2p^2 + a_1p + a_0)},$$

где $b_2 = a_2f_0$, $b_1 = a_2f'(0) + a_1f(0)$, $b_0 = A$.

Пример 1.4. Найти оригинал для изображения $F(p) = \frac{k \cdot p}{p^2 + 8p + 12}$.

Решение. Полином $V(p) = p^2 + 8p + 12 = 0$ имеет корни $p_1 = -2$, $p_2 = -6$. Так как эти корни не кратные, оригинал определяем по формуле разложения (1.11). Учитывая, что $V'(p) = 2p + 8$, оригинал будет такой

$$f(t) = \frac{kp_1}{2p_1 + 8} e^{p_1t} + \frac{kp_2}{2p_2 + 8} e^{p_2t} = -\frac{k}{2} e^{-2t} + \frac{3k}{2} e^{-6t}.$$

Пример 1.5. Найти оригинал для $F(p) = \frac{k}{p^2(p+a)}$.

Решение. Среди корней $V(p) = p^2(p+a)$ корень $p=0$ второй кратности, поэтому оригинал определяется по формуле разложения (1.12). Корню $p = -a$ соответствует оригинал

$$\frac{U(p)}{V'(p)} e^{pt} = \frac{k}{3p^2 + 2pa} e^{-at} = \frac{k}{a^2} e^{-at}.$$

Корню $p=0$ соответствует оригинал

$$\frac{1}{(2-1)!} \frac{d}{dp} \left[\frac{p^2 e^{pt}}{p^2(p+a)} \right]_{p=0} = \frac{d}{dp} \left(\frac{e^{pt}}{p+a} \right)_{p=0} = \frac{kt}{a} - \frac{k}{a^2}.$$

Следовательно,

$$f(t) = \frac{k}{a^2} e^{-at} + \frac{kt}{a} - \frac{k}{a^2}.$$

Глава 2. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ И ИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

2.1. Понятие о структурной схеме

Пусть между переменными x_1 и x_2 установлено линейное преобразование

$$x_2 = W \cdot x_1.$$

Введем понятие «звена», которому присвоим свойство производить преобразование W над входным сигналом x_1 . Изобразим это звено в виде прямоугольника и укажем направление действия сигнала стрелками. Тогда линейному преобразованию в алгебраической форме будет соответствовать схема, изображенная на рис. 2.1.

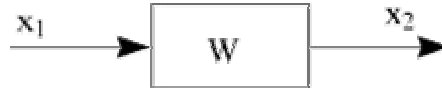


Рис. 2.1.

Если в преобразовании участвует более двух переменных, то графическим изображением такого преобразования будет схема с несколькими звеньями, соединенными между собой связями. Для того чтобы схема была эквивалентна своей алгебраической форме, на звено и связи должны быть наложены следующие условия:

- 1) звено обладает детекторным эффектом, т.е. сигнал в звене проходит только в одном направлении — от входа к выходу;
- 2) при разветвлении сигнала в узле он не делится.

Схемы, составленные из таких звеньев, называются *структурными схемами*. При изображении структурных схем придерживаются следующих условных обозначений: внутри прямоугольника, определяющего звено, указывается его функция преобразования; соединения звеньев изображаются линиями со стрелками, показывающими направления действия сигналов; в месте разветвления сигнала ставится точка (рис. 2.2 а); суммирование сигналов обозначается кружком с указанием знака операции (рис. 2.2 б); узел сравнения обозначается кружком с перекрещенными линиями (рис. 2.2 в).

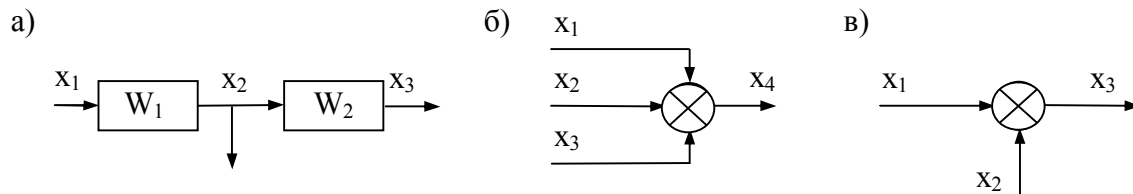
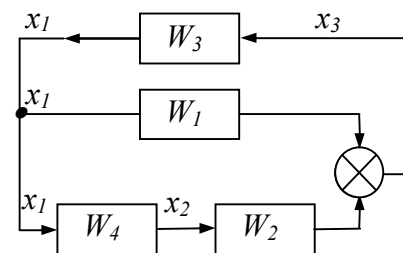


Рис. 2.2.

На приведенном ниже примере читатель может убедиться в эквивалентности системы уравнений и изображенной рядом структурной схемы.

$$\left. \begin{aligned} x_3 &= W_1 \cdot x_1 + W_2 \cdot x_2, \\ x_1 &= W_3 \cdot x_3, \\ x_2 &= W_4 \cdot x_1. \end{aligned} \right\}$$



Решить систему уравнений относительно двух переменных, например относительно x_2, x_3 , где x_3 зависимая переменная, это значит, найти зависимость $x_3 = f(x_2)$, в которой исключены все остальные переменные. Получить это же решение на структурной схеме — значит преобразовать схему в эквивалентное звено, входом и выходом которого должны быть точки действия соответствующих переменных, в данном случае x_2 и x_3 . При этом входом схемы служит независимая переменная x_2 , а выходом зависимая переменная x_3 .

Вывод. Структурная схема является одним из методов записи и решения систем линейных алгебраических уравнений. Решение системы превращается в процедуру преобразования структурной схемы в эквивалентное звено.

2.2. Правила преобразования структурных схем

Приведенные ниже правила показывают основные, типовые преобразования простейших схем в эквивалентное звено и определяют формулы для передаточной функции этого звена. Правила иллюстрируются на примерах соединения (2—3) звеньев.

Последовательное соединение звеньев (рис. 2.3). Такому соединению звеньев эквивалентна следующая система уравнений

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= W_1 \cdot x_1, \\ x_3 &= W_2 \cdot x_2, \\ x_4 &= W_3 \cdot x_3. \end{aligned} \right\}$$

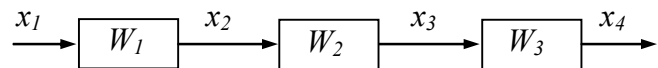


Рис. 2.3.

Подстановка первого уравнения во второе, а второго в третье дает решение системы уравнений и значение передаточной функции эквивалентного звена

$$x_4 = W_1 W_2 W_3 \cdot x_1 = W \cdot x_1.$$

В общем случае при последовательном соединении n звеньев их передаточные функции перемножаются

$$W = \prod_{i=1}^n W_i. \quad (2.1)$$

Параллельное соединение звеньев (рис. 2.4). При параллельном соединении на входах звеньев действует единый сигнал, а выходные сигналы складываются (или вычитаются). Это равносильно следующей системе уравнений:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= W_1 \cdot x, \\ x_2 &= W_2 \cdot x, \\ x_3 &= W_3 \cdot x, \\ x_4 &= x_1 + x_2 + x_3. \end{aligned} \right\}$$

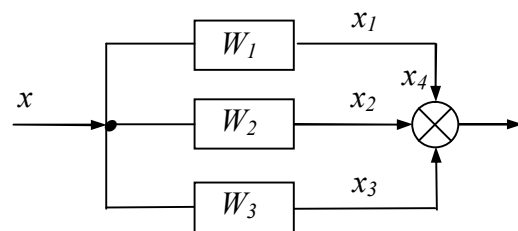


Рис. 2.4.

Подставляя первые три уравнения системы в четвертое, получим

$$x_4 = (W_1 + W_2 + W_3)x = W \cdot x.$$

При параллельном соединении n звеньев их передаточные функции складываются

$$W = \sum_{i=1}^n W_i. \quad (2.2)$$

Схема с обратной связью (рис. 2.5). В схемах этого типа сигнал с выхода схемы подается на ее вход со знаком (-) или (+), преобразуясь предварительно в звене обратной связи. Такой схеме соответствует следующая система алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= x_1 \mp x_{oc}, \\ x_2 &= W_1 \cdot \Delta x, \\ x_{oc} &= W_{oc} \cdot x_2. \end{aligned} \right\}$$

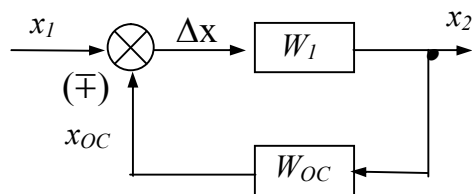


Рис. 2.5.

После исключения переменных x_{oc} и Δx получим решение системы и значение эквивалентной передаточной функции

$$x_2 = \frac{W_1}{1 \pm W_1 W_{oc}} \cdot x_1 = W \cdot x_1. \quad (2.3)$$

В этой формуле знак «+» соответствует отрицательной обратной связи, а знак «-» положительной.

Перенос точки разветвления через звено. В исходной схеме (рис. 2.6 а) точка разветвления может быть перенесена как по ходу сигнала, так и против хода.

При переносе точки *по ходу сигнала* (рис. 2.6 б) в цепь ответвления сигнала ставится звено с передаточной функцией $1/W_2$, в результате чего сигнал восстанавливается от лишнего преобразования W_2 .

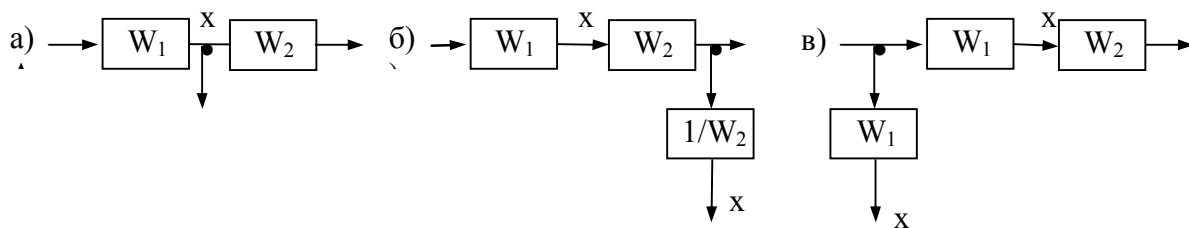


Рис. 2.6.

При переносе точки разветвления *против хода сигнала* (рис. 2.6 в) в цепь ответвления ставится звено, эквивалентное тому, через которое точка переносится. При этом сигнал при переносе не теряет преобразование W_1 .

Пример 2.1. Для структурной схемы, изображенной на рис. 2.7 а найти передаточную функцию относительно точек $x_{вх}$, $x_{вых}$. Последовательность упрощений исходной схемы показана на рис. 2.7 б, в.

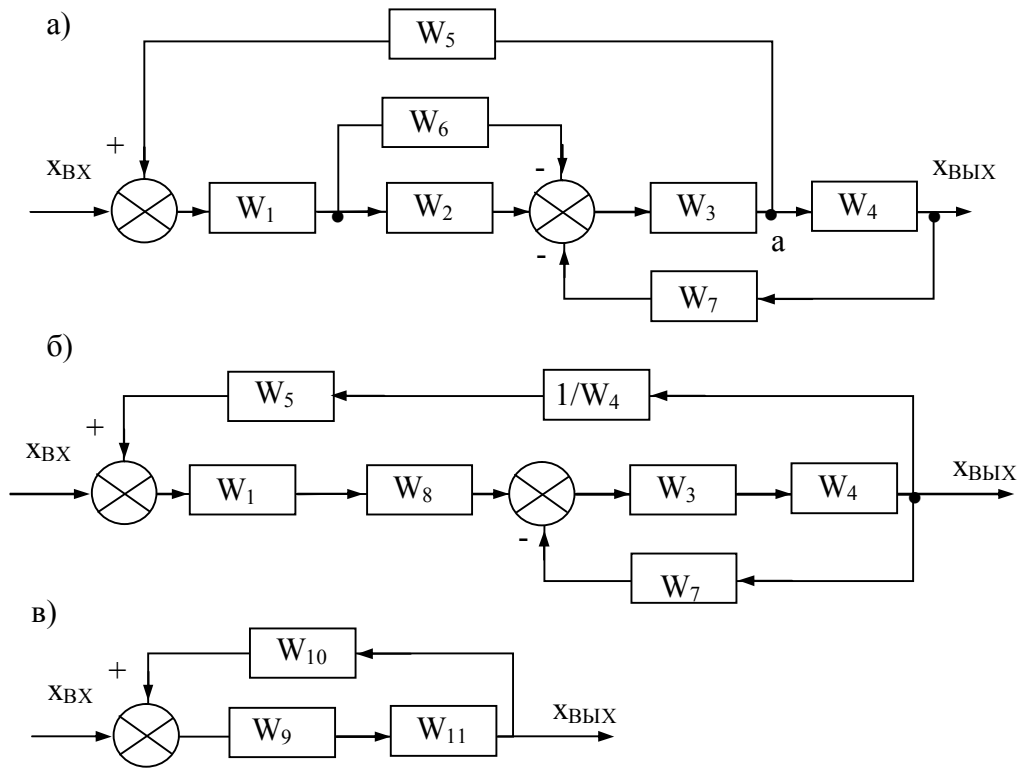


Рис. 2.7.

Звенья W_2, W_6 соединены параллельно, поэтому запишем $W_8 = W_2 - W_6$. Преобразованию группы звеньев W_3, W_4, W_7 мешает точка съема сигнала a , поэтому переносим ее по ходу сигнала через звено W_4 . Схема, полученная после этих преобразований, приведена на рис. 2.7 б. Далее преобразуем две группы последовательно соединенных звеньев $W_9 = W_1 W_8$, $W_{10} = W_5 + 1/W_4$ и цепь с отрицательной обратной связью $W_{11} = W_3 W_4 / (1 + W_3 W_4 W_7)$.

В результате получится схема изображенная на рис. 2.7 в, представляющая собой контур с положительной ОС. Преобразование этого контура дает следующую передаточную функцию

$$W = \frac{W_9 W_{11}}{1 - W_9 W_{11} W_{10}}.$$

После соответствующих подстановок и преобразований окончательно получим

$$W = \frac{W_1 W_2 W_3 W_4 - W_1 W_6 W_3 W_4}{1 - W_1 W_2 W_3 W_5 + W_1 W_6 W_3 W_5 + W_3 W_4 W_7}. \quad (2.4)$$

Во многих практических расчетах структурные схемы настолько сложные, что пользоваться методом последовательных преобразований становится неудобно, и в этих случаях используют универсальную формулу Мейсона. По формуле Мейсона передаточная функция относительно точек c — вход и d — выход определяется так

$$W_{c,d} = \frac{\sum_{i=1}^m W_{np_i} \left\{ \prod_{j=1}^k (1 - W_{кон_j}) \right\}^*}{\left\{ \prod_{j=1}^k (1 - W_{кон_j}) \right\}^*}. \quad (2.5)$$

Здесь m — количество прямых путей от c к d ; W_{np_i} — передаточная функция i -го прямого пути; k — количество независимых замкнутых контуров схемы, а $W_{кон_j}$ — передаточная функция j -го контура; знаком «*» обозначено исключение в числителе и знаменателе всех слагаемых, в которых встречаются произведения передаточных функций одних и тех же звеньев (включая звенья с передаточной функцией, равной единице).

Пример 2.2. Найти по формуле Мейсона передаточную функцию структурной схемы предыдущего примера (рис. 2.7 а).

Решение. Схема имеет два прямых пути ($n = 2$) $W_1W_2W_3W_4$ и $W_1W_6(-1)W_3W_4$; три контура ($m = 3$) $W_1W_2W_3W_5$, $W_1W_6(-1)W_3W_5$, $W_3W_4W_7(-1)$. Подставив эти значения в формулу (2.5), получим

$$W = \frac{[W_1W_2W_3W_4 + W_1W_6(-1)W_3W_4] \cdot \{ \}^*}{\{ \}^*},$$

где

$$\{ \} = \{ [1 - W_1W_2W_3W_5] \cdot [1 - W_1W_6(-1)W_3W_5] \cdot [1 - W_3W_4W_7(-1)] \}.$$

После раскрытия скобок и исключения всех слагаемых, содержащих произведения одинаковых передаточных функций, получим выражение

$$W = \frac{W_1W_2W_3W_4 - W_1W_6W_3W_4}{1 - W_1W_2W_3W_5 + W_1W_6W_3W_5 + W_3W_4W_7},$$

совпадающее с выражением (2.4.), полученным ранее путем последовательных структурных преобразований.

2.3. Передаточные функции структурной схемы

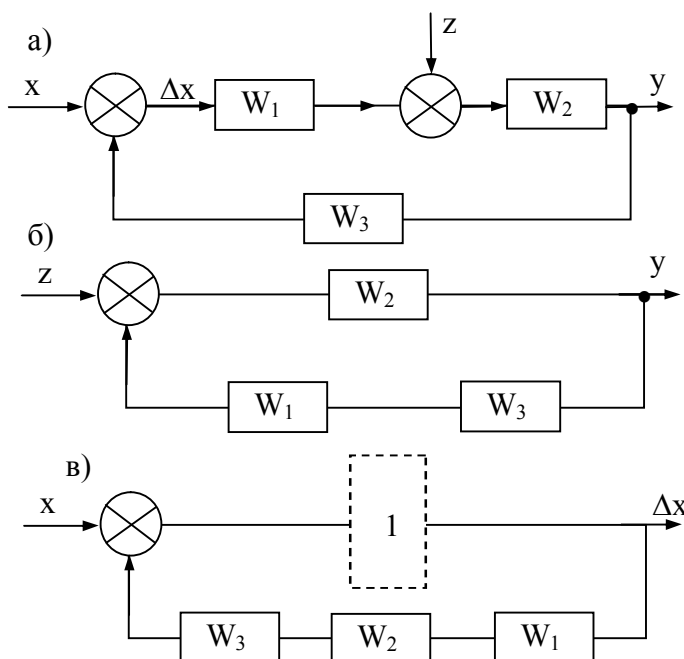


Рис. 2.8.

Структурная схема может иметь столько передаточных функций, сколько отличающихся пар точек в ней можно указать. При этом в каждой паре точек одна считается входом (с), а другая выходом (d). О такой передаточной функции будем говорить, что она составлена относительно точек (с, d), и отмечать это индексами

$$W_{c,d} = \frac{x_d}{x_c}.$$

На рис. 2.8 изображена структурная схема, в которой действует три внешних воздействия: задающее — x , возмущающее — z и выходное — y , а за элементом сравнения действует рассогласование (ошибка) Δx . Ряд преобразований этой схемы, показанных ниже, позволит нам сформулировать несколько полезных правил, существенно упрощающих работу со структурными схемами.

Преобразование 1. Определим реакцию системы на задающее воздействие x . Считаем $z = 0$ и в схеме (рис. 2.8 а) принимаем за вход и выход соответственно точки x и y . Передаточная функция относительно этих точек будет следующей:

$$W_{x,y} = \frac{W_1 W_2}{1 - W_1 W_2 W_3} = \frac{W_{n1}}{1 - W_p}, \quad (2.8)$$

где W_{n1} — передаточная функция прямого пути; W_p — передаточная функция разомкнутой структурной схемы.

Реакция системы на воздействие x определится уравнением

$$y = W_{x,y} \cdot x. \quad (2.9)$$

Преобразование 2. Определим реакцию системы на возмущающее воздействие z . Теперь считаем $x = 0$, а за вход и выход принимаются соответственно точки z и y (рис. 2.8 б). Передаточная функция в этом случае равна

$$W_{z,y} = \frac{W_3}{1 - W_1 W_2 W_3} = \frac{W_{n2}}{1 - W_p} \quad (2.10)$$

где W_{n2} — передаточная функция прямого пути. Реакция системы на воздействие z

$$y = W_{z,y} \cdot z. \quad (2.11)$$

В силу линейного характера структурной схемы полную реакцию системы определим наложением двух режимов, т.е.

$$y = W_{x,y} \cdot x + W_{z,y} \cdot z.$$

Анализ формул (2.8) и (2.9) иллюстрирует характерное свойство передаточных функций. *Передаточная функция относительно двух произвольных точек c, d представляется дробью, в числителе которой записывается передаточная функция разомкнутого участка между выбранными точками, а в выражении знаменателя используется передаточная функция разомкнутой системы в выражении $1 - W_p$. Это можно записать так*

$$W_{c,d} = \frac{W_n}{1 - W_p}.$$

Воспользуемся этим правилом для определения ошибки Δx , вызванной действием задания x . Для этого достаточно найти передаточную функцию исходной схемы (рис. 2.8 а) относительно точек $x, \Delta x$. Так как передаточная функция прямого пути от x к Δx равна единице (рис. 2.8 в), то передаточная функция по ошибке будет равна

$$W_{x,\Delta x} = \frac{1}{1 - W_p},$$

ошибка будет равна

$$\Delta x = W_{x,\Delta x} \cdot x.$$

Глава 3. СТАТИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Если в системе никакие сигналы не изменяются во времени, то говорят о *статике* системы. Уравнения статики отражают связь между величинами и параметрами автоматической системы в установившихся состояниях. По уравнениям статики производится расчет параметров настройки системы, определяются положения регулирующих органов, расходы энергии или вещества через систему, значения регулируемых величин, коэффициенты усиления и т.д. В разделе статики решаются также вопросы обеспечения статической точности регулирования и формирования статических характеристик систем.

3.1. Понятие о статических характеристиках

Под статической характеристикой физического объекта понимают уравнение

$$X_{\text{вых}} = f(X_{\text{вх}}), \quad (3.1)$$

где $X_{\text{вх}}$, $X_{\text{вых}}$ — соответственно входное и выходное воздействия. Понятие о статической характеристике применимо как к автоматической системе в целом, так и к ее отдельным элементам. Например, статической характеристикой термопары является зависимость $E = f(\theta)$, где входным воздействием считается температура θ , а выходным термоэлектродвижущая сила E .

Отношение выходного воздействия к входному называют *коэффициентом передачи* и обозначают

$$k = \frac{X_{\text{вых}}}{X_{\text{вх}}}, \quad (3.2)$$

но в тех случаях, когда физическая природа воздействий входа и выхода одинакова, это отношение называют также *коэффициентом усиления*.

Различают линейные и нелинейные статические характеристики. Если статическую характеристику записать в виде

$$X_{\text{вых}} = k \cdot X_{\text{вх}},$$

то для линейной характеристики коэффициент k есть постоянное число, и характеристика изображается прямой линией. Для нелинейной характеристики этот коэффициент будет зависеть от $X_{\text{вх}}$ и выражаться функцией $k(X_{\text{вх}})$.

3.2. Понятие о статическом и астатическом регулировании

По виду статических характеристик все автоматические системы делятся на *статические* и *астатические*, или говорят о статическом и астатическом регулировании.

При *статическом регулировании* всегда существует ошибка регулирования, поэтому регулируемая величина всегда несколько отличается от заданного значения.

При *астатическом регулировании* система точно, без ошибки, воспроизводит задание.

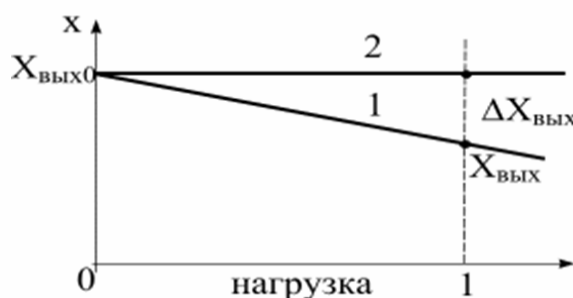


Рис. 3.1.

Например, автоматические системы стабилизации предназначены для поддержания постоянного значения заданной выходной величины. Но, тем не менее, в статической системе стабилизации выходная величина все же будет изменяться при изменении нагрузки (рис. 3.1, кривая 1), а характеристика астатической системы будет абсолютно жесткой (рис. 3.1, кривая 2).

Отметим, что ошибки регулирования, о которых здесь говорится, не связаны с качеством проектирования или изготовления системы. Эти ошибки — продукт внутренних свойств системы, которые сознательно закладываются в ее структуру.

Для количественной оценки отмеченных свойств вводят понятие *статизма*, при этом разделяют его на статизм *системы* и на статизм *характеристики системы*.

Под *статизмом системы* понимают отношение

$$S_c = \frac{X_{\text{зад}} - X_{\text{вых}}}{X_{\text{зад}}} \quad (3.3)$$

где $X_{\text{зад}} = X_s / \gamma$ — заданные значения регулируемой величины; $X_{\text{вых}}$ — действительное значение регулируемой величины при номинальной нагрузке; X_s — задающее воздействие; γ — часть регулируемой величины, подаваемой на схему сравнения.

Под *статизмом характеристики системы* понимают отношение

$$S_{xc} = \frac{X_{\text{вых0}} - X_{\text{вых}}}{X_{\text{вых0}}} = \frac{\Delta X_{\text{вых}}}{X_{\text{вых0}}}, \quad (3.4)$$

где $X_{\text{вых0}}, X_{\text{вых}}$ — значения регулируемой величины соответственно при холостом ходе и при нагрузке системы (рис. 3.1). В соответствии с введенными определениями для статических систем $S_c, S_{xc} \neq 0$, для астатических систем эти параметры равны нулю.

Как правило, для автоматической системы и ее элементов может быть определено несколько статических характеристик. Это объясняется тем, что любую переменную величину системы (элемента) можно выразить через другие переменные величины, и каждое такое выражение будет являться статической характеристикой. Поэтому определение статизма всегда ведется по отношению к конкретным статическим характеристикам и часто оказывается так, что по отношению к одним переменным система является статической, а по отношению к другим — астатической.

3.3. Примеры статических и астатических систем

Как уже отмечалось, статизм автоматических систем определяется их внутренней структурой, поэтому попробуем разобраться в причинах, вызывающих эти свойства, и сделаем это на примерах систем стабилизации. В качестве объектов регулирования в этих системах использованы машины постоянного тока независимого возбуждения.

3.3.1. Автоматические системы стабилизации напряжения.

1. Объект регулирования (рис. 3.2). Объектом регулирования является генератор постоянного тока, для которого справедливо уравнение

$$U = E - R_a I,$$

где R_a — активное сопротивление цепи якоря. Зависимость $U = f(I)$ называется внешней характеристикой генератора и является одной из его статических характеристик. Согласно формуле (3.4) статизм этой характеристики больше нуля

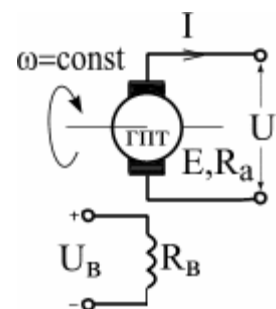


Рис. 3.2.

$$S_{\text{х.г.}} = \frac{U_0 - U_{\text{н}}}{U_0} = \frac{R_a I_{\text{н}}}{E} > 0.$$

Это означает, что по внешней характеристике генератор относится к устройствам статического типа.

2. Система стабилизации напряжения «статическая» (рис. 3.3). Система имеет управляющее устройство, состоящее из источника регулируемого эталонного напряжения U_3 , усилителя, измерительного устройства в виде потенциометра R и цепи обратной отрицательной связи.

Когда под действием какого-либо фактора изменяется выходное напряжение U , изменяется и величина ошибки регулирования $\Delta U = (U_3 - k_{\text{oc}} U)$. Пусть, например, произошло уменьшение U , тогда при отрицательной ОС рассогласование (ошибка) увеличится, и в системе произойдут следующие изменения: увеличится ток возбуждения I_B , следовательно, увеличится э.д.с. якоря и увеличится напряжение на зажимах генератора.

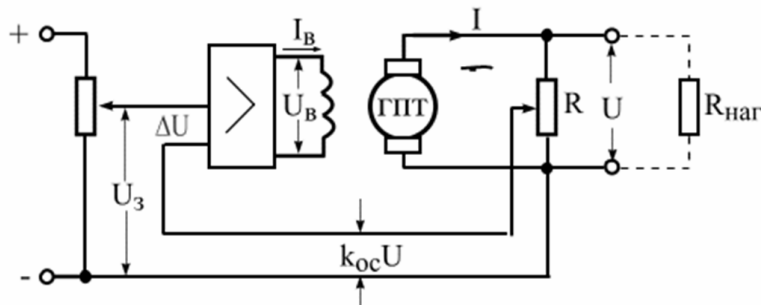


Рис. 3.3.

Количественную оценку процесса регулирования сделаем с помощью математической модели системы, которая представляется следующей группой уравнений:

— уравнение замыкания системы

$$\Delta U = U_3 - k_{\text{oc}} U; \quad (3.5)$$

— уравнение усилителя с коэффициентом усиления k_y

$$U_B = k_y \Delta U; \quad (3.6)$$

— уравнение цепи обмотки возбуждения с сопротивлением R_B

$$I_B = \frac{U_B}{R_B} = k_B U_B; \quad (3.7)$$

— уравнение э.д.с. генератора

$$E = k_e I_a; \quad (3.8)$$

— уравнение цепи якоря генератора

$$U = E - R_a I. \quad (3.9)$$

Совместное решение уравнений (3.5—3.9) дает все возможные статические характеристики автоматической системы, некоторые из которых рассмотрим ниже.

Статическая ошибка регулирования $\Delta U = f(I)$. Для получения этой характеристики за независимую переменную примем I , за зависимую переменную — ΔU , после исключения остальных переменных получим

$$\Delta U = U_3 - k_{\text{oc}} U = U_3 - k_y k_B k_e k_{\text{oc}} \Delta U + R_a I.$$

Ошибка регулирования в установившемся режиме системы определится уравнением

$$\Delta U = \frac{U_3 + R_a I}{1 + k}, \quad (3.10)$$

где $k = k_y k_e k_c k_{oc}$ — коэффициент усиления разомкнутой системы. Это уравнение показывает, что увеличением коэффициента усиления k ошибку регулирования можно сделать сколь угодно малой, но ее полное исчезновение принципиально невозможно. Этот вывод можно сделать и из принципа действия системы: действительно, напряжение на обмотке возбуждения генератора не может существовать без сигнала рассогласования на входе усилителя, т.е. в этой системе ошибка регулирования является фактором, обеспечивающим ее работоспособность.

Статическая внешняя характеристика системы $U = f(I)$. Решение системы уравнений относительно переменных U и I дает уравнение

$$U = U_0 - \alpha I, \quad (3.11)$$

где $U_0 = \frac{k_n}{1+k} U_3$ — напряжение системы в режиме холостого хода;

$$k_n = k_e k_c k_y; \quad \alpha = \frac{R_a}{1+k}.$$

Статизм системы. Этот параметр системы определяется согласно уравнению (3.3) с использованием внешней характеристики уравнения (3.11)

$$S_c = \frac{U_3 - k_{oc} U}{U_3} = 1 + k - k_n + \frac{\alpha I}{U_3} > 0. \quad (3.12)$$

Статизм внешней характеристики системы. Подставляя в формулу (3.4) значения напряжения системы по формуле (3.11) при холостом ходе ($I = 0$) и при номинальной нагрузке ($I = I_n$), получим

$$S_{xc} = \frac{U_0 - U}{U_0} = \frac{R_a I}{k_n U_3} > 0. \quad (3.13)$$

3. Система стабилизации напряжения «астатическая» (рис. 3.4). Принципиальным отличием данной системы от предыдущей является использование в цепи управления исполнительного двигателя ИД, который и создает астатизм. Когда в системе рассогласования нет $\Delta U = 0$ и напряжение на исполнительном двигателе равно нулю, движок потенциометра Π неподвижен. Но при любом изменении напряжения генератора появляется рассогласование ΔU , которое заставляет исполнительный двигатель ИД вращаться. При правильном включении цепи обратной связи (это должна быть отрицательная ОС) движок потенциометра будет перемещаться в сторону, уменьшающую рассогласование. Вращение двигателя прекратится при исчезновении напряжения на его якоре, т.е. при $\Delta U = 0$.

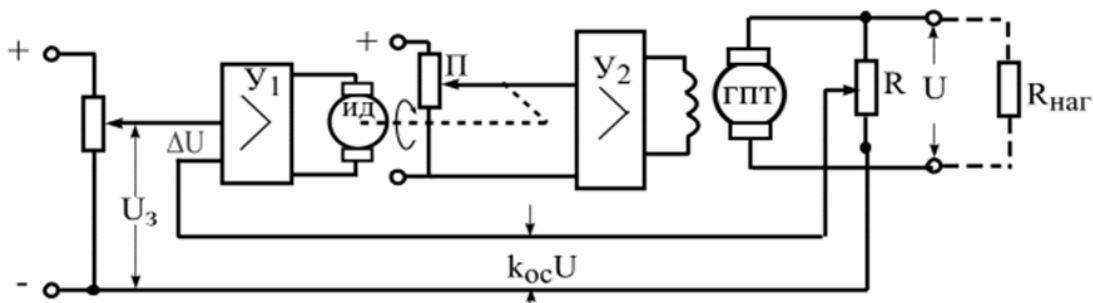


Рис. 3.4.

3.3.2. Автоматические системы стабилизации частоты вращения вала.

1. Объект регулирования. Объектом регулирования является двигатель постоянного тока независимого возбуждения, для которого справедливы следующие уравнения:

$$\begin{aligned} U &= E + R_a I, \\ E &= k_e \omega, \\ M &= k_m I, \end{aligned} \quad (3.14)$$

где E — э.д.с. вращения; ω — частота вращения вала; M — момент двигателя; k_e, k_m — коэффициенты передачи двигателя соответственно по частоте вращения и по току якоря.

Одной из статических характеристик двигателя является его механическая характеристика, $\omega = f(M)$, которую легко получить из уравнений (3.14)

$$\omega = \frac{U}{k_e} - \frac{R}{k_e k_m} = \omega_0 - \beta M, \quad (3.15)$$

где $\omega_0 = \frac{U}{k_e}$ — частота вращения вала в режиме холостого хода; $\beta = \frac{R_a}{k_e k_m}$.

Статизм механической характеристики двигателя будет равен

$$S_{x0} = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} = \frac{\beta M}{\omega_0} > 0 \quad (3.16)$$

и т.к. он больше нуля, то по механической характеристике двигатель относится к статическим системам.

2. Система стабилизации частоты вращения «статическая» (рис. 3.5). Устройство управления состоит из источника регулируемого эталонного напряжения U_3 , усилителя, измерительного устройства в виде тахогенератора и цепи обратной связи.

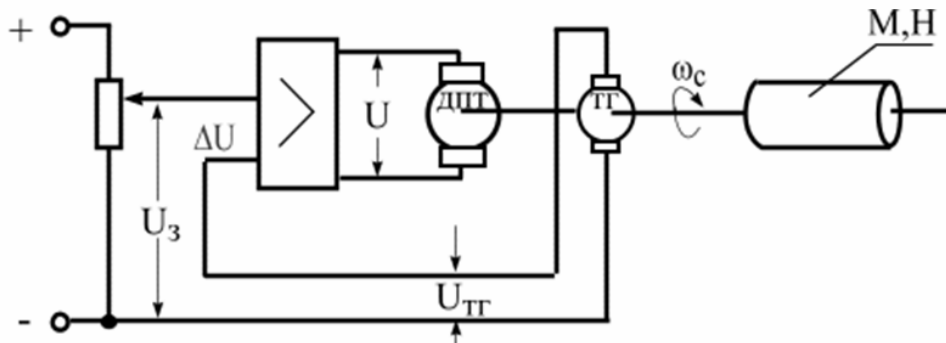


Рис. 3.5.

При изменении скорости вращения вала происходит изменение напряжения тахогенератора и изменение ошибки регулирования. Под действием этой ошибки происходит стабилизация выходного параметра системы.

Математическая модель системы представлена следующими уравнениями:

для элемента сравнения

$$\Delta U = U_3 - U_{ТГ}; \quad (3.17)$$

для усилителя

$$U = k_y \Delta U; \quad (3.18)$$

для двигателя

$$\omega = \frac{U}{k_e} - \beta M = k_1 U - \beta M; \quad (3.19)$$

для тахогенератора

$$U_{тр} = k_{тр} \omega. \quad (3.20)$$

Механическая характеристика системы $\omega = f(M)$. Решение системы уравнений (3.17—3.20) относительно ω и M дает

$$\omega = \omega_{c0} - \gamma M, \quad (3.21)$$

где $\omega_{c0} = \frac{k_n}{1+k} U_3$ — частота вращения системы без нагрузки; $\gamma = \frac{\beta}{1+k}$; $k_n = k_1 k_y$; $k = k_1 k_y k_{тр}$.

Статизм механической характеристики системы

$$S_{xc} = \frac{\omega_{c0} - \omega}{\omega_{c0}} = \frac{\beta M}{k_n U_3} > 0.$$

показывает, что данная система стабилизации является «статической».

Вывод. *Примеры приведенных схем статических и астатических систем показывает, что астатические свойства система приобретает при установке в цепь управления исполнительного двигателя угол поворота вала которого определяет положение регулирующего органа (движка потенциометра). Как будет показано дальше, это обусловлено тем, что двигатель в этих системах выполняет математическую операцию интегрирования.*

Глава 4. ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ

4.1. Понятие динамического звена

Автоматические системы состоят из разнообразных элементов, среди которых могут быть генераторы, двигатели, термодары, реостаты, редукторы и многие другие конструкции. Но при математическом анализе автоматической системы пользоваться этими элементами, как ее простейшими составляющими, неудобно, и поэтому в теорию введено понятие *динамического звена*. Понятия «элемент» и «динамическое звено» имеют как общие, так и отличительные черты. В ряде случаев элемент представляется набором динамических звеньев, а иногда несколько элементов одним звеном. Но эти понятия нельзя смешивать. Если элемент — это признак материальной конструкции, то динамическое звено — это признак математической конструкции.

Динамическое звено принято обозначать прямоугольником (рис. 4.1), в котором обычно записывается какая-либо информация о звене. Сигналы на входе и выходе звена могут иметь любую физическую природу, как одинаковую, так и отличную друг от друга (ток, напряжение, температура, угол, момент и т.п.).



Рис. 4.1.

Математическое описание звена заключается в описании его статических и динамических характеристик. (Так как понятие о статической характеристике звена и элемента совпадают и определение этих характеристик дано в параграфе 3.1, статические режимы звена в этой главе не обсуждаются.)

4.2. Динамические характеристики звена

Автоматические системы относятся к классу динамических систем, потому что процессы регулирования, протекающие в них, сопровождаются постоянными изменениями во времени. Математическое описание этих систем построено в основном на дифференциальных и алгебраических уравнениях. Динамическое звено, как элементарный компонент математической модели системы, также обладает динамическими свойствами и описывается своим уравнением.

Дифференциальное уравнение звена. Это уравнение определяет временную зависимость выходной величины звена от входной величины

$$a_n \frac{d^n x_{\text{вых}}}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x_{\text{вых}}}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 x_{\text{вых}} = b_m \frac{d^m x_{\text{вх}}}{dt^m} + \dots + b_0 x_{\text{вх}}. \quad (4.1)$$

Преобразование Лапласа для этого уравнения дает операторную форму

$$(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0) X_{\text{вых}}(p) = (b_m p^m + \dots + b_0) X_{\text{вх}}(p), \quad (4.2)$$

или сокращенно

$$A \tilde{X}_{\text{вых}} = B \tilde{X}_{\text{вх}}. \quad (4.3)$$

Так как свободное движение звена происходит при отсутствии сигнала на его входе, то это состояние описывается однородным дифференциальным уравнением

$$a_n \frac{d^n x_{\text{вых}}}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x_{\text{вых}}}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 x_{\text{вых}} = 0, \quad (4.4)$$

по которому определяется характеристическое уравнение звена

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0. \quad (4.5)$$

Корни характеристического уравнения p_1, p_2, \dots, p_n определяют динамические свойства звена и их значения являются предметом особого внимания как при проектировании, так и при эксплуатации автоматических систем. Характер переходного процесса в звене определяется двумя факторами: внутренними свойствами звена, которые описываются уравнением (4.4), и формой входного воздействия, которое учитывается в правой части уравнения (4.1).

Примечание. В дальнейшем функции от переменной « p » будем обозначать волнистой линией, например, вместо $X(p)$ будем писать \tilde{X} .

Типовые входные воздействия. Для того чтобы иметь возможность классифицировать динамические звенья, используют типовые входные воздействия. Набор этих воздействий подобран таким образом, чтобы получить исчерпывающий динамический портрет звена.

Ступенчатое воздействие (рис. 4.2 а) представляет скачкообразное изменение сигнала во времени. В теории и практике расчетов используются как единичные*, так и неединичные воздействия. Единичное воздействие обозначают $1(t)$. Предполагается, что единица имеет ту же размерность, что и физическая величина на входе звена. Неединичное воздействие обозначают $x_{\text{вх}}(t)$.

Примерами ступенчатых воздействий можно считать мгновенное замыкание или размыкание электрической цепи постоянного тока, внезапное приложение или сброс нагрузки (например, момента в системах поддержания заданной скорости двигателя) и т.д. Ступенчатое воздействие используется для получения переходной функции звена.

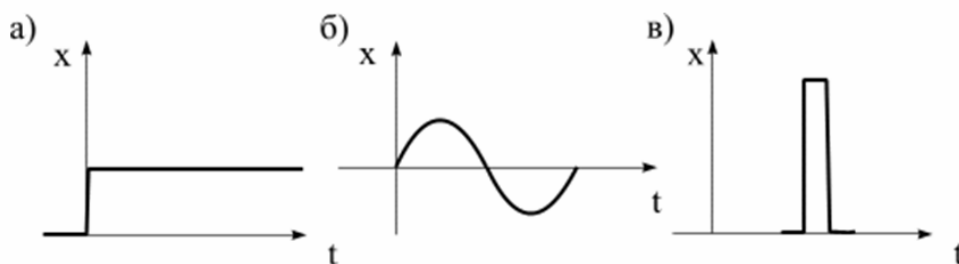


Рис. 4.2.

Гармоническое воздействие (рис. 4.2 б) представляет синусоидальный во времени сигнал и используется при анализе частотных свойств звена.

Единичное импульсное воздействие (рис. 4.2 в) представляет импульс прямоугольной или другой формы, за время существования которого реакция системы остается практически постоянной. Если устремить ширину импульса к нулю, оставляя при этом неизменной его площадь, то в пределе получается единичный импульс, называемый δ -импульсом. Понятие δ -импульса применяется для получения импульсных характеристик звена.

Описание динамических свойств звена производится в виде следующих специальных функций и характеристик: переходная функция, передаточная функция, частотная передаточная функция, частотные характеристики звена, логарифмические частотные характеристики (ЛЧХ).

Примечание. Работа с единичными воздействиями позволяет через единичный сигнал выразить непрерывные сигналы любой формы. Например, если на входе системы действует сигнал $f(t)$ рис. 4.3, то его можно представить либо в виде суммы скачков $1, 2, 3, \dots$ определенных интенсивностей, подаваемых в определенные моменты времени $0, t_1, t_2, \dots$ (рис. 4.3 а), либо через суммы импульсов, подаваемых в равные промежутки времени

(рис. 4.3 б). Найдя реакцию системы на каждый скачок (импульс) и просуммировав результат, получим реакцию системы на сложный входной сигнал $f(t)$.

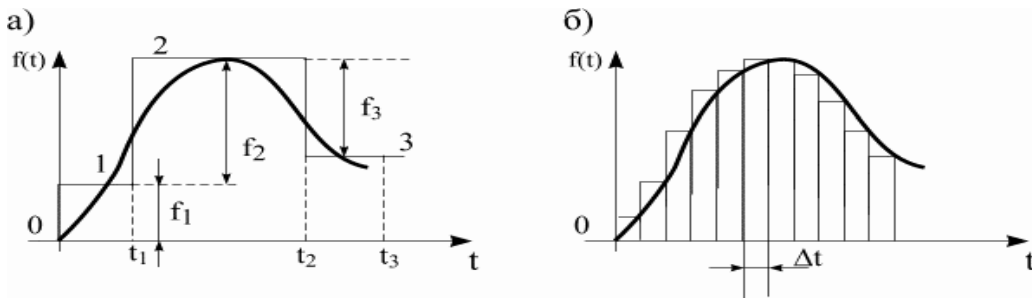


Рис. 4.3.

Переходная функция представляет собой переходный процесс на выходе звена, возникающий при подаче на его вход ступенчатого воздействия. При единичном входном воздействии переходную функцию обозначают $h(t)$, а при неединичном $x_{\text{вых}}(t)$. Переходная функция получается либо в результате решения дифференциального уравнения звена, либо экспериментально.

Передаточная функция представляет собой отношение операторных значений выходного воздействия к входному воздействию

$$W = \frac{\tilde{X}_{\text{вых}}}{\tilde{X}_{\text{вх}}} \quad (4.6)$$

Из уравнения (4.3) следует, что

$$W = \frac{B(p)}{A(p)}$$

Из формулы видно, что знаменателем передаточной функции звена всегда является его характеристическое уравнение.

Несмотря на то, что передаточная функция является другой формой записи операторного уравнения звена, ее форма настолько эффективна, что стала одним из главных математических инструментов теории автоматического управления.

Частотная передаточная функция и частотные характеристики звена. Каждое звено можно рассматривать как устройство с присущими ему определенными частотными свойствами, которые отображают его динамические свойства. Частотная передаточная функция — это реакция звена на входное гармоническое воздействие.

Если звено линейное и на его входе действует синусоидальное воздействие

$$x_{\text{вх}} = A \sin(\omega t),$$

то на выходе звена воздействие будет отличаться только амплитудой и фазой

$$x_{\text{вых}} = B \sin(\omega t + \varphi).$$

(Как известно, в линейных физических элементах частота сигнала не изменяется.) Так как при работе с синусоидальными функциями предпочтительной является комплексная форма записи, то, пользуясь формулой Эйлера,

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t,$$

пишут

$$x_{\text{вх}} = A e^{j\omega t}, \quad x_{\text{вых}} = B e^{j(\omega t + \varphi)},$$

подразумевая при этом, что используется только мнимая часть $e^{j\omega t}$.

Если амплитуду входного сигнала «А» оставлять неизменной, а изменять частоту ω , то каждой частоте будет соответствовать свое значение амплитуды $B(\omega)$ и фазы $\varphi(\omega)$

выходного сигнала. Это позволяет определить *частотную передаточную функцию* звена как отношение выходного сигнала к входному сигналу

$$W(j\omega) = \frac{x_{\text{вых}}}{x_{\text{вх}}} = \frac{B}{A}(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \quad (4.7)$$

Эту передаточную функцию записывают еще следующим образом:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega).$$

Итак, наряду с понятием «частотная передаточная функция» вводятся также понятия частотных характеристик:

$H(\omega) = \frac{B}{A}(\omega)$ — амплитудно-частотная характеристика (АЧХ);

$\varphi(\omega)$ — фазо-частотная характеристика (ФЧХ);

$P(\omega)$ — вещественная частотная характеристика;

$Q(\omega)$ — мнимая частотная характеристика.

Покажем, что передаточные функции $W(p)$ и $W(j\omega)$ можно получать одну из другой формальной заменой оператора p на $j\omega$. Для этого запишем для синусоидальных воздействий входа и выхода следующие соотношения:

$$\begin{aligned} x_{\text{вх}} &= Ae^{j\omega t}, & x'_{\text{вх}} &= j\omega Ae^{j\omega t}, & x''_{\text{вх}} &= (j\omega)^2 Ae^{j\omega t}, \dots \\ x_{\text{вых}} &= Be^{j(\omega t + \varphi)}, & x'_{\text{вых}} &= j\omega Be^{j(\omega t + \varphi)}, & x''_{\text{вых}} &= (j\omega)^2 Be^{j(\omega t + \varphi)} \dots \end{aligned}$$

и подставим их в дифференциальное уравнение звена (4.1).

После упрощений получим

$$[a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_0] \cdot Be^{j(\omega t + \varphi)} = [b_m(j\omega)^m + \dots + b_0] \cdot Ae^{j\omega t} \quad (4.8)$$

Логарифмические частотные характеристики (ЛЧХ). Для построения этих характеристик используется выражение частотной передаточной функции в показательной форме

$$W(j\omega) = H(\omega)e^{j\varphi(\omega)}. \quad (4.9)$$

Логарифмируя правую и левую части уравнения (4.9), найдем

$$\ln W(j\omega) = \ln H(\omega) + j\varphi(\omega). \quad (4.10)$$

Выражения $\ln H(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ представляют соответственно логарифмическую амплитудную (ЛАХ) и логарифмическую фазовую (ЛФХ) частотные характеристики.

Однако в практических расчетах удобнее пользоваться десятичными логарифмами, поэтому ЛАХ определяется в децибелах

$$L(\omega) = 20 \lg H(\omega). \quad (4.11)$$

Примечание. Бел представляет логарифмическую единицу и соответствует десятикратному увеличению мощности: 1 бел — это увеличение в 10 раз, 2 бела — в 100 раз, 3 бела — в 1000 раз и т.д. Децибел равен одной десятой части бела. Если бы $H(\omega)$ было отношением мощностей, то в формуле (4.11) стоял бы множитель 10. Но так как $H(\omega)$ является отношением перемещений, скоростей, напряжений и т.д., то увеличение этого отношения в десять раз будет соответствовать увеличению отношения мощностей в 100 раз, что соответствует 2 белам или 20 децибелам. Поэтому в формуле (4.11) стоит множитель 20.

При построении логарифмических характеристик по оси абсцисс откладывается частота в логарифмическом масштабе; по оси ординат — значения амплитуд в децибелах, а углов — в градусах или радианах в равномерных масштабах. Для оценки диапазона частот при построении логарифмических характеристик используют понятия октавы и декады. Если две частоты ω_1 и ω_2 отличаются друг от друга в 2 раза, то говорят, что они отличаются на октаву

$$\log_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right) = \log_2 2 = 1 \text{ окт.}$$

Если это отличие равно 10, то вводят понятие декады

$$\lg\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right) = \lg 10 = 1 \text{ дек.}$$

4.3. Типовые динамические звенья

Понятием *типовое звено* в теорию введен еще один исключительно удобный расчетно-аналитический инструмент. Из всего многообразия возможных динамических звеньев выделена группа простейших, из которых может быть собрана модель системы любой сложности.

Для типовых звеньев введены следующие правила и ограничения:

- 1) порядок дифференциального уравнения должен быть не выше второй степени;
- 2) в уравнении звена слева от знака равенства ставится выходная переменная и ее производные, справа — входная переменная и ее производные;
- 3) уравнение звена «нормализуется» тем, что коэффициент при выходной переменной приводится к единице.

Уравнение любого типового звена получается из дифференциального уравнения второго порядка выбором его отдельных слагаемых

$$a_2 \frac{d^2 x_{\text{вых}}}{dt^2} + a_1 \frac{dx_{\text{вых}}}{dt} + x_{\text{вых}} = b_2 \frac{d^2 x_{\text{вх}}}{dt^2} + b_1 \frac{dx_{\text{вх}}}{dt} + b_0 x_{\text{вх}}. \quad (4.12)$$

Ниже рассмотрены свойства и характеристики основных типовых звеньев, при этом их уравнения записаны для неединичных входных воздействий.

4.3.1. Безынерционное звено.

Уравнение динамики звена описывается алгебраическим уравнением

$$x_{\text{вых}}(t) = k \cdot x_{\text{вх}}(t), \quad (4.13)$$

где k — коэффициент передачи (усиления) звена.

Операторное уравнение звена и его передаточные функции имеют вид

$$\tilde{X}_{\text{вых}} = k \tilde{X}_{\text{вх}}, \quad (4.14)$$

$$W = k,$$

$$W(j\omega) = k. \quad (4.15)$$

Переходная характеристика звена определяется уравнением (4.13) и показывает, что при передаче через звено форма воздействия не меняется, а изменяется лишь его масштаб. Например, при подаче на вход ступенчатого воздействия выходное воздействие устанавливается мгновенно, изменяясь в k раз (рис. 4.4 а).

Примеры. Безынерционными звеньями могут служить потенциометр (как делитель напряжения), жесткий рычаг, механический редуктор и другие, если уравнения их динамики можно представить уравнением вида (4.13).

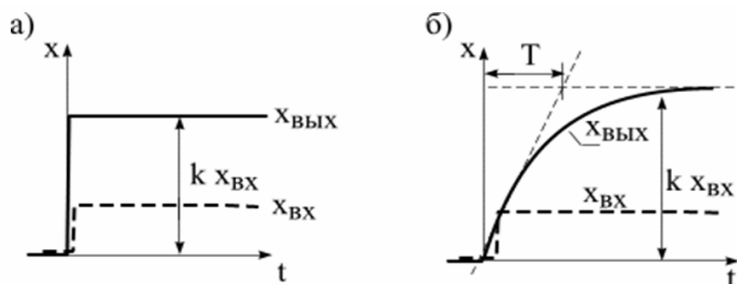


Рис. 4.4. Переходные функции звеньев: безынерционного; апериодического первого порядка

4.3.2. Инерционное (апериодическое) звено первого порядка.

Уравнение динамики звена

$$T \frac{dx_{\text{вых}}}{dt} + x_{\text{вых}} = kx_{\text{вх}}, \quad (4.16)$$

где T — постоянная времени, обусловленная наличием массы, индуктивности и т.п.; k — коэффициент передачи или усиления.

Операторное уравнение звена и его передаточная функция определяются выражениями

$$(Tp + 1)\tilde{X}_{\text{вых}} = k\tilde{X}_{\text{вх}}, \quad (4.17)$$

$$W = \frac{k}{1 + Tp}. \quad (4.18)$$

Переходная характеристика при ступенчатом изменении входного сигнала показана на рис. 4.4 б и записывается уравнением

$$x_{\text{вых}} = kx_{\text{вх}} \left(1 - e^{-\frac{1}{T}t} \right) \quad (4.19)$$

К инерционным звеньям первого порядка относятся R-L и R-C контуры, термопары, а при соответствующих допущениях к ним можно отнести и более сложные устройства, такие как магнитные усилители, генераторы постоянного тока и т.д.

Пример 4.1. Покажем, что контур R-L (рис. 4.5 а) является апериодическим звеном первого порядка при условии, что $x_{\text{вх}} = u$, $x_{\text{вых}} = i$. Запишем для контура уравнение баланса напряжений

$$u = u_L + u_R = L \frac{di}{dt} + Ri,$$

которое после нормализации (деления на R) превращается в стандартное уравнение звена

$$T \frac{di}{dt} + i = ku,$$

где $T = L/R$ — электромагнитная постоянная времени, $k = 1/R$ — коэффициент передачи звена.

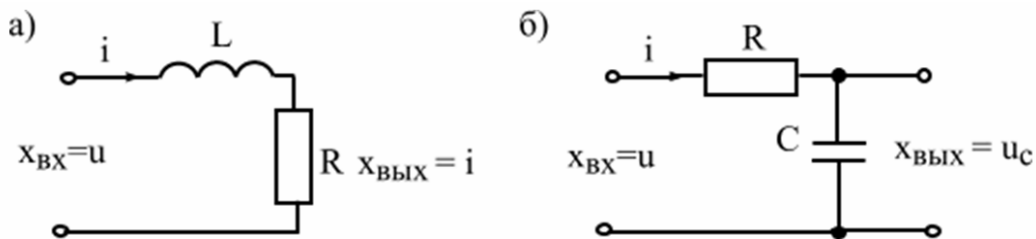


Рис. 4.5. Примеры апериодических звеньев первого порядка

4.3.3. Инерционное звено второго порядка.

Уравнение динамики звена

$$T^2 \frac{d^2x_{\text{вых}}}{dt^2} + 2\lambda T \frac{dx_{\text{вых}}}{dt} + x_{\text{вых}} = kx_{\text{вх}}, \quad (4.20)$$

где T — постоянная времени; λ — коэффициент демпфирования; k — коэффициент передачи звена.

Операторное уравнение и передаточная функция звена следующие:

$$(T^2 p^2 + 2\lambda Tp + 1)\tilde{X}_{\text{вых}} = k\tilde{X}_{\text{вх}}, \quad (4.21)$$

$$W = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\lambda T p + 1}. \quad (4.22)$$

Отличительной чертой этого звена является возможность существования трех видов переходных характеристик, что определяется корнями его характеристического уравнения $T^2 p^2 + 2\lambda T p + 1 = 0$. Корни данного уравнения

$$p_{1,2} = -\frac{\lambda}{T} \pm \frac{\sqrt{\lambda^2 - 1}}{T} \quad (4.23)$$

могут быть вещественными, комплексными или чисто мнимыми, определяя в каждом случае свой переходный процесс. При этом обычно говорят о трех типах звеньев.

Апериодическое звено второго порядка. При $\lambda \geq 1$ корни вещественные, и переходная функция определяется формулой

$$x_{\text{вых}} = kx_{\text{вх}} + C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t}. \quad (4.24)$$

Переходный процесс имеет апериодический характер, протекающий без колебаний (рис. 4.6 а). Можно показать, что в этом режиме звено эквивалентно последовательному соединению двух апериодических звеньев первого порядка с постоянными времени T_1, T_2 и коэффициентами передачи k_1, k_2 . Поэтому передаточная функция звена может быть записана в виде

$$W = \frac{k_1}{1 + T_1 p} \cdot \frac{k_2}{1 + T_2 p}.$$

Колебательное звено. При $\lambda < 1$ корни характеристического уравнения комплексные

$$p_{1,2} = -\sigma \pm j\omega, \quad (4.25)$$

где $\sigma = \frac{\lambda}{T}$ — коэффициент затухания; а $\omega = \frac{\sqrt{\lambda^2 - 1}}{T}$ — угловая частота свободных колебаний. Переходная характеристика колебательного звена определяется уравнением

$$x_{\text{вых}} = kx_{\text{вх}} [1 - e^{-\sigma t} A \sin(\omega t + \varphi)], \quad (4.26)$$

где $A = \frac{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}}{\omega^2}$; $\varphi = \arctg \frac{\omega}{\sigma}$ — соответственно амплитуда, и фаза свободных колебаний. Переходный процесс показан на рис. 4.6 б.

Консервативное звено. При $\lambda = 0$ корни становятся чисто мнимыми

$$p_{1,2} = \pm j\omega, \quad (4.27)$$

и звено представляет собой идеализированный случай звена без потерь. Переходный процесс носит незатухающий колебательный характер (рис. 4.6, в).

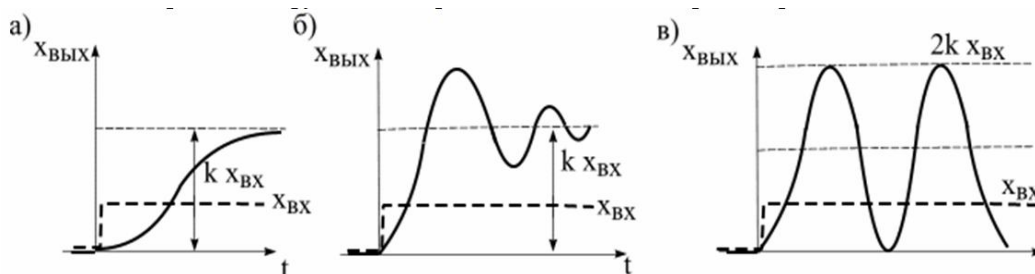


Рис. 4.6. Переходные функции инерционных звеньев второго порядка

Примеры. К инерционным звеньям второго порядка относятся элементы, способные запасать потенциальную и кинетическую энергию и преобразовывать их одну в другую. Такими возможностями обладают: электрические R-L-C контуры; электромеханические устройства, например двигатели, у которых кинетическая энергия запасается в якоре,

а электромагнитная (потенциальная) в якорной цепи; механические элементы, обладающие массой, упругостью и вязким трением и т.д.

Пример 4.2. Для R-L-C контура справедливо уравнение

$$u = u_L + u_R + u_C.$$

Используя известные формулы: $i = C \frac{du_C}{dt}$, $u_L = L \frac{di}{dt}$, $u_R = Ri$,

получим

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = u,$$

уравнение инерционного звена второго порядка, где $x_{ex} = u$; $x_{вых} = u_C$.

4.3.4. Интегрирующие звенья.

Интегрирующим называется звено, в котором производится интегрирование входного воздействия, поэтому в выходном воздействии обязательно присутствует интеграл $\int x_{ex} dt$.

Идеальное интегрирующее звено. Уравнение динамики звена в дифференциальной и интегральной формах имеют вид

$$\frac{dx_{вых}}{dt} = kx_{ex}, \quad (4.28)$$

$$x_{вых} = k \int x_{ex} dt. \quad (4.29)$$

Операторное уравнение и передаточная функция определяются выражениями

$$\tilde{X}_{вых} = \frac{k}{p} \tilde{X}_{ex}, \quad (4.30)$$

$$W = \frac{k}{p}. \quad (4.31)$$

Переходную характеристику легко получить из уравнения (4.29), если учесть, что при ступенчатом входном сигнале $x_{ВХ} = \text{const}$ его можно вынести за знак интеграла. Это дает выражение

$$x_{вых} = kx_{ex} \cdot t. \quad (4.32)$$

График переходной характеристики приведен на рис. 4.7 а.

Интегрирующее звено с замедлением. Звено описывается дифференциальным уравнением

$$T \frac{d^2 x_{вых}}{dt^2} + \frac{dx_{вых}}{dt} = kx_{ex}, \quad (4.33)$$

и имеет передаточную функцию

$$W = \frac{k}{p \cdot (1 + Tp)}. \quad (4.34)$$

Отметим, что передаточную функцию можно записать еще так

$$W = \frac{k}{p} - \frac{kT}{1 + Tp}, \quad (4.35)$$

что позволяет представить это звено, состоящим из параллельно соединенных звеньев идеального интегрирующего звена и апериодического звена первого порядка. Как показано на рис. 4.7 б, переходная функция звена представляется суммой переходных функций двух звеньев и определяется выражением

$$x_{\text{вых}} = kx_{\text{вх}} \left[t - T \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \right]. \quad (4.36)$$

Изодромное звено. Уравнение звена и его передаточная функция

$$\frac{dx_{\text{вых}}}{dt} = kx_{\text{вх}} + k_1 \frac{dx_{\text{вх}}}{dt}, \quad (4.37)$$

$$W = \frac{k}{p} + k_1. \quad (4.38)$$

По виду передаточной функции можно сделать вывод, что изодромное звено составлено из параллельно включенных звеньев — идеального интегрирующего и безынерционного. Переходная функция звена определяется уравнением

$$x_{\text{вых}} = (kt + k_1) \cdot x_{\text{вх}} \quad (4.39)$$

ее график показан на рис. 4.7 в.

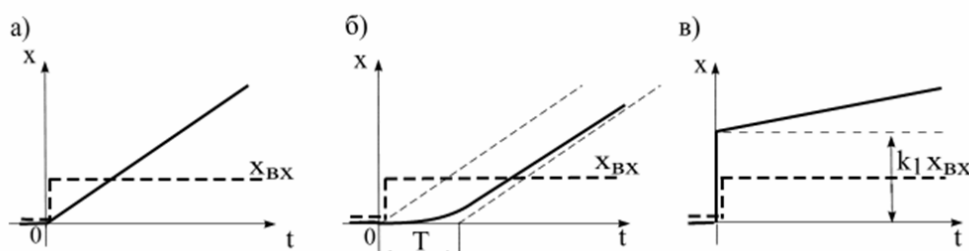


Рис. 4.7. Переходные функции интегрирующих звеньев

Пример 4.3. Идеальным интегрирующим звеном можно считать двигатель постоянного тока в режиме холостого хода. Для цепи якоря справедливо уравнение

$$u = e + i_a R_a + L_a i_a' = k_e \omega + i_a R_a + L_a i_a'.$$

Если пренебречь потерями напряжений $i_a R_a$, $L_a i_a'$ и учесть, что $\omega = d\alpha/dt$, где α — угол поворота вала, получим $u = k_e d\alpha/dt$. Интегрирование данного уравнения дает уравнение идеального интегрирующего звена

$$\alpha = \frac{1}{k_e} \int u dt.$$

Пример 4.4. Многие математические операции эффективно выполняются электронными схемами на основе операционных усилителей. Пример такой схемы дан на рис. 4.8 б.

Для этих усилителей характерно три свойства:

- 1) усилитель имеет исключительно большой коэффициент усиления $k_y \cong 10^6$;
- 2) ток, проходящий через усилитель настолько мал, что при составлении баланса токов им можно пренебречь;
- 3) потенциал в узле «а» можно принять равным нулю, так как $\varphi_a = -x_{\text{вых}}/k_y \cong 0$, потому что $x_{\text{вых}} \ll k_y$.

Покажем, что при данных допущениях, схема на рис. 4.8 б является идеальным интегрирующим звеном. Запишем для точки «а» уравнение баланса токов

$$\frac{x_1 - \varphi_a}{R_1} + \frac{x_2 - \varphi_a}{R_2} + C \frac{d(x_{\text{вых}} - \varphi_a)}{dt} = 0,$$

принимая $\varphi_a = 0$ и интегрируя это уравнение, получим

$$x_{\text{вых}} = -\int (k_1 x_1 + k_2 x_2) dt.$$

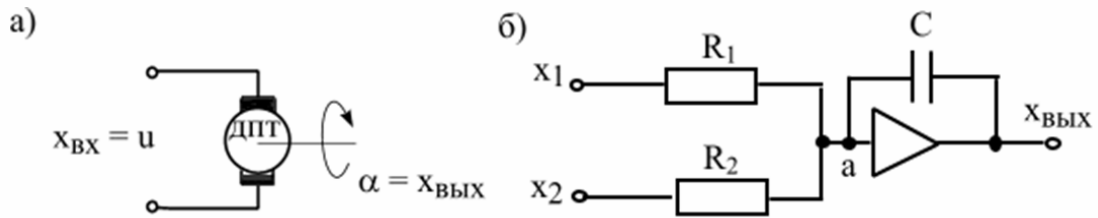


Рис. 4.8. Примеры интегрирующих звеньев

4.3.5. Дифференцирующие звенья.

Дифференцирующие звенья реагируют на скорость изменения входного воздействия, и поэтому в их дифференциальных уравнениях в правой части содержатся производные от входной переменной.

Идеальное дифференцирующее звено. Уравнение динамики звена, его операторное уравнение и передаточная функция имеют вид

$$x_{\text{вых}} = k_d \frac{dx_{\text{вх}}}{dt} \quad (4.40)$$

$$\tilde{X}_{\text{вых}} = k_d p \tilde{X}_{\text{вх}} \quad (4.41)$$

$$W = k_d p. \quad (4.42)$$

Переходная характеристика звена представляет собой импульс с бесконечной амплитудой и бесконечно малой шириной (рис. 4.9 а) и записывается уравнением

$$x_{\text{вых}} = k_d \delta(t) = \infty. \quad (4.43)$$

Действительно, идеальных дифференцирующих звеньев в природе нет, т.к. любое устройство обладает некоторой инерционностью и потерями, но некоторые технические устройства при определенных допущениях могут представляться таким звеном (см. пример 4.5).

Реальное дифференцирующее звено без статизма. Учет инерционности дает следующее уравнение динамики

$$T \frac{dx_{\text{вых}}}{dt} + x_{\text{вых}} = k_d \frac{dx_{\text{вх}}}{dt}. \quad (4.44)$$

Передаточная функция и переходная характеристика звена запишем

$$W = \frac{k_d p}{Tp + 1}, \quad (4.45)$$

$$x_{\text{вых}} = \frac{k_d}{T} x_{\text{вх}} e^{-\frac{t}{T}}. \quad (4.46)$$

График переходной характеристики звена показан на рис. 4.9 б.

Реальное дифференцирующее звено со статизмом.

Уравнение звена

$$T \frac{dx_{\text{вых}}}{dt} + x_{\text{вых}} = k_d \frac{dx_{\text{вх}}}{dt} + kx_{\text{вх}}. \quad (4.47)$$

Передаточная функция и переходная характеристика звена запишутся так

$$W = \frac{k_d p + k}{Tp + 1}, \quad (4.48)$$

$$x_{\text{вых}} = \left[k(1 - e^{-t/T}) + \frac{k_d}{T} e^{-t/T} \right] x_{\text{вх}}. \quad (4.49)$$

График переходной характеристики звена показан на рис. 4.9 в.

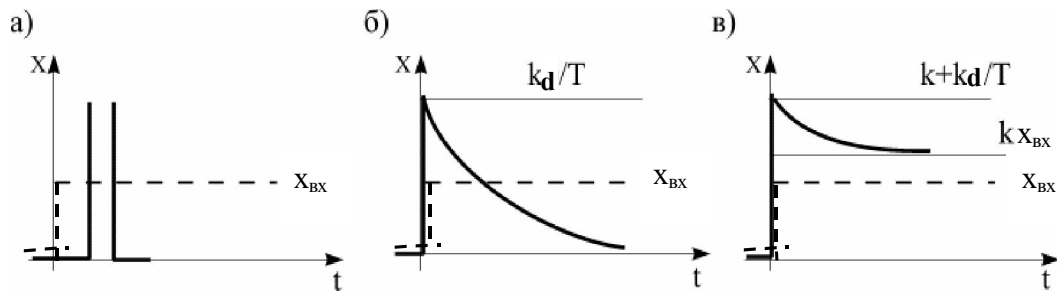


Рис. 4.9. Переходные характеристики дифференцирующих звеньев:
а — идеальное, б — реальное без статизма, в — реальное со статизмом

Пример 4.5. Близким к идеальному дифференцирующему звену можно считать тахогенератор постоянного тока (рис. 4.10 *а*), если входом считать угол поворота ротора $X_{ВХ} = \alpha$, а выходом его напряжение $x_{вых} = u$.

Действительно, при постоянном потоке возбуждения э.д.с. будет пропорциональна частоте вращения $e = k\omega$, т.к. $\omega = d\alpha/dt$, то для режима холостого хода получим

$$u \cong e = k d\alpha/dt.$$

Пример 4.6. Реальным звеном без статизма является С-*R* контур (рис. 4.10 *б*), если принять $x_{вх} = u$, $x_{вых} = u_R$. Из уравнения баланса напряжений

$$u = u_R + u_C = iR + \int idt$$

после однократного дифференцирования и простых преобразований получим

$$T \frac{du_R}{dt} + u = T \frac{du}{dt},$$

где $T = RC$ — постоянная времени.

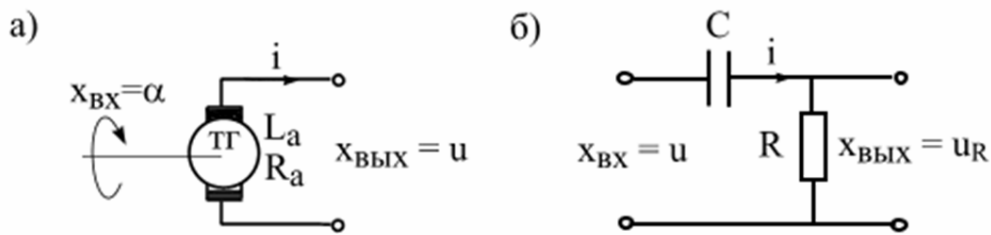


Рис. 4.10. Примеры дифференцирующих звеньев

4.3.6. Запаздывающее звено.

Запаздывающим называется звено, в котором выходное воздействие повторяет входное воздействие без искажений, но с некоторым постоянным запаздыванием во времени на величину τ . Эти условия определяют уравнение звена

$$x_{вых}(t) = x_{вх}(t - \tau). \tag{4.50}$$

Применяя к последнему уравнению теорему запаздывания, запишем

$$\tilde{X}_{вых} = \int_0^{\infty} x_{вх}(t - \tau) e^{-pt} dt$$

или, обозначив $\lambda = t - \tau$, получим

$$\tilde{X}_{вых} = e^{-p\tau} \int_0^{\infty} x_{вх}(\lambda) e^{-p\lambda} d\lambda = e^{-p\tau} \tilde{X}_{вх}.$$

Примерами запаздывающих звеньев являются транспортер, трубопровод гидравлической системы, линия электропередачи, двигатель, начинающий разгоняться через некоторое время после включения, когда его момент превысит значение пускового момента на грузки.

4.4. Частотные характеристики типовых звеньев

Безынерционное звено. В соответствии с передаточной функцией безынерционного звена

$$W(j\omega) = k. \quad (4.51)$$

АФХ строится на комплексной плоскости и для этого звена представляет собой точку на вещественной оси (рис. 4.11 а), которая отстоит от начала координат на расстоянии k . Вещественная и мнимая частотные характеристики звена рассчитываются по формулам

$$P(\omega) = k; \quad Q(\omega) = 0. \quad (4.52)$$

и приведены на рис. 4.11 б.

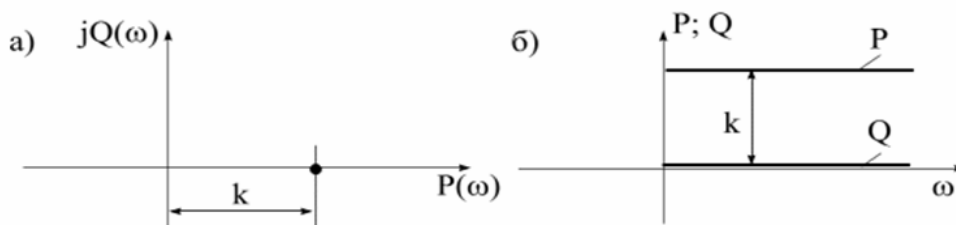


Рис. 4.11. Частотные характеристики безынерционного звена: а — амплитудно-фазовая; б — вещественная и мнимая

Апериодическое звено. АФХ этого звена определяется выражением

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega T}, \quad (4.53)$$

или в показательной форме

$$W(j\omega) = \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \cdot e^{-j \arctg(\omega T)}. \quad (4.54)$$

Последняя формула получена на основе известной показательной формы комплексного числа

$$a + jb = \sqrt{a^2 + b^2} e^{j \arctg \frac{b}{a}}.$$

В выражении (4.54) $\frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$ — модуль, $\arctg(\omega T) = \varphi$ — аргумент вектора $W(j\omega)$.

АФХ апериодического звена (рис. 4.12 а) является окружностью радиуса $k/2$. При изменении частоты от $\omega = 0$ до $\omega = \infty$ вектор $W(j\omega)$ поворачивается на угол $\varphi = -\pi/2$. Вещественная и мнимая характеристики определяются уравнениями

$$P(\omega) = \frac{k}{1 + \omega^2 T^2}, \quad Q(\omega) = -\frac{k\omega T}{1 + \omega^2 T^2}$$

и приведены на рис. 4.12 б.

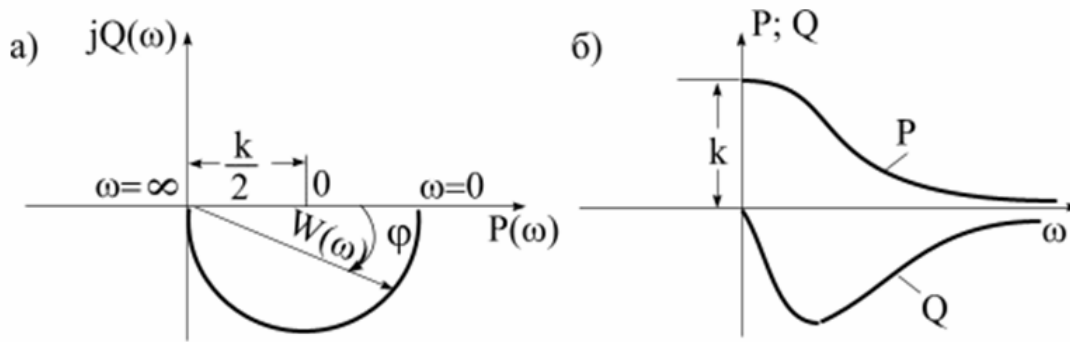


Рис. 4.12. Частотные характеристики аperiodического звена:
а — амплитудно-фазовая; *б* — вещественная и мнимая

Колебательное звено. Уравнение АФХ колебательного звена получим по его передаточной функции (4.22) заменой p на $j\omega$

$$W(j\omega) = \frac{k}{-T^2\omega^2 + j2\lambda T\omega + 1}$$

Как видно из рис. 4.13 *а* АФХ звена располагается в двух квадрантах, при изменении ω от 0 до ∞ вектор $W(j\omega)$ поворачивается на угол $\varphi = -\pi$. Вещественная и мнимая частотные характеристики (рис. 4.13 *б*), построены по уравнениям

$$P(\omega) = \frac{k(1 - T^2\omega^2)}{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4\lambda^2 T^2\omega^2},$$

$$Q(\omega) = -\frac{2k\lambda T\omega}{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4\lambda^2 T^2\omega^2}.$$

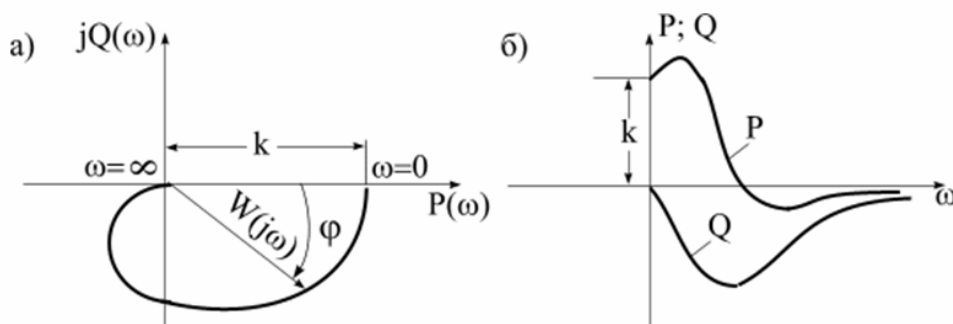


Рис. 4.13. Частотные характеристики колебательного звена:
а — амплитудно-фазовая; *б* — вещественная и мнимая

Реальное дифференцирующее звено без статизма. Уравнение АФХ этого звена имеет вид

$$W(j\omega) = \frac{jk\omega k}{1 + j\omega T} = \frac{k\omega\omega}{\omega T - j},$$

в показательной форме записывается следующим образом:

$$W(j\omega) = \frac{k\omega\omega}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \cdot e^{j \arctg \frac{1}{\omega T}}.$$

Это уравнение окружности с центром, лежащим на вещественной оси на расстоянии $k/2$ от начала координат. При изменении ω от 0 до ∞ вектор $W(j\omega)$ поворачивается на угол $\varphi = +\pi/2$ (рис. 4.14 *а*). Вещественная и мнимая частотные характеристики дифференцирующего звена приведены на рис. 4.14 *б*. Они построены по уравнениям

$$P(\omega) = \frac{k\omega^2 T^2}{1 + \omega^2 T^2}, \quad Q(\omega) = \frac{k\omega\omega}{1 + \omega^2 T^2}.$$

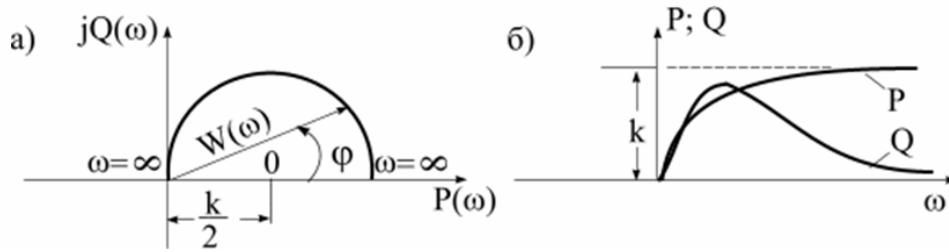


Рис. 4.14. Частотные характеристики дифференцирующего звена:
а — амплитудно-фазовая; б — вещественная и мнимая

Идеальное интегрирующее звено. Для интегрирующего звена

$$W(j\omega) = k/j\omega.$$

АФХ интегрирующего звена (рис. 4.15 а) — это прямая, совпадающая с осью отрицательных мнимых чисел, т.е. в этом звене при всех частотах выходные колебания отстают от входных на угол $\varphi = -\pi/2$. Вещественная и мнимая частотные характеристики приведены на рис. 4.15 б и построены по уравнениям

$$P(\omega) = 0, \quad Q(\omega) = -k/\omega.$$

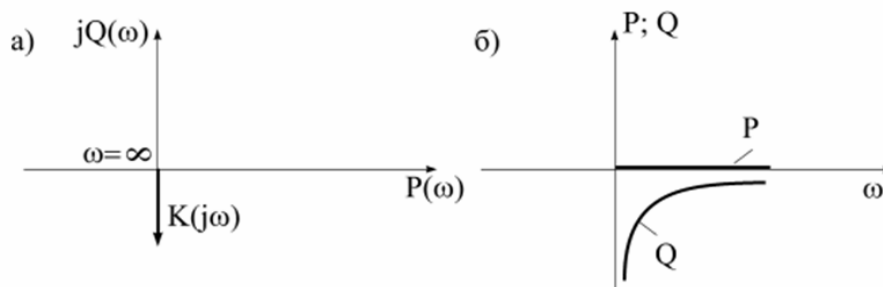


Рис. 4.15. Частотные характеристики интегрирующего звена:
а — амплитудно-фазовая; б — вещественная и мнимая

Запаздывающее звено. Уравнение АФХ запаздывающего звена в соответствии с его передаточной функцией имеет вид

$$W(j\omega) = k \cdot e^{-j\omega\tau} = (\cos \omega\tau - j \sin \omega\tau)k.$$

График АФХ представляет окружность с центром в начале координат и радиусом k (рис. 4.16 а). Вещественная и мнимая частотные характеристики (рис. 4.17 б) построены по уравнениям

$$P(\omega) = k \cos \omega\tau; \quad Q(\omega) = -k \sin \omega\tau.$$

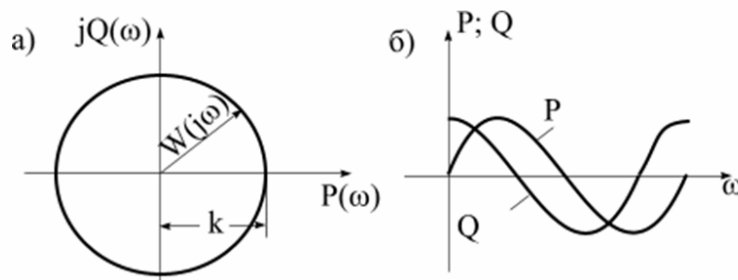


Рис. 4.16. Частотные характеристики запаздывающего звена:
а — амплитудно-фазовая; б — вещественная и мнимая

4.5. Логарифмические частотные характеристики звеньев (ЛЧХ)

Покажем технику построения ЛЧХ на примере двух динамических звеньев.

Безынерционное звено. Логарифмируя частотную передаточную функцию (4.15), найдем $L(\omega) = 20 \lg k$. Так как k от частоты не зависит, ЛАХ безынерционного звена представляет прямую, параллельную оси абсцисс (рис. 4.17).



Рис. 4.17

Апериодическое звено. Заменяв в (4.22) оператор p на $j\omega$ после логарифмирования получим

$$L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2} = L_1(\omega) + L_2(\omega), \quad (4.55)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg T\omega. \quad (4.56)$$

Рассмотрим вторую составляющую в (4.55)

$$L_2(\omega) = -20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2} \quad (4.57)$$

В диапазоне частот, когда $\omega^2 T^2 \ll 1$, можно считать $L_2(\omega) \cong 0$. При частотах, когда $\omega^2 T^2 \gg 1$, получим $L_2(\omega) = -20 \lg \omega T$. При $\omega T = 1$, подкоренное выражение равно 2 и $L_2(\omega) = 3$ дБ. Логарифмическая амплитудная характеристика в этом случае может быть представлена в виде двух прямых (асимптот), сопрягаемых в точке $\omega_s = \frac{1}{T}$. Частота ω_s называется *сопрягающей частотой*. Асимптота $L_2(\omega) = 0$ совпадает с осью абсцисс, асимптота $L_2(\omega) = -20 \lg \omega T$ наклонена к оси. Наклон второй асимптоты найдем по двум точкам: $\omega = \omega_1$ и $\omega = 2\omega_1$. Разность ординат составит

$$-(20 \lg 2\omega_1 T - 20 \lg \omega_1 T) = -20 \lg \frac{2\omega_1 T}{\omega_1 T} = -20 \lg 2 = -6 \text{ дБ}.$$

Это означает, что при двукратном изменении частоты прямая имеет наклон -6 дБ на октаву. При десятикратном изменении частоты разность ординат

$$-(20 \lg 2\omega_1 T - 20 \lg \omega_1 T) = -20 \lg \frac{10\omega_1 T}{\omega_1 T} = -20 \lg 10 = -20 \text{ дБ}.$$

Наклон прямой при этом составит -20 дБ/дек. Знак « $-$ » показывает, что при возрастании частоты ординаты ЛАХ убывают (отрицательный наклон).

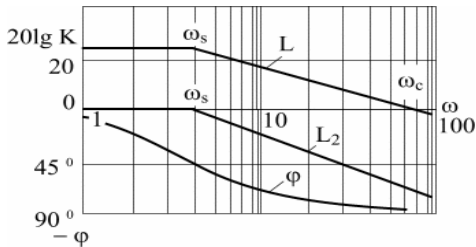


Рис. 4.18. ЛАХ инерционного звена

На рис. 4.18 показано сопряжение двух асимптот. Первая асимптота параллельна оси абсцисс и отстоит от нее на расстоянии $20 \lg k$. Результирующая ЛАХ аperiодического звена $L(\omega)$ получается сложением двух составляющих. В окрестности $\omega = \omega_s$ сопряжение может быть произведено плавной кривой, проходящей через точку, лежащую ниже пересечения асимптот на 3 дБ. Частота, при которой ЛАХ пересекает ось абсцисс, называется частотой среза.

Логарифмическая фазовая характеристика $\varphi(\omega) = -\arctg T\omega$ может быть построена по точкам (рис. 4.18). Характерные точки $\varphi(\omega) = 0$; $\varphi(\omega_c) = 45^\circ$; $\varphi(\infty) = 90^\circ$.

Глава 5. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

5.1. Общие замечания

Различают два рода уравнений автоматических систем: *уравнения статики* (уравнения состояния равновесия) и *уравнения динамики* (уравнения переходных процессов).

Уравнения статики отражают связь между величинами, характеризующими автоматическую систему в ее установившихся состояниях. По уравнениям статики определяются значения регулируемых величин, положения регулирующих органов, расходы энергии или вещества через систему, параметры настройки и т.д.

Уравнения динамики описывают поведение автоматической системы в переходных процессах при появлении возмущающих сил и после прекращения их действия.

Все автоматические системы состоят из элементов, которые можно разделить на два типа: элементы с сосредоточенными параметрами и элементы с распределенными параметрами.

Элементы с сосредоточенными параметрами. Физическое состояние таких элементов и их поведение в системе полностью определяется конечным числом переменных. Эти переменные могут иметь любую физическую природу (температура, давление, скорость, напряжение и т.д.). Переменные величины, задающие состояние элемента, носят название «обобщенных координат» этого элемента. Число обобщенных координат определяет число степеней свободы элемента с сосредоточенными параметрами. Примером элемента с сосредоточенными параметрами может служить физический маятник, состояние которого при заданной длине определяется одной координатой — отклонением центра тяжести маятника от положения равновесия. Динамика элементов с сосредоточенными параметрами описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Если система автоматического регулирования состоит из элементов с сосредоточенными параметрами, то при математическом описании она расчленяется на звенья с одной степенью свободы. Число таких звеньев будет равно числу степеней свободы расчленяемой системы или числу переменных, участвующих в данной модели.

Элементы с распределенными параметрами имеют бесконечное число степеней свободы. Примером таких элементов может служить линия электропередачи, стенка трубы парового котла и т.д. Динамика элементов с распределенными параметрами описывается дифференциальными уравнениями в частных производных.

5.2. Определение начальных условий

Под начальными условиями динамического процесса понимается его состояние в момент времени, принятый за начало процесса. Начальные условия задаются совокупностью значений выходной координаты исследуемой системы и некоторого числа ее производных при $t = 0$.

Если уравнение динамики представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение n -ного порядка, то для его решения необходимо располагать начальными значениями выходной координаты и ее производных по времени до $(n-1)$ -го порядка включительно. Начальные условия называются *нулевыми*, если начальные значения выходной координаты и ее производных до $(n-1)$ -го порядка включительно все порознь равны нулю. Если хотя бы одно из начальных значений не равно нулю, начальные условия называются *ненулевыми*.

При исследовании процессов автоматического регулирования часто используются возмущения, представляющие скачкообразное изменение входной координаты или ее производных. Это влечет за собой необходимость допущения скачков выходной координаты или ее производных в момент приложения подобных возмущений. Начальные значения

этих величин будут различными в зависимости от того, будет ли приближение к $t = 0$ справа или слева. Например, если ко входу механической системы с одной степенью свободы, находящейся в состоянии равновесия, в некоторый момент времени приложить конечную силу f , то при приближении к началу процесса слева значения как выходной координаты, так и ее производных будут нулевыми.

При приближении к $t = 0$ справа уравнение системы для $t = 0$ будет таким

$$mx''_{\text{вых}}(0+) + rx'_{\text{вых}}(0+) + kx_{\text{вых}}(0+) = f, \quad (5.1)$$

где $mx''_{\text{вых}}(0+)$, $rx'_{\text{вых}}(0+)$ и $kx_{\text{вых}}(0+)$ — предельные значения этих величин для $t = 0$ при приближении справа. Так как скорость и перемещение тела, обладающего массой, не могут изменяться скачком, то, следовательно, в начальный момент должны соблюдаться условия

$$rx'_{\text{вых}}(0+) = 0, \quad kx_{\text{вых}}(0+) = 0, \quad mx''_{\text{вых}}(0+) = f.$$

Примечание. В дальнейшем под начальными условиями процесса, описываемого обыкновенным дифференциальным уравнением n -го порядка, будем понимать совокупность предельных значений, к которым стремятся величины выходной координаты системы и ее производных до $(n - 1)$ -го порядка включительно при приближении к началу процесса ($t = 0$) справа.

При описании сложной системы, имеющей дифференциальное уравнение высокого порядка, рекомендуется сначала расчленить систему на звенья с одной степенью свободы, а затем для каждого звена отдельно определять начальные условия. Таким образом, правильное определение начальных условий требует глубокого понимания физического существа задачи и тщательного анализа.

5.3. Способы записи математических моделей

Математическая модель физического объекта представляет собой систему соотношений между его внутренними и внешними параметрами. Для автоматических систем такими соотношениями обычно являются дифференциальные и алгебраические уравнения.

Процесс составления математической модели автоматической системы разбивается на два этапа. Сначала составляются математические модели элементов системы, а затем математическая модель всей системы. Дальнейшая работа с моделью определяется тем, какая это модель — линейная или нелинейная.

Нелинейная модель. Если модель нелинейная, то ее упрощения существенно ограничены. Работа с нелинейной моделью, с одной стороны, требует привлечения сложного математического аппарата, а с другой стороны, почти всегда исключает возможность глубоких обобщений. Это затрудняет качественный анализ системы, и поэтому, когда это возможно, ее пытаются либо упростить структурно, либо упростить ее математическую формулировку, т.е. линеаризовать. Если избавиться от нелинейности не удастся, модель решают численными методами.

Линейная модель допускает широкий круг преобразований и может записываться в нескольких формах, основными из которых являются:

1. **Модель в виде единого уравнения.** Приведение системы уравнений к одному уравнению основано на том, что у соединенных между собой элементов входные переменные одного элемента являются выходными переменными другого, и поэтому исключение промежуточных переменных позволяет такое преобразование проводить.

2. **Модель в операторной форме.** Операторная форма получается после прямого интегрального преобразования Лапласа исходных уравнений. В зависимости от того, какой режим системы исследуется, эти преобразования могут осуществляться как при нулевых, так и при ненулевых начальных условиях.

3. Модель в виде структурных схем или графов. Структурные схемы или графы модели составляются на основе ее операторных уравнений.
4. Модель в виде передаточных функций. Передаточные функции модели определяются как на основе операторной формы, так и на основе структурных схем или графов.

5.4. Примеры математических моделей элементов

В предыдущей главе приведены примеры составления моделей ряда простейших элементов. Далее на нескольких примерах покажем технику составления более сложных математических моделей, а также обсудим методы их преобразований.

Математическая модель термопары. В равновесном состоянии, когда температура рабочего спая термопары θ_m равна температуре измеряемой среды θ_{cp} , термоэлектродвижущая сила термопары E определена и неизменна.

Пусть в какой-то момент времени температура среды скачкообразно возросла на $\Delta\theta_{cp}$. Тогда за счет разности температур измеряемой среды и термопары последняя будет нагреваться до температуры среды, однако процесс нагрева рабочего спая будет проходить не мгновенно, а в течение времени, зависящего от объема и свойств металла спая. Воспользуемся уравнением теплопередачи конвекцией. Количество тепла, переданное от измеряемой среды рабочему спая термопары за бесконечно малый отрезок времени, равно

$$Q_1 = \alpha F(\theta_{cp} - \theta_m)dt, \quad (5.2)$$

где α — коэффициент теплоотдачи конвекцией; F — поверхность теплопередачи (рабочего спая).

Количество тепла, полученное термопарой при нагреве на $d\theta_m$ градусов, равно

$$Q_2 = mc d\theta_m, \quad (5.3)$$

где m — масса металла рабочего спая; c — удельная теплоемкость металла спая.

Так как всегда должно соблюдаться условие $Q_1 = Q_2$, то, приравнявая (5.2) и (5.3) получим

$$\frac{mc}{\alpha F} \frac{d\theta_m}{dt} = \theta_{cp} - \theta_m. \quad (5.4)$$

Примем, что зависимость между термо э.д.с. и температурой рабочего спая линейная, т.е.

$$E = k\theta_m, \quad (5.5)$$

где k — коэффициент пропорциональности. Тогда подстановка θ_m из формулы (5.5) в формулу (5.4) даст

$$\frac{mc}{\alpha F} \frac{dE}{dt} + E = k\theta_{cp}.$$

Подстановкой $\frac{mc}{\alpha F} = T$ получаем стандартное уравнение звена

$$T \frac{dE}{dt} + E = k\theta_{cp}. \quad (5.6)$$

Уравнение (5.6) показывает, что при принятых допущениях, термопара является аperiодическим звеном первого порядка, входная величина которого — температура измеряемой среды θ_{cp} , выходная — термоэлектродвижущая сила E , коэффициент k — является коэффициентом передачи звена, T — постоянная времени звена.

Математическая модель двигателя постоянного тока (ДПТ) состоит из двух групп уравнений, одна группа описывает внутренние процессы в двигателе, а другая его связи с «внешним окружением». Составим модель ДПТ независимого возбуждения (рис. 5.1).

Уравнения внутренних процессов:

При отсутствии насыщения магнитный поток пропорционален току в обмотке возбуждения

$$\phi(t) = c_\phi i_\phi(t). \quad (5.7)$$

Э.д.с. вращения в якоре пропорциональна частоте вращения $\omega(t)$ и потоку $\phi(t)$

$$e(t) = c_e \omega(t) \phi(t). \quad (5.8)$$

Движущий электромагнитный момент возникает при взаимодействии тока якоря с магнитным потоком

$$m(t) = c_m i_a(t) \phi(t). \quad (5.9)$$

В уравнениях 5.7, 5.8, 5.9 постоянные коэффициенты c_ϕ, c_e, c_m учитывают конструктивные параметры машины, и их численные значения легко определяются по паспортным или экспериментальным данным.

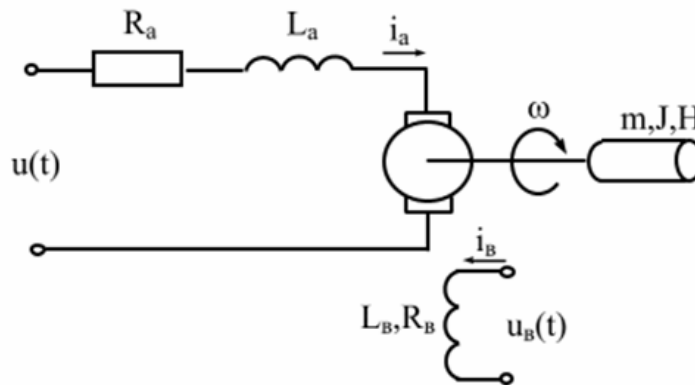


Рис. 5.1. Расчетная схема двигателя постоянного тока независимого возбуждения

Уравнения внешних связей определены подключением двигателя к внешним объектам: обмотка якоря подключена к источнику напряжения $u(t)$, обмотка возбуждения к источнику напряжения $u_\phi(t)$ и вал двигателя к нагрузке (к рабочему механизму). Уравнения состояются из условий равновесия (или баланса):

уравнение напряжений для обмотки якоря

$$u(t) = e(t) + R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a}{dt}, \quad (5.10)$$

уравнение напряжений для обмотки возбуждения

$$u_\phi(t) = R_\phi i_\phi(t) + L_\phi \frac{di_\phi}{dt}, \quad (5.11)$$

уравнение моментов

$$m_o(t) - m(t) - m_{mp}(t) = J \frac{d\omega}{dt}, \quad (5.12)$$

В этих уравнениях R_a, R_ϕ, L_a, L_ϕ — активные сопротивления и индуктивности цепей якоря и возбуждения; $m(t)$ — момент сопротивления нагрузки; $m_{mp}(t) = H\omega(t)$ — момент механических потерь, определяемый коэффициентом трения H ; J — момент инерции вращающихся масс.

Уравнение моментов составлено на основе второго закона Ньютона, который для вращающихся масс записывается в виде $\sum M = J d\omega/dt$.

Таким образом, математической моделью двигателя постоянного тока независимого возбуждения является система дифференциально-алгебраических уравнений (5.7—5.12). И хотя в модели все элементы линейные (не учитывается насыщение магнитопровода),

модель двигателя, тем не менее, нелинейная. Причиной нелинейности являются произведения переменных величин $\omega(t) \cdot \phi(t)$ и $i_a(t) \cdot \phi(t)$ в уравнениях (5.8) и (5.9).

Из теории машин постоянного тока известно несколько способов регулирования частоты вращения вала:

- 1) изменением напряжения якоря (якорное управление);
- 2) изменением напряжения возбуждения;
- 3) комбинированное регулирование;
- 4) изменением сопротивления цепи якоря.

Конечно, все эти способы могут быть исследованы на общей модели двигателя, полученной выше, но иногда выгоднее отказаться от общей модели и использовать ее более простые версии.

Модель ДПТ при якорном регулировании. Регулирование осуществляется изменением напряжения якоря $u(t)$ при постоянных параметрах цепи возбуждения. Это условие позволяет исключить из модели уравнение для цепи возбуждения (5.11), в результате чего модель становится линейной

$$\begin{aligned} u(t) &= e(t) + R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a}{dt}, \\ e(t) &= k_e \omega(t), \\ m_\delta(t) &= k_m i_a(t), \\ m_\delta(t) - m(t) - m_{mp}(t) &= J \frac{d\omega}{dt}, \\ m_{mp}(t) &= H\omega(t). \end{aligned} \quad (5.13)$$

Такую модель можно записать как в операторной форме, так и в виде структурной схемы.

Операторную форму записи модели дает прямое преобразование Лапласа уравнений (5.13). Преобразование при нулевых начальных условиях приводит к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} \tilde{U} &= \tilde{E} + R_a \tilde{I}_a + pL_a \tilde{I}_a, \\ \tilde{E} &= k_e \tilde{\omega}, \\ \tilde{M}_\delta &= k_m \tilde{I}_a, \\ \tilde{M}_\delta - \tilde{M} - \tilde{M}_{mp} &= pJ\tilde{\omega}, \\ \tilde{M}_{mp} &= H\tilde{\omega}. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Для представления модели в виде структурной схемы все уравнения (5.14) должны представлять уравнения звеньев, т.е. явно выраженную входную и выходную переменные.

С этой целью первое уравнение в (5.14) перепишем так

$$\tilde{I}_a = \frac{\tilde{U} - \tilde{E}_{ep}}{R_a + pL_a} = \frac{k_a}{1 + T_a p} \Delta \tilde{U} \quad (5.15)$$

где $k_a = 1/R_a$ — коэффициент передачи; $T_a = L_a/R_a$ — электромагнитная постоянная времени.

В таком виде уравнение определяет звено с входным воздействием $\Delta \tilde{U} = (\tilde{U} - \tilde{E}_{ep})$ и выходным воздействием \tilde{I}_a . Передаточная функция звена

$$W_1 = \frac{k_a}{1 + T_a p}. \quad (5.16)$$

Объединив четвертое и пятое уравнения в (5.14), после преобразований получим

$$\tilde{\omega} = \frac{\tilde{M}_\delta - \tilde{M}}{H + Jp} = \frac{k_{mp}}{1 + T_m p} \Delta \tilde{M}, \quad (5.17)$$

где $k_{mp} = 1/H$ — коэффициент передачи и $T_m = J/H$ — механическая постоянная времени. Передаточная функция этого звена

$$W_3 = \frac{k_{mp}}{1 + T_m p}. \quad (5.18)$$

Второе и третье уравнения в (5.14) преобразований не требуют, т.к. уже определяют звенья с передаточными функциями

$$W_4 = k_e, \quad (5.19)$$

$$W_2 = k_m. \quad (5.20)$$

Соединяя звенья между собой, получим модель двигателя в виде структурной схемы (рис. 5.2).

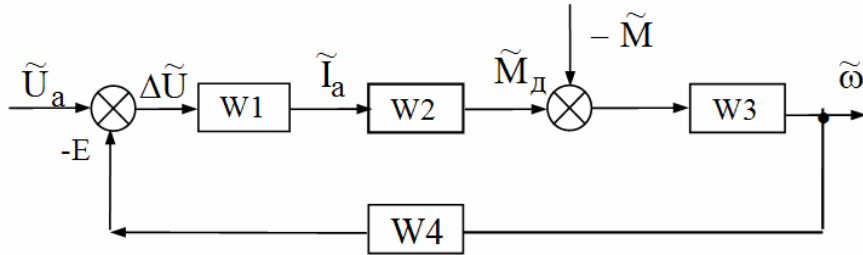


Рис. 5.2. Структурная схема двигателя постоянного тока независимого возбуждения с якорным управлением

Обе формы записи модели, как операторная, так и в виде структурной схемы, позволяют получать все динамические характеристики двигателя, например $\tilde{\omega} = f(\tilde{U}, \tilde{M})$, $\tilde{I}_a = f(\tilde{\omega}, \tilde{M})$ и т.д.

Покажем процесс получения характеристики с использованием структурной схемы.

Динамика частоты вращения $\tilde{\omega} = f(\tilde{U}, \tilde{M})$. В модели имеются два возмущающих воздействия — напряжение якоря \tilde{U} и момент нагрузки на валу \tilde{M} . Так как модель линейная, то реакцию двигателя на комбинированное воздействие определим суммированием отдельных реакций.

Реакция двигателя на изменение напряжения определяется передаточной функцией, составленной относительно точек \tilde{U} и $\tilde{\omega}$ при $\tilde{M} = 0$

$$W_{u,\omega} = \frac{W_1 W_2 W_3}{1 + W_1 W_2 W_3 W_4} = \frac{W_{n1}}{1 + W_p}, \quad (5.21)$$

где W_{n1} — передаточная функция прямого пути прохождения воздействия; W_p — передаточная функция разомкнутой схемы.

Реакция на изменение момента определяется передаточной функцией составленной относительно точек \tilde{M} и $\tilde{\omega}$ при $\tilde{U} = 0$

$$W_{m,\omega} = \frac{W_{n2}}{1 + W_p}, \quad (5.22)$$

где $W_{n2} = W_3$ — передаточная функция прямого пути прохождения воздействия.

Реакция двигателя на комбинированное действие обоих возмущений будет такой

$$\tilde{\omega} = W_{u,\omega} \tilde{U} + W_{m,\omega} \tilde{M}, \quad (5.23)$$

где

$$W_{u,\omega} = \frac{k_a k_m k_{mp}}{A(p)}, \quad (5.24)$$

$$W_{m,\omega} = \frac{k_{mp}}{A(p)}. \quad (5.25)$$

Здесь $A(p)$ — характеристическое уравнение двигателя, которое определяется по формуле

$$A(p) = (1 + T_a p)(1 + T_m p) + k_a k_m k_{mp} k_e \quad (5.26)$$

или

$$A(p) = a_2 p^2 + a_1 p + a_0, \quad (5.27)$$

где $a_2 = T_a T_m$; $a_1 = T_a + T_m$; $a_0 = 1 + k_a k_m k_{mp} k_e$.

Модель ДПТ при регулировании возбуждением. В этом случае регулирование осуществляется изменением напряжения обмотки возбуждения при неизменном напряжении якоря. Это позволяет в исходной модели двигателя переменную $u(t)$ заменить постоянным коэффициентом U и тогда модель запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} U &= e(t) + R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a}{dt}, \\ e(t) &= k_e i_g(t) \cdot \omega(t), \\ u_g(t) &= R_g i_g(t) + L_g \frac{di_g}{dt}, \\ m_o(t) &= k_m i_a(t) \cdot i_g(t), \\ m_o(t) - m(t) - m_{mp}(t) &= J \frac{d\omega}{dt}. \end{aligned} \quad (5.28)$$

Полученная модель двигателя осталась нелинейной, методы ее решения определяются только характером задач.

Если предполагается исследовать динамику двигателя при глубоких изменениях режимов, таких, например, как пуск, значительные изменения нагрузки и т.д., то для решения модели надо привлекать специальные математические методы.

Если динамика машины исследуется при малых изменениях в окрестности заданного рабочего режима, то модель можно линеаризовать и использовать ресурсы линейных моделей.

Проведем линеаризацию модели двигателя для режима определенного следующими параметрами $U, I_{a0}, I_{g0}, \omega_0$. Запишем модель в приращениях переменных

$$\begin{aligned} U &= \Delta e(t) + R_a \Delta i_a(t) + L_a \frac{d\Delta i_a}{dt}, \\ \Delta e(t) &= k_e I_{g0} \Delta \omega(t) + k_e \omega_0 \Delta i_g(t), \\ \Delta u_g(t) &= R_g \Delta i_g(t) + L_g \frac{d\Delta i_g}{dt}, \\ \Delta m_d(t) &= k_m I_{a0} \Delta i_g(t) + k_m I_{g0} \Delta i_a(t), \\ \Delta m_d(t) - \Delta m(t) - \Delta m_{mp}(t) &= J \frac{d\Delta \omega}{dt}. \end{aligned} \quad (5.29)$$

Теперь над уравнениями (5.29) проведем преобразование Лапласа. Для упрощения записи опустим символ Δ и введем обозначения $k_{e1} = k_e I_{g0}$, $k_{e2} = k_e \omega_0$, $k_{m1} = k_m I_{a0}$, $k_{m2} = k_m I_{g0}$

$$\begin{aligned} U &= \tilde{E} + R_a \tilde{I}_a + p L_a \tilde{I}_a, \\ \tilde{E} &= k_{e1} \tilde{\omega} + k_{e2} \tilde{I}_g, \\ \tilde{U}_g &= R_g \tilde{I}_g + p L_g \tilde{I}_g, \end{aligned} \quad (5.30)$$

$$\begin{aligned}\tilde{M}_d &= k_{m1}\tilde{I}_e + k_{m2}\tilde{I}_a, \\ \tilde{M}_d - \tilde{M} - \tilde{M}_{mp} &= pJ\tilde{\omega}.\end{aligned}$$

Остальные преобразования, такие как построение структурной схемы, получение операторных характеристик двигателя, предлагаем читателю провести самостоятельно.

5.5. Пример построения математической модели автоматической системы

Теперь покажем технику математического моделирования автоматической системы на примере функциональной схемой приведенной на рис. 5.3. Эта система выполняет стабилизацию частоты вращения вала. В качестве объекта управления в ней использован двигатель постоянного тока независимого возбуждения с якорным управлением. В системе установлены два контура обратных связей.

Контур регулирования скорости является главной ОС системы, он охватывает всю систему с выхода на вход и передает информацию в устройство управления о регулируемом параметре ω . Контур содержит датчик скорости (тахогенератор) и регулятор скорости, формирующий закон регулирования по скорости.

Контур регулирования тока является местной ОС и предназначен для ограничения тока якоря. Контур содержит датчик тока (резистор в цепи якоря) и регулятор тока.

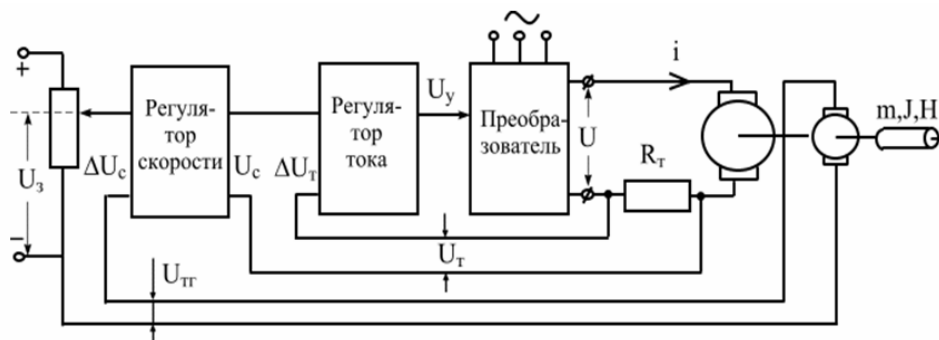


Рис. 5.3. Функциональная схема автоматической стабилизации частоты вращения вала

Моделирование системы начинается с разработки математических моделей ее элементов. (Уравнения моделей даются также в операторной форме).

Модель регулятора скорости. На вход регулятора скорости поступает сигнал рассогласования по скорости Δu_c , который преобразуется в этом регуляторе по закону

$$u_c(t) = k_c \Delta u_c(t), \quad (5.31)$$

$$\tilde{U}_c = k_c \Delta \tilde{U}_c = W_c \Delta \tilde{U}_c. \quad (5.32)$$

Это так называемый пропорциональный регулятор или П-регулятор.

Модель датчика тока. Датчиком тока служит резистор R_T , включенный последовательно в якорную цепь двигателя. По закону Ома

$$u_T(t) = R_T i(t), \quad (5.33)$$

$$\tilde{U}_T = R_T \tilde{I} = W_{dT} \tilde{I}. \quad (5.34)$$

Модель регулятора тока. В регуляторе тока сигнал $u_T(t)$ преобразуется в сигнал управления $u_y(t)$ в соответствии с выбранным законом регулирования тока. Используем П-регулятор, тогда

$$u_y(t) = k_T u_T(t), \quad (5.35)$$

$$\tilde{U}_y = k_T \tilde{U}_T = W_T \tilde{U}_T. \quad (5.36)$$

Модель преобразователя. Управление двигателем осуществляется трехфазным преобразователем с линейной зависимостью выходного напряжения $u(t)$ от сигнала управления $u_y(t)$. Если пренебречь его инерционностью, то можно записать

$$u(t) = k_{np} u_y(t), \quad (5.37)$$

$$\tilde{U} = k_{np} \tilde{U}_y = W_{np} \tilde{U}_y. \quad (5.38)$$

Модель ДПТ. Модель двигателя постоянного тока независимого возбуждения при якорном управлении представлена уравнениями 5.13 и 5.14.

Модель тахогенератора. Обычно тахогенераторы выполняются с линейной статической характеристикой и их инерционностью пренебрегают, поэтому

$$u_{тр}(t) = k_{тр} \omega(t), \quad (5.39)$$

$$\tilde{U}_{тр} = k_{тр} \tilde{\omega} = W_{тр} \tilde{\omega}. \quad (5.40)$$

Математическая модель системы. Для составления модели проследим на функциональной схеме путь прохождения воздействий и их преобразования

- 1) $\Delta u_c(t) = u_3(t) - u_{тр}(t)$, $\Delta \tilde{U}_c = \tilde{U}_3 - \tilde{U}_{тр}$,
- 2) $u_c(t) = k_c \Delta u_c(t)$, $\tilde{U}_c = W_c \Delta \tilde{U}_c$,
- 3) $\Delta u_{тр}(t) = u_c(t) - u_{тр}(t)$, $\Delta \tilde{U}_{тр} = \tilde{U}_c - \tilde{U}_{тр}$,
- 4) $u_y(t) = k_T \Delta u_{тр}(t)$, $\tilde{U}_y = W_T \Delta \tilde{U}_{тр}$,
- 5) $u(t) = k_{np} u_y(t)$, $\tilde{U} = W_{np} \tilde{U}_y$,
- 6) $u(t) = e(t) + R_a i(t) + L_a \frac{di}{dt}$, $\tilde{I} = W_1 \Delta \tilde{U}$,
- 7) $m_d(t) = k_m i(t)$, $\tilde{M}_d = W_2 \tilde{I}$,
- 8) $m_d(t) - m(t) - m_{тр}(t) = J \frac{d\omega}{dt}$, $\tilde{\omega} = W_3 \Delta \tilde{M}$,
- 9) $e(t) = k_e \omega(t)$, $\tilde{E} = W_4 \tilde{\omega}$,
- 10) $u_{тр}(t) = R_T i(t)$, $\tilde{U}_{тр} = W_{дт} \tilde{I}$,
- 11) $u_{тр}(t) = k_{тр} \omega(t)$, $\tilde{U}_{тр} = W_{тр} \tilde{\omega}$.

Структурная схема, соответствующая этим уравнениям, представлена на рис. 5.4.

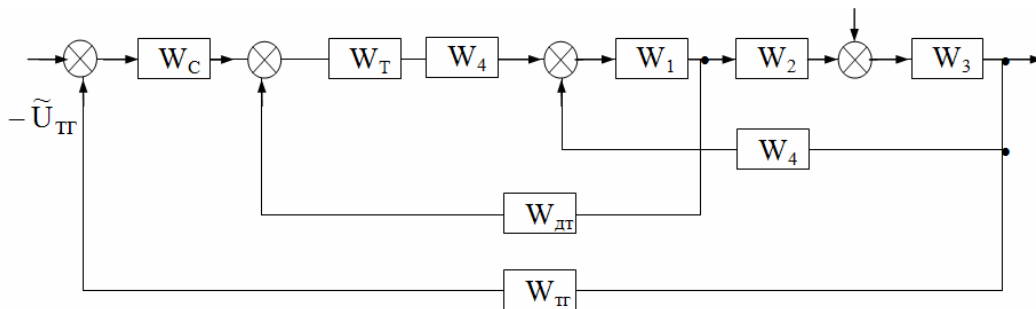


Рис. 5.4.

По этой структурной схеме могут быть построены все динамические характеристики системы. В качестве примера покажем построение одной из них.

Динамика частоты вращения $\tilde{\omega} = f(\tilde{U}_3, \tilde{M})$. Так как модель содержит два внешних воздействия \tilde{U}_3 и \tilde{M} , то в силу ее линейности будем определять передаточные функции по каждому воздействию отдельно.

Реакция системы на изменение задания определяется передаточной функцией относительно точек $\tilde{U}_3, \tilde{\omega}$ при $\tilde{M} = 0$

$$W_{u_3, \omega} = \frac{W_c W_T W_{np} W_1 W_2 W_3}{1 + W_1 W_2 W_3 W_4 + W_T W_{np} W_1 W_{дт} + W_c W_T W_{np} W_1 W_2 W_3 W_{тг}}$$

или после подстановок и упрощений

$$W_{u_3, \omega} = \frac{b_{12} p^2 + b_{11} p + b_{10}}{A(p)},$$

где $b_{12} = T_a T_m k_e R_T k_{тг}$; $b_{11} = (T_a + T_m) k_e R_T k_{тг}$; $b_{10} = k_e R_T k_{тг}$.

Реакция системы на изменение момента нагрузки определяется передаточной функцией относительно точек $\tilde{M}, \tilde{\omega}$ при $\tilde{U}_3 = 0$

$$W_{m, \omega} = \frac{W_3}{1 + W_1 W_2 W_3 W_4 + W_T W_{np} W_1 W_{дт} + W_c W_T W_{np} W_1 W_2 W_3 W_{тг}}$$

или

$$W_{m, \omega} = \frac{b_{21} p + b_{20}}{A(p)},$$

где $b_{20} = k_c k_T k_{np} k_a k_m k_{тп} k_e R_T k_{тг}$; $b_{21} = T_a b_{20}$.

В полученных передаточных функциях знаменатель $A(p)$ является характеристическим уравнением системы и определяется уравнением

$$A(p) = a_2 p^2 + a_1 p + a_0,$$

где $a_2 = T_a T_m (k_e R_T + k_c k_T k_{np} R_T k_{тг})$,

$$a_1 = (T_a + T_m) (k_e R_T + k_c k_T k_{np} R_T k_{тг}) + T_a k_c k_m k_{тп} k_e k_{тг},$$

$$a_0 = k_c k_T k_{np} k_a k_m k_{тп} k_e k_e + k_e R_T + k_c k_m k_{тп} k_e k_{тг} + k_c k_T k_{np} R_T k_{тг}.$$

По полученным передаточным функциям легко определяется результирующая характеристика системы

$$\tilde{\omega} = W_{u_3, \omega} \tilde{U} + W_{m, \omega} \tilde{M}.$$

Следует заметить, что полученное выражение характеристики представляет собой операторное уравнение, которое требуется с помощью обратного преобразования Лапласа преобразовать в оригинал.

5.6. Методы построения переходных процессов

Для определения числовых значений переходного процесса необходимо иметь его кривую, которую можно получить тремя способами: экспериментально, при помощи моделирования и расчетным путем. Ниже дается обзор некоторых расчетных методов построения переходных процессов. Это методы, основанные на решении дифференциальных уравнений, и частотный метод.

Методы решения дифференциального уравнения системы разделяют на точные и приближенные. К точным методам относятся классический и операторный. Различные численные и графические методы решения дифференциальных уравнений являются приближенными.

Классический метод. При решении дифференциального уравнения этим методом возникают трудности, связанные с определением корней характеристического уравнения и с решением системы алгебраических уравнений для определения постоянных интегрирования из начальных условий. Эти трудности существенно увеличиваются с возрастанием порядка дифференциального уравнения. Кроме того, решение дифференциального уравнения значительно

усложняется, когда встречаются не нулевые начальные условия, или правая часть уравнения содержит производные. По этим причинам классический метод в автоматике находит ограниченное применение.

Операторный метод. Решение дифференциального уравнения операторным методом сводится к отысканию оригинала функции по ее известному изображению путем обратного преобразования Лапласа. Так, если мы хотим найти переходную функцию $x_{\text{ВЫХ}}(t)$, то необходимо знать ее изображение $\tilde{X}_{\text{ВЫХ}}$, тогда

$$x_{\text{ВЫХ}}(t) = L^{-1}[\tilde{X}_{\text{ВЫХ}}]$$

В свою очередь изображение $\tilde{X}_{\text{ВЫХ}}$ легко находится при помощи передаточной функции замкнутой системы по известной формуле

$$\tilde{X}_{\text{ВЫХ}} = W\tilde{X}_{\text{ВХ}}$$

Для отыскания оригинала $x_{\text{ВЫХ}}(t)$ существует несколько способов. Можно использовать таблицы изображений, которыми удобно пользоваться при определении переходных функций типовых звеньев, т.к. в таблицах приведены сравнительно простые выражения для изображений. Однако изображение $\tilde{X}_{\text{ВЫХ}}$ для автоматических систем обычно является сложной функцией аргумента p . В этом случае для нахождения оригинала $x_{\text{ВЫХ}}(t)$ лучше подходит теорема разложения.

Операторный метод решения дифференциального уравнения по сравнению с классическим обладает тем преимуществом, что в нем остается только одна трудная операция — определение корней алгебраического уравнения. Вторая трудная операция, связанная с определением постоянных интегрирования, отпадает, т.к. начальные условия учитываются автоматически при составлении передаточной функции системы. Поэтому операторный метод является более удобным, и его часто применяют для решения практических задач автоматического регулирования.

Частотный метод построения переходного процесса. Построение кривой переходного процесса по известным частотным характеристикам системы имеет большое практическое значение, т.к. не связано с громоздкими вычислениями. Кроме того, частотные характеристики можно снять экспериментально.

Этот метод построения переходного процесса основывается на связи между временными и частотными характеристиками, определяемой преобразованием (интегралом) Фурье

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (5.42)$$

где $X(j\omega)$ — изображение Фурье функции $x(t)$ определяется по формуле

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (5.43)$$

Согласно формулам 5.42, 5.43 переходная функция $x_{\text{ВЫХ}}(t)$ (или $h(t)$ для единичного входного воздействия) может быть определена так

$$x_{\text{ВЫХ}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X_{\text{ВЫХ}}(j\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (5.44)$$

Так как вести расчеты по формуле 5.44 неудобно из-за наличия комплексных функций под знаком интеграла, то, учитывая известные соотношения

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t, \\ W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega),$$

переходный процесс при единичном воздействии получают по формуле

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{P(\omega) \sin \omega t}{\omega} d\omega, \quad (5.45)$$

либо по формуле

$$h(t) = P(0) + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{Q(\omega) \cos \omega t}{\omega} d\omega, \quad (5.46)$$

где $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ — соответственно вещественная и мнимая частотные характеристики замкнутой системы.

Таким образом, по формуле (5.45) или (5.46) при известной $P(\omega)$ или $Q(\omega)$ можно рассчитать и построить переходную функцию $h(t)$. Однако в практических задачах функции $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ оказываются сложными и интегралы в формулах (5.45) и (5.46) трудно вычисляются. Поэтому возникла задача построения переходной функции $h(t)$ по формуле (5.45) или (5.46) приближенным методом.

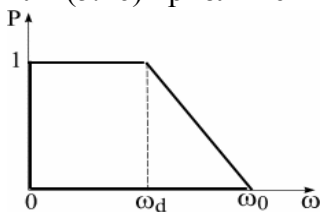


Рис. 5.5

Суть метода состоит в следующем. График $P(\omega)$ разбивают на типовые трапеции и для каждой трапеции на основании заранее составленных таблиц h -функций, рассчитанных при помощи формулы (5.45), строят свой график переходной функции. Искомую переходную функцию находят путем алгебраического суммирования ординат отдельных составляющих.

Таблицы h -функций составлены для единичной трапеции, которая характеризуется коэффициентом наклона $\mu = \omega_d / \omega_0$ (рис. 5.5). Такая таблица позволяет для заданного значения μ построить график переходной характеристики $h(\tau)$ в функции относительного времени $\tau = \omega_0 t$, где t — текущее время переходного процесса. Если высота трапеции не равна единице, то график $h(\tau)$ соответственно изменит свой масштаб по оси ординат.

Построение переходной функции $h(t)$ производится в следующей последовательности:

1. Одним из известных методов определяют значения и строят график вещественной частотной характеристики $P(\omega)$ замкнутой системы (рис. 5.6 а).
2. График $P(\omega)$ разбивают на типовые трапеции I, II, III, для каждой из которых определяют ее параметры $P_i(0)$, ω_{di} и ω_{0i} (рис. 5.5 б).
3. Для трапеций при помощи таблицы h -функций строят график $h_i(t)$, пересчитывая относительное время в натуральное по формуле $t_i = \tau_i / \omega_{0i}$.
4. Искомую переходную функцию находят путем алгебраического суммирования ординат переходных функций, соответствующих каждой трапеции.

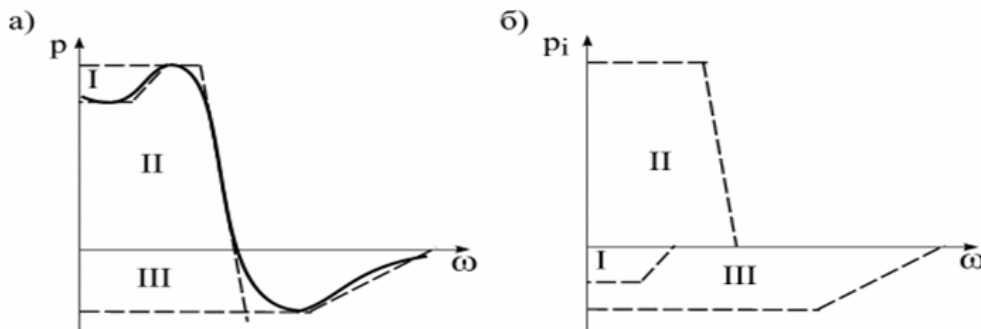


Рис. 5.6.

Глава 6. УСТОЙЧИВОСТЬ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

6.1. Понятие устойчивости

Под устойчивостью понимают способность системы самостоятельно приходить к установившемуся состоянию после приложения воздействия, которое вывело ее из состояния равновесия.

В качестве примера, иллюстрирующего устойчивость системы, может служить шарик на поверхности, движение которого тормозится трением (рис. 6.1).



Рис. 6.1.

Система называется *устойчивой «в большом»*, если она остается устойчивой при любых по величине начальных отклонениях ее координат (рис. 6.1 а).

Система называется *устойчивой «в малом»*, если она устойчива только при ограниченных начальных отклонениях ее координат (рис. 6.1 б). Понятно, что система будет устойчива, пока начальные отклонения шарика находятся в пределах участка 1—2.

Система называется *нейтральной*, если она после снятия возмущающего воздействия хотя и приходит в состояние равновесия, но последнее может наступить при произвольном значении выходной координаты системы (рис. 6.1 в).

Примером *неустойчивой* системы служит шарик на выпуклой поверхности (рис. 6.1 г). Малейшее отклонение шарика в любую сторону приведет к его скатыванию вниз.

Всегда ли за исходное состояние системы, устойчивость которой оценивается, берут состояние покоя? Нет, не всегда. В общем случае можно говорить об устойчивости движения вообще, т.е. об устойчивости любого перемещения массы или энергии. Например, можно оценивать устойчивость движения спутника как его способность возвращаться на исходную орбиту после прекращения действия сил, отклонивших его от заданной орбиты. Точно так же оценивается устойчивость энергосистемы, параметры которой изменились при появлении в ней короткого замыкания, но должны восстановиться после его ликвидации.

Итак, мы рассмотрели качественную оценку понятия устойчивости, но существует также и количественная оценка устойчивости: устойчивость можно описать математически.

6.2. Устойчивость линейных систем

Свободное движение линейной системы описывается однородным дифференциальным уравнением

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = 0. \quad (6.1)$$

Решение этого уравнения представляется суммой экспонент

$$x_{\text{св}}(t) = C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t} + \dots + C_n e^{p_n t}, \quad (6.2)$$

где p_1, p_2, \dots, p_n — корни характеристического уравнения

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0. \quad (6.3)$$

В устойчивой системе величина $x_{св}(t)$ с течением времени должна стремиться к нулю. Но это возможно только в том случае, если все корни характеристического уравнения будут либо отрицательные действительные величины, либо комплексные величины с отрицательной действительной частью. Это означает, что для устойчивой системы все корни

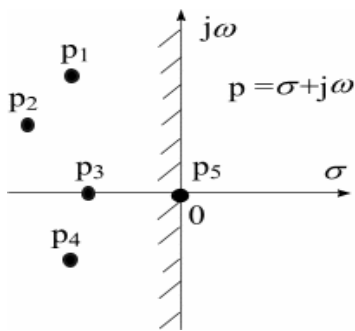


Рис. 6.2.

должны располагаться слева от мнимой оси комплексной плоскости (рис. 6.2). Превращение устойчивой системы в неустойчивую произойдет в том случае, если хотя бы один корень перейдет из левой полуплоскости в правую. Границей перехода является мнимая ось, которую называют *границей устойчивости системы*.

Система может попасть на границу устойчивости несколькими путями.

1. Система имеет один нулевой корень. Если один корень характеристического уравнения будет лежать в начале координат, а все остальные корни — в левой полуплоскости, то такая система будет нейтральной. Действительно, в этом случае

уравнение (6.2) станет таким

$$x_{св}(t) = C_1 + \sum_{k=2}^n C_k e^{p_k t}, \quad (6.4)$$

т.е. после снятия возмущения состояние равновесия наступит, но оно наступит с неопределенной выходной координатой. Следует заметить, что при появлении уже второго нулевого корня система теряет устойчивость, т.к.

решением уравнения (6.2) становится функция

$$x_{св}(t) = C_1 + C_2 t + \sum_{k=3}^n C_k e^{p_k t}. \quad (6.5)$$

2. Система имеет пару чисто мнимых корней. Это означает, что корни попали на мнимую ось ($p_{1,2} = \pm j\omega$) и слагаемое, определяемое ими в уравнении (6.2), представляет собой незатухающее колебание с постоянной амплитудой

$$C_1 e^{j\omega t} + C_2 e^{-j\omega t} = A \sin(\omega t + \psi). \quad (6.6)$$

Такая граница устойчивости называется колебательной.

3. Система имеет бесконечный корень. Если в первых двух случаях корни попадали из левой полуплоскости в правую, пересекая мнимую ось, то в этом случае корень попадает в правую полуплоскость через бесконечность. Этот случай в практике встречается редко, и в дальнейшем рассматриваться не будет.

6.3. Методы определения устойчивости

Для того, чтобы система была устойчивой, должны выполняться определенные условия, которые называются *условиями устойчивости*. Все условия устойчивости разделяются на необходимые и достаточные.

Необходимое условие устойчивости. Если это условие соблюдено, система может быть как устойчивой, так и неустойчивой; если же условие не соблюдается, то система наверняка неустойчива, и продолжение исследований на устойчивость теряет смысл. Хотя это условие не дает ответа на вопрос «устойчива система или нет», но позволяет на начальном этапе работ исключить заведомо непригодные варианты. Поэтому при исследовании устойчивости сначала проверяют соблюдение необходимого условия. *Необходимым условием устойчивости системы является положительность всех коэффициентов ее характеристического уравнения. При этом равенство нулю хотя бы одного коэффициента также является нарушением необходимого условия.*

Например, для системы с характеристическим уравнением

$$4p^3 + 7p^2 + 2p + 0,6 = 0$$

необходимое условие удовлетворяется, и исследование ее на устойчивость должно быть продолжено. Системы с характеристическими уравнениями

$$5p^3 + 6p^2 + 2 = 0, \quad 8p^3 - 4p^2 + 7p + 9 = 0$$

заведомо неустойчивы, т.к. в первой системе один коэффициент равен нулю, а во второй имеется отрицательный коэффициент.

Достаточное условие устойчивости. Это условие дает однозначный ответ на вопрос об устойчивости системы, если известны значения всех корней.

Достаточным условием устойчивости системы является отрицательное значение вещественной части всех корней ее характеристического уравнения.

Но, к сожалению, вычисление корней уравнений высоких степеней настолько сложно, что для исследования устойчивости предпочитают использовать специальные методы косвенных оценок. Эти методы позволяют оценить устойчивость системы по коэффициентам ее характеристического уравнения без вычисления корней. Такие оценки носят название «критерии устойчивости».

6.4. Критерии устойчивости

Все критерии устойчивости делятся на *алгебраические* и *частотные*. Если для работы с алгебраическими критериями необходимо иметь, по крайней мере, характеристическое уравнение системы, то при использовании частотных критериев не обязательно иметь даже характеристическое уравнение, т.к. устойчивость может быть определена по экспериментальным характеристикам. Это свойство частотных критериев широко используется в практике работы со сложными системами, такими, например, как энергетические системы, когда построение математической модели затруднено. К алгебраическим критериям относятся критерии Гурвица и Рауса, к частотным — критерии Найквиста и Михайлова.

Критерий Гурвица. Проверка устойчивости по Гурвицу сводится к вычислению n определителей, которые составляются по следующему правилу:

$$\Delta_1 = a_{n-1}; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix}; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}; \quad \dots \quad (6.7)$$

По этому критерию система будет устойчивой, если все определители положительные.

Критерий Михайлова. Если в характеристическом уравнении системы заменим оператор p на $j\omega$, получим функцию комплексного переменного

$$M(j\omega) = a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_1 (j\omega) + a_0, \quad (6.8)$$

которая в комплексной плоскости определяет вектор

$$M(j\omega) = M_1(\omega) + jM_2(\omega). \quad (6.9)$$

Данный вектор имеет следующее свойство: при изменении ω от 0 до ∞ вектор будет поворачиваться около начала координат против часовой стрелки, меняя одновременно и свою длину. При этом конец вектора описывает кривую со следующими свойствами: кривая начинается на вещественной оси при $\omega = 0$ в точке с координатой a_0 и заканчивается в n -ом квадранте при $\omega = \infty$, если отчет квадрантов вести против часовой стрелки. Этот вектор называют *годографом Михайлова*.

Согласно этому критерию *линейная система n -го порядка будет устойчива, если годограф Михайлова охватывает начало координат и последовательно проходит n квадрантов, а в последнем квадранте уходит в бесконечность. Если годограф проходит через 0, то система находится на границе устойчивости.*

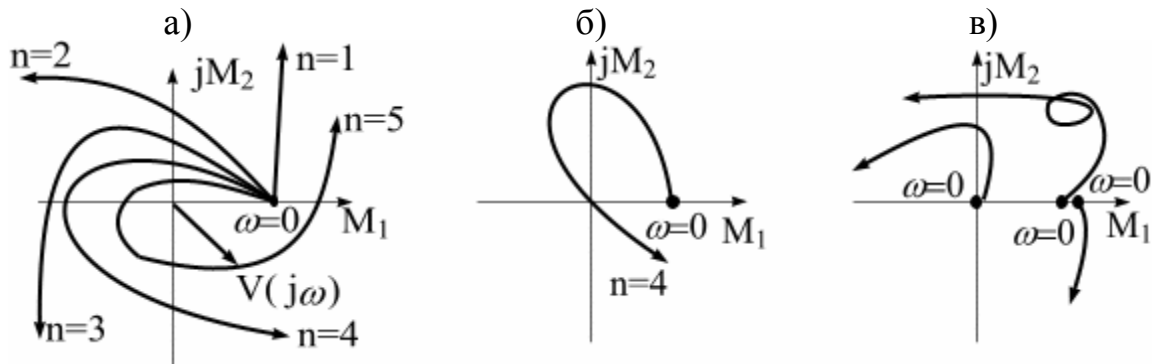


Рис. 6.3.

На рис. 6.3 а изображены годографы устойчивых систем с характеристическими уравнениями до пятой степени включительно. На рис. 6.3 б приведены годографы неустойчивых систем.

Критерий Найквиста позволяет определить устойчивость системы по ее амплитудно-фазовым характеристикам (АФХ), которые могут быть заданы как в аналитической форме, так и в виде опытных кривых. Особенностью критерия является то, что оценка устойчивости системы делается по характеристикам ее разомкнутого состояния. Это оказывается возможным благодаря однозначной зависимости между передаточной функцией разомкнутой системы и характеристическим уравнением системы в замкнутом состоянии.

Исследуемая система размыкается в любой точке, и аналитически или экспериментально определяется ее АФХ. Эта характеристика представляется комплексным уравнением $W_p(j\omega)$. Устойчивость замкнутой системы определяется так:

- 1) если разомкнутая система *устойчива или нейтральна*, то для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы характеристика $W_p(j\omega)$ не охватывала точку с координатами $(-1, j_0)$;
- 2) если разомкнутая система имеет m корней с положительной вещественной частью, то замкнутая система будет устойчивой только в том случае, если характеристика $W_p(j\omega)$ охватывает точку $(-1, j_0)$ в положительном направлении $m/2$ раз.

Физическое объяснение этих условий можно дать с помощью рис. 6.4. Пусть при некоторой частоте ω_c система находится на границе устойчивости. Это означает, что АФХ разомкнутой системы при этой частоте проходит через точку $(-1, j_0)$ и на данной частоте амплитуда выходного сигнала равна амплитуде входного сигнала, и они находятся в противофазе. Значит, в замкнутой системе сигнал с выхода по цепи отрицательной обратной связи поступит на вход и будет точно равен по амплитуде и фазе входному сигналу. Если такую систему отключить от входного сигнала, ее состояние не изменится. В системе установятся незатухающие колебания, которые будут поддерживаться не за счет источника входного сигнала (он теперь отключен), а за счет энергии самой системы.

Если АФХ при частоте ω_c пересекает вещественную ось слева от точки $(-1, j_0)$, т.е. охватывает эту точку, то амплитуда выходного сигнала

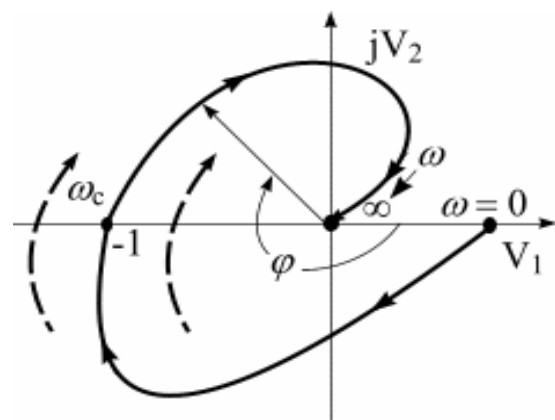


Рис. 6.4.

на данной частоте больше входного и находится в противофазе. При замыкании системы амплитуда выходных колебаний будет возрастать, то есть система будет неустойчивой.

Если АФХ при частоте ω_c пересекает вещественную ось справа от точки $(-1, j_0)$, т.е. не охватывает ее, то амплитуда выходного сигнала на данной частоте меньше входного и находится в противофазе. В этом случае при замыкании системы амплитуда выходных колебаний будет затухать, т.е. система будет устойчивой.

6.5. Определение областей устойчивости. D-разбиение

Постановка задачи. Выше были рассмотрены принципы исследования системы на устойчивость при условии, что все ее параметры уже заданы. Но часто при проектировании и наладке автоматических систем предоставляется свобода в выборе некоторых параметров. При этом представляет интерес такая технология выбора параметров, при которой обеспечивался бы необходимый запас устойчивости. Эта задача решается посредством выделения областей устойчивости в плоскости выбираемых параметров. Поясним физический смысл этих областей.

Предположим, что автоматическая система имеет характеристическое уравнение

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0. \quad (6.10)$$

Допустим, что все коэффициенты, кроме одного, например a_1 , в этом уравнении заданы. Будем изменять этот коэффициент от 0 до ∞ и следить за расположением корней в комплексной плоскости. Каждое значение a_1 на рис. 6.5 а отметим точкой, причем жирную точку ставим, когда при данном a_1 корни расположены слева от мнимой оси (система устойчива), и обычную точку, когда расположение корней соответствует неустойчивой системе. Понятно, что ось значений a_1 будет разбита на отрезки. Стыки отрезков есть границы устойчивости.

Положим теперь, что в уравнении (6.10) изменяются два коэффициента, например a_1 и a_2 , а остальные остаются неизменными. Тогда вся плоскость будет разбита на области устойчивости и неустойчивости (на рис. 6.5 б области устойчивости заштрихованы). Выделяя в уравнении (6.10) три, четыре или большее количество свободных коэффициентов, будем получать области устойчивости соответственно в виде объемного пространства или гиперпространств. Разбиение пространства коэффициентов на области устойчивости называется *D-разбиением*.

Обычно в практических задачах почти все параметры системы конструктивно заданы, и свобода выбора остается за одним или двумя параметрами. Поэтому задача выделения областей устойчивости практически сводится к построению границы в плоскости одного или двух параметров.

Алгоритм D-разбиений основан на использовании годографа Михайлова, который соответствует границе устойчивости (годограф, проходящий через начало координат).

D-разбиение по одному параметру. Представим характеристическое уравнение системы в виде

$$W(p) = W_1(p) + \beta W_2(p) = 0, \quad (6.11)$$

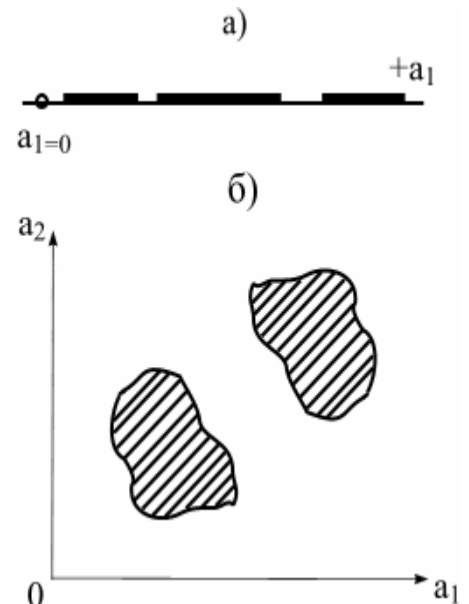


Рис. 6.5.

где β — свободный параметр; а $W_1(p)$ и $W_2(p)$ — части характеристического уравнения, не содержащие параметр β . Заменим в уравнении p на $j\omega$ и решим относительно β

$$\beta = -\frac{W_1(j\omega)}{W_2(j\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega). \quad (6.12)$$

Кривая, построенная в системе координат $P(\omega)$, $jQ(\omega)$ при различных значениях ω , будет представлять границу D-разбиений. Область устойчивости находится слева от кривой, если двигаться по ней от значений $\omega = -\infty$ к значению $\omega = +\infty$. Границу области устойчивости обычно отмечают штриховкой.

Так как параметр β является вещественным числом, то нас интересует отрезок только вещественной оси, попадающий в область устойчивости. Все значения параметра, определяемые координатами отрезка на оси абсцисс, окаймленного штриховкой, будут соответствовать устойчивому состоянию системы.

Пример 6.1. Рассмотрим систему регулирования с характеристическим уравнением $p^3 + 2p^2 + 3p + 4\beta = 0$.

Решим характеристическое уравнение относительно β

$$\beta = -\left(\frac{1}{4}p^3 + \frac{1}{2}p^2 + \frac{3}{4}p\right) \text{ и заменим в нем } p \text{ на } j\omega$$

$$\beta = P(\omega) + jQ(\omega) = \frac{1}{2}\omega^2 + j\frac{1}{4}(\omega^3 - 3\omega).$$

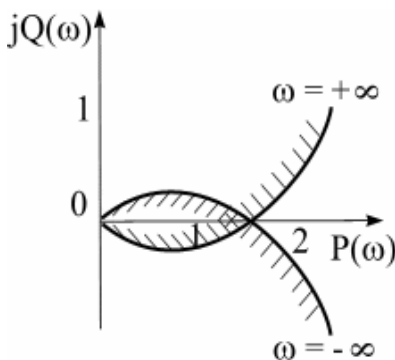


Рис. 6.6.

Изменяя ω от $-\infty$ до $+\infty$, получим кривую, изображённую на рис. 6.6. Значение $Q(\omega)$ обращается в нуль при $\omega = 0$ и при $\omega = \sqrt{3}$, а $P(\omega)$ при этих значениях ω , будут равны $P(0) = 0$ и $P(\sqrt{3}) = 1,5$. Таким образом определили, что кривая отсекает на оси абсцисс отрезок $(0—1,5)$, определяющий диапазон изменения β , при котором обеспечивается устойчивость системы.

D-разбиение по двум параметрам. Представим характеристическое уравнение системы в виде

$$W(p) = \alpha W_1(p) + \beta W_2(p) + W_3(p) = 0, \quad (6.13)$$

где α и β — свободные параметры системы. Заменим в уравнении p на $j\omega$ и введем обозначения

$$W_1(j\omega) = c_1 + jd_1, \quad W_2(j\omega) = c_2 + jd_2, \quad W_3(j\omega) = c_3 + jd_3. \quad (6.14)$$

Разделив уравнение (6.13) на вещественную и мнимую части, получим

$$\alpha c_1 + \beta c_2 + c_3 = 0,$$

$$\alpha d_1 + \beta d_2 + d_3 = 0.$$

Решение этих уравнений даст интересующие нас параметры

$$\alpha = \frac{c_2 d_3 - c_3 d_2}{\Delta}, \quad \beta = \frac{c_1 d_3 - c_3 d_1}{\Delta}, \quad (6.15)$$

где $\Delta = c_1 d_2 - c_2 d_1$.

Если Δ ни при каких значениях ω не обращается в нуль, то в плоскости α, β получаем кривую, являющуюся границей области устойчивости. Если Δ при каком-либо значении ω обращается в нуль, то это может соответствовать двум случаям:

1) при $\Delta = 0$ числители выражений (6.15) не обращаются в нули; переход Δ через нуль может произойти только в бесконечно удаленной точке плоскости α, β ;

2) при $\Delta = 0$ числители выражений (6.15) также обращаются в нули; в этом случае получается соотношение

$$\frac{c_1}{d_1} = \frac{c_2}{d_2} = \frac{c_3}{d_3} = C,$$

т.е. уравнения (6.15) отличаются друг от друга только постоянным множителем C и одно уравнение является следствием другого. Для α и β получается бесконечная совокупность точек, лежащих на одной прямой

$$\alpha = -\frac{c_3 + c_2\beta}{c_1}.$$

Эта прямая, называется *особой*, она может пересекать границу области устойчивости или проходить через ее начало. Точки особой прямой называются *исключительными* и в большинстве случаев соответствуют значениям $\omega = 0$ и $\omega = \infty$. Особая прямая, соответствующая обращению корня в нуль, определяется из условия равенства нулю свободного члена характеристического уравнения, а соответствующая обращению в бесконечность — при приравнении к нулю коэффициента при старшей степени характеристического уравнения.

Правило штриховки. Для выделения области устойчивости граница D-разбиения штрихуется. Если $\Delta > 0$, то при изменении ω от $-\infty$ до $+\infty$ штрихуется левая сторона кривой. Если $\Delta < 0$, штрихуется правая сторона. При изменении знака Δ с плюса на минус штриховка кривой меняется в тех точках, в которых она пересекает особые прямые. Значениям ω и $-\omega$ соответствует одна и та же точка на кривой, поэтому кривая штрихуется дважды с одной и той же стороны, т.к. Δ меняет знак при $\omega = 0$.

Особые прямые штрихуются так, чтобы вблизи их точек пересечения с основной кривой штриховка была направлена согласно со штриховкой основной кривой. Если при переходе через точку пересечения знак Δ изменяется, то направления штриховки особой прямой по обе стороны точки пересечения различны.

6.6. Структурная устойчивость автоматических систем

В ряде случаев оказывается, что система неустойчива при любых значениях параметров, и добиться ее устойчивости можно только изменением структуры. Такие системы называются *структурно неустойчивыми*. Рассмотрим примеры структурно неустойчивых систем.

Система на рис. 6.7 состоит из одного аperiodического и двух интегрирующих звеньев.

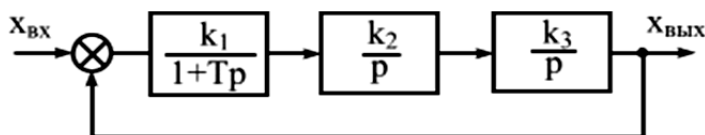


Рис. 6.7.

Передаточная функция этой системы

$$W = \frac{k_1 k_2 k_3}{(1 + Tp)p^2 + k_1 k_2 k_3} = \frac{k}{Tp^3 + p^2 + k}$$

и ее характеристическое уравнение

$$Tp^3 + p^2 + k = 0.$$

Система структурно неустойчива, т.к. один коэффициент характеристического уравнения равен нулю, и поэтому не выполняется необходимое условие устойчивости.

Еще одним примером структурно неустойчивой системы является система, изображенная на рис. 6.8. Характеристическое уравнение системы имеет вид

$$T_1 T_2 p^3 + T_2 p^2 + T_1 p + (1 + k_1 k_2) = 0.$$

Условием устойчивости по критерию Гурвица является неравенство

$$T_1 T_2^2 - T_1 T_2^2 (1 + k_1 k_2) > 0,$$

что справедливо при условии $-k_1 k_2 > 0$. Но так как коэффициенты передачи k_1, k_2 числа положительные, последнее неравенство заведомо невыполнимо.

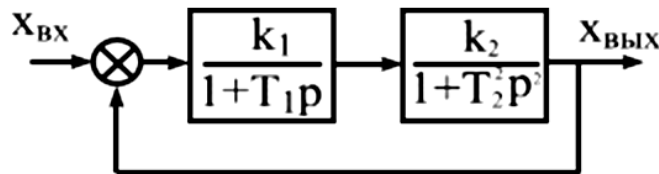


Рис. 6.8.

Задача определения структурной устойчивости в общем виде в настоящее время не решена. Только для некоторых классов одно- и многоконтурных систем сформулированы частные признаки, позволяющие судить о структурной устойчивости. Эти признаки приводятся в литературе в виде таблиц и условий.

6.7. Запас устойчивости

Запас устойчивости — это количественная оценка, определяющая удаление расчетных параметров системы от зоны, опасной с точки зрения устойчивости.

Формулировка запаса устойчивости системы зависит от того, какой критерий устойчивости применяется.

По критерию Михайлова запас устойчивости определяется радиусом окружности R , в которую не должен заходить годограф Михайлова (рис. 6.9). Центром окружности является «опасная» точка, т.е. начало координат.

По критерию Найквиста «опасной точкой» является точка с координатами $(-1, j_0)$. Оценка запаса устойчивости при этом критерии производится по амплитуде и фазе. Запас устойчивости по амплитуде определяется отрезком A (рис. 6.10), а запас по фазе — углом φ .

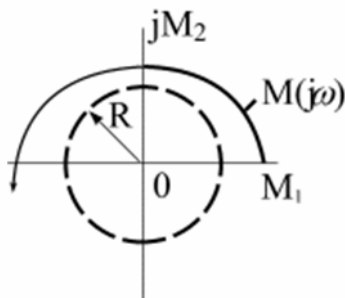


Рис. 6.9.

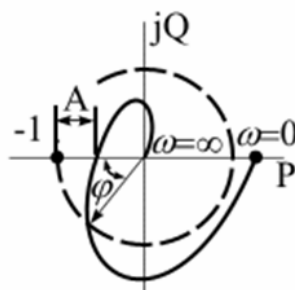


Рис. 6.10.

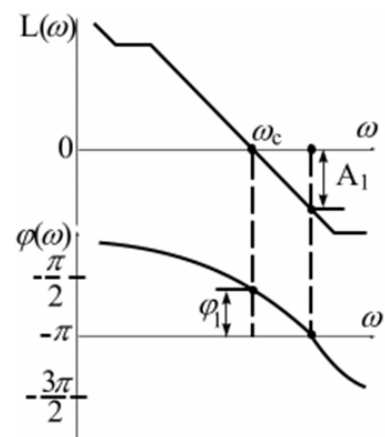


Рис. 6.11.

При оценке устойчивости по логарифмическим частотным характеристикам запас по амплитуде определяется отрезком A_1 при фазе $\varphi = -\pi$ и измеряется в децибелах. Запас устойчивости по фазе определяется по фазовой частотной характеристике при частоте среза, т.е. при частоте пересечения ЛАЧХ оси частот. В этой точке значение ЛАЧХ равно нулю, т.к. модуль АФЧХ в этой точке равен единице.

Независимо от принятой формы запас устойчивости является количественной характеристикой, и применение его при расчетах является определенной гарантией устойчивости системы в реальных условиях.

6.8. Об устойчивости нелинейных систем

Рассмотренные выше вопросы устойчивости, строго говоря, справедливы только для линейных систем. Но почти все реальные системы являются нелинейными, и поэтому возникает вопрос: насколько применимы методы линейной теории к оценке устойчивости нелинейных систем? Этот вопрос был решен А.М.Ляпуновым в его знаменитых теоремах.

Нелинейное дифференциальное уравнение системы может быть разложено в ряд Тейлора и представлено в виде уравнения, содержащего величины первого, второго или n -го порядка малости. Ляпунов показал, что все случаи исследования устойчивости можно разделить на две категории: категорию некритических (наиболее часто встречающихся) и критических случаев.

Для категории некритических случаев справедливы две следующие теоремы.

Теорема первая. Если вещественные части всех корней характеристического уравнения первого приближения отрицательны, то система будет устойчивой, независимо от членов разложения выше первого порядка малости.

Теорема вторая. Если среди корней характеристического уравнения первого приближения найдется, по меньшей мере, один с положительной вещественной частью, то система будет неустойчивой, независимо от членов разложения выше первого порядка малости. Все критические случаи имеют место лишь тогда, когда среди корней характеристического уравнения первого приближения имеется некоторая группа корней, вещественная часть которых равна нулю, а остальная группа корней имеет отрицательную часть. В этом случае вопрос об устойчивости не может быть решен на основании исследования линеаризованного уравнения, т.к. даже малые нелинейные члены могут коренным образом изменить вид переходного процесса, сделав систему устойчивой или неустойчивой.

Опираясь в расчетах на теоремы Ляпунова, необходимо всегда иметь в виду два фактора:

1) эти теоремы относятся только к исследованию устойчивости в «малом», то есть в малой окрестности данного состояния равновесия;

2) теоремы справедливы только к способу линеаризации уравнений разложением функций в степенные ряды по Тейлору, что соответствует замене фактической кривой отрезком касательной, а не какому-либо другому способу линеаризации.

К сильно выраженным нелинейностям, например, нелинейностям релейного типа, эти теоремы неприменимы. Для исследования устойчивости нелинейных систем общего вида имеются другие теоремы Ляпунова.

Глава 7. КАЧЕСТВО ПРОЦЕССОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ

7.1. Показатели качества регулирования

Из предыдущей главы мы знаем, что автоматическая система, прежде всего, должна быть устойчивой. В устойчивой системе переходный процесс затухает, однако для практики вовсе не безразлично то, как это происходит. Так, например, при медленном затухании система будет долго входить в новый установившийся режим, т.е. будет обладать недостаточным быстродействием. Этот пример показывает, что устойчивость автоматической системы не является достаточным условием нормального функционирования.

Достаточным условием нормального функционирования автоматической системы является качество процесса регулирования.

Качество процесса регулирования оценивается по двум критериям:

- 1) по параметрам переходного процесса;
- 2) по значениям ошибок регулирования в установившихся режимах.

Параметры переходного процесса определяются по переходной функции $h(t)$, которая представляет собой реакцию системы на внешнее ступенчатое воздействие. При этом для систем стабилизации переходную функцию рассматривают по отношению к возмущению, а для систем управления и следящих систем — по отношению к заданию. Анализ переходной функции позволяет определить ряд показателей, характеризующих динамические качества системы.

Время регулирования t_p определяется длительностью переходного процесса. Хотя теоретически переходный процесс длится бесконечно долго, на практике считают, что он закончен, как только отклонение регулируемой величины от нового установившегося значения станет меньше заданных пределов ε . Обычно принимают $\varepsilon = (3—5)\%$ от $h_{уст}$. Временем регулирования характеризуется быстродействие системы.

Перерегулирование Δh_{max} или выброс представляет собой максимальное отклонение регулируемой величины от нового установившегося значения. Относительное перерегулирование вычисляют по формуле

$$\gamma = \frac{h_{max} - h_{уст}}{h_{уст}}. \quad (7.1)$$

Перерегулирование появляется вследствие того, что система подходит к новому установившемуся состоянию с определенной скоростью (рис. 7.1). Чем больше эта скорость, тем дальше за новое установившееся положение система пройдет по инерции (рис. 7.2 а). Значит, для уменьшения перерегулирования надо уменьшать скорость. С другой стороны, когда система подходит к установившемуся состоянию с малой скоростью, перерегулирования вообще может не быть, но тогда время регулирования значительно увеличится (рис. 7.2 б). Таким образом, как отсутствие перерегулирования, так и большое перерегулирование нежелательно. Обычно оптимальным считают перерегулирование в пределах 20—30%.

Для некоторых систем перерегулирование вообще недопустимо, например для систем, регулирующих химические процессы, где перерегулирование может испортить выпускаемый продукт.

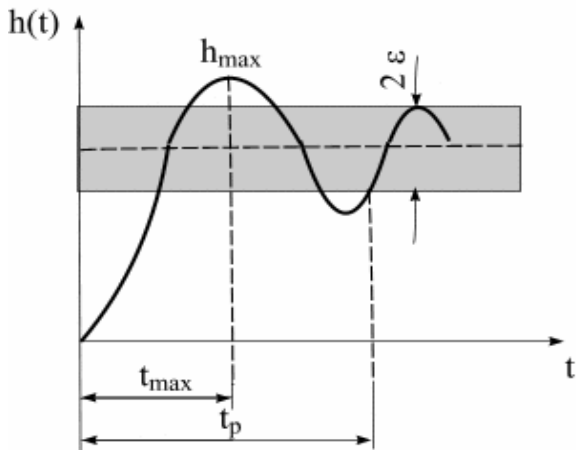


Рис. 7.1.

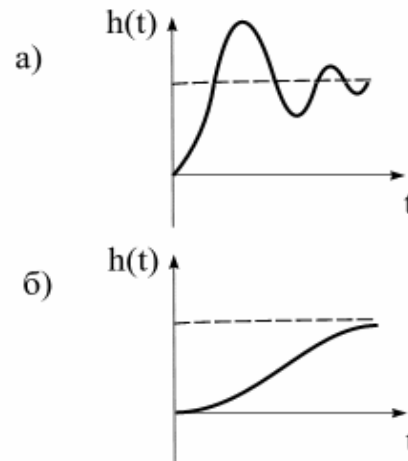


Рис. 7.2.

Число колебаний регулируемой величины N за время переходного процесса должно быть ограничено. Обычно его принимают не более трех.

Для определения показателей качества регулирования разработаны методы, которые можно разделить на две группы: прямые и косвенные.

Прямые методы основаны на использовании кривых переходного процесса и поэтому они дают наиболее полное представление о качестве регулирования.

Косвенные методы применяются в тех случаях, когда получение кривых переходного процесса представляет сложную и трудоемкую задачу или оценка показателей качества не требует высокой точности. К косвенным методам относятся: метод распределения корней, интегральные методы, частотные методы.

7.2. Косвенные методы оценки качества регулирования

Метод распределения корней дает возможность приближенно оценить характер переходного процесса по расположению корней относительно мнимой оси. В основу метода положена идея оценки переходного процесса по тому корню характеристического уравнения, который ближе других расположен к мнимой оси. Этот корень может быть как вещественным $p_1 = -\sigma_{\min}$, так и комплексно сопряженным $p_{2,3} = -\sigma_{\min} \pm j\omega$.

Известно, что для системы с характеристическим уравнением n -го порядка

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0$$

затухание переходного процесса определяется уравнением

$$x(t) = C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t} + \dots + C_n e^{p_n t},$$

в котором последней будет затухать составляющая с минимальной вещественной частью корня. Тогда, если отбросить влияние остальных корней, то порядок дифференциального уравнения системы снизится до первого порядка, если наименьший корень вещественный или до второго при минимальном комплексном корне.

Пусть самый опасный корень системы имеет вещественную часть σ_{\min} , тогда потребовав, чтобы регулируемая величина за время регулирования уменьшилась в m раз, можно написать

$$\frac{1}{m} = e^{-\sigma_{\min} t_p}.$$

После логарифмирования получим

$$t_p = \frac{\ln m}{\sigma_{\min}}.$$

Метод интегральных оценок. Если прямые показатели качества регулирования характеризуют отдельные его стороны, то интегральная оценка характеризует качество регулирования одним показателем. Сложный динамический процесс не всегда удастся однозначно характеризовать одним параметром, поэтому вводится понятие нескольких видов интегральных оценок.

Все виды интегральных оценок основаны на анализе ошибки регулирования

$$\varepsilon(t) = x_{\text{вх}}(t) - x_{\text{вых}}(t) \quad (7.2)$$

и любая интегральная оценка представляет собой интеграл от некоторой функции, связанной с этой ошибкой

$$J = \int_0^{\infty} f(\varepsilon) dt. \quad (7.3)$$

Простейшей интегральной оценкой является интеграл от мгновенного значения ошибки, то есть

$$J_1 = \int_0^{\infty} \varepsilon dt. \quad (7.4)$$

Этот интеграл определяет заштрихованную площадь (рис. 7.3 а, б), которая называется площадью регулирования. Однако такая оценка может применяться только для систем без перерегулирования, когда ошибка не меняет своего знака (рис. 7.3 б).

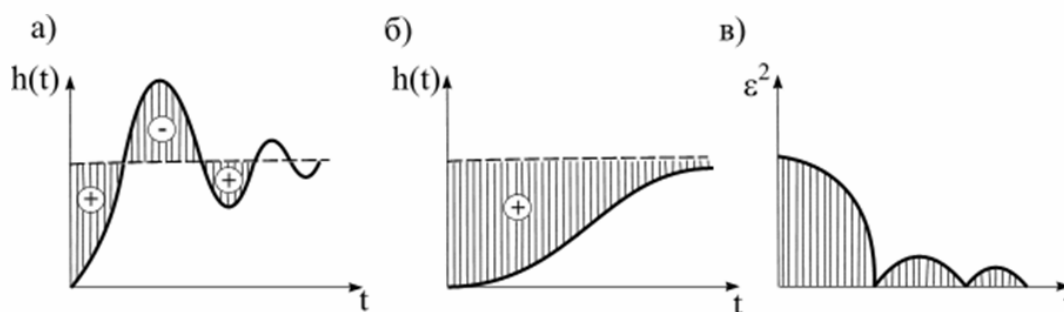


Рис. 7.3.

Большее практическое значение имеет квадратичная интегральная оценка

$$J_2 = \int_0^{\infty} \varepsilon^2 dt, \quad (7.5)$$

которая не зависит от знака ошибки. Интеграл J_2 определяет заштрихованную площадь на рис. 7.3 в, которую называют квадратичной площадью регулирования. Величина интеграла J_2 будет тем меньше, чем меньше сумма заштрихованных площадей, т.е. чем ближе переходный процесс к ступенчатому изменению регулируемой величины. Но при таком переходном процессе получается большая скорость процесса при подходе регулируемой величины к новому установившемуся значению, что вызывает большое перерегулирование. Поэтому при оценке по интегралу J_2 сильно колебательный процесс иногда может оказаться лучше, чем аperiodический, а это не всегда правильно.

Квадратичную интегральную оценку можно улучшить, если учесть не только ошибку, но и скорость ее изменения. Такая оценка дается интегралом

$$J_3 = \int_0^{\infty} (\varepsilon^2 + \tau^2 \varepsilon'^2) dt. \quad (7.6)$$

В практике используются и более сложные интегральные оценки, в которых учитываются не только ошибка, но и ее первая, вторая и более высокие производные.

Частотные методы. Рассмотрим сначала идеальную систему, в которой все элементы безынерционны. В такой системе выходной сигнал в любой момент времени точно копирует входной, и передаточная функция системы $W = k$. Это означает, что амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики соответственно равны $A(\omega) = 1$; $\varphi(\omega) = 0$ (рис. 7.4 а).

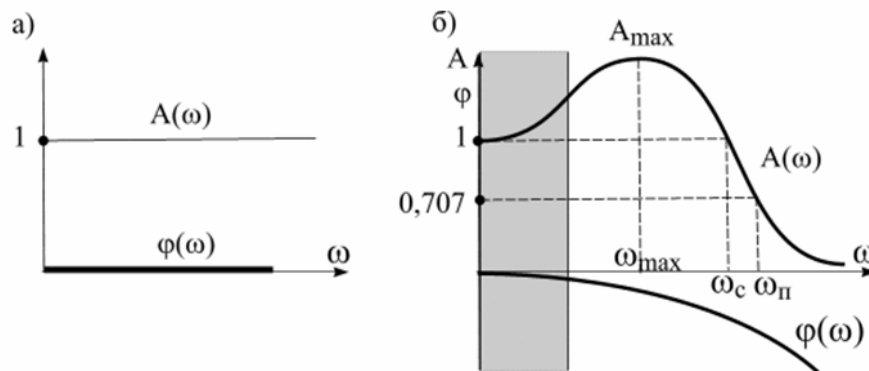


Рис. 7.4

Но все реальные системы инерционны, и поэтому их частотные характеристики обычно имеют вид, приведенный на рис. 7.4 б. В реальных системах условия, близкие к идеальным, соблюдаются лишь на небольшом участке малых частот (он заштрихован на рис. 7.4 б). На резонансной частоте ω_{\max} амплитуда имеет максимум A_{\max} , а при дальнейшем увеличении частоты $A(\omega)$ резко падает. Это происходит потому, что система, вследствие своей инерционности, не успевает реагировать на колебания. Фаза выходного сигнала все более и более отстает от фазы входного сигнала, что отмечается уходом фазо-частотной характеристики в область отрицательных значений.

Для описания АФЧХ вводят следующие понятия:

Показатель колебательности — $M = A_{\max} / A(0)$. Чем больше этот показатель, тем более колебательным является переходный процесс. При малых M система «вялая» и имеет большое время регулирования, а при больших M увеличивается перерегулирование и система приближается к границе устойчивости. Обычно принимают $M = 1,2 \div 1,5$.

Частота резонанса ω_{\max} — частота, при которой амплитуда вынужденных колебаний достигает максимального значения.

Частота среза системы ω_c вычисляется на уровне $A = 1$. Она определяет диапазон частот вынужденных колебаний, которые пропускаются системой без ослабления. С увеличением ω_c увеличивается быстродействие системы и спектр входного сигнала, который система передает без искажений.

Полоса пропускания системы ω_{Π} вычисляется на уровне $A(0) / \sqrt{2} = 0,707$. С увеличением ω_{Π} возрастает быстродействие системы.

Таким образом, M , ω_c , ω_{Π} являются косвенными показателями качества переходного процесса. Эти параметры часто служат исходными данными при проектировании автоматических систем.

7.3. Точность автоматических систем

Автоматические системы можно с полным правом считать информационными системами и оценивать их с позиций точности передачи сигналов. При таком взгляде на автоматические системы вопрос о точности передачи сигналов переходит в вопрос о точности выполнения задания, т.е. о точности выполнения условия $x_{\text{вых}}(t) = x_{\text{вх}}(t)$. Ответ на этот вопрос дает вычисление ошибки регулирования.

Ошибки возникают по двум причинам: ошибка при выполнении задания

$$\Delta x_{\text{зад}}(t) = x_{\text{вх}}(t) - x_{\text{вых}}(t) \quad (7.7)$$

и ошибки, вызванные действием возмущающих факторов

$$\Delta x_z(t) = -x_{\text{вых}}(t). \quad (7.8)$$

Результирующая ошибка системы равна сумме этих ошибок

$$\Delta x(t) = \Delta x_{\text{зад}}(t) + \Delta x_z(t). \quad (7.9)$$

Так как во время переходного процесса ошибка изменяется во времени, то ее мгновенное значение не может служить мерой точности системы, поэтому условились точность автоматических систем оценивать величиной ошибки в установившемся режиме. Это записывается так

$$\Delta x_{\text{уст}} = [\Delta x(t)]_{t \rightarrow \infty}. \quad (7.10)$$

Значение установившейся ошибки удобно вычислять по известной теореме операционного исчисления «о предельном переходе». Согласно этой теореме значение оригинала $f(\infty)$ можно определить непосредственно по ее изображению $F(p)$ по формуле

$$f(\infty) = [p \cdot F(p)]_{p \rightarrow 0}. \quad (7.11)$$

Применяя формулу (7.11) к формуле (7.10) получим

$$\Delta x_{\text{уст}} = [p \cdot \Delta \tilde{X}_{\text{зад}}]_{p \rightarrow 0} + [p \cdot \Delta \tilde{X}_z]_{p \rightarrow 0}, \quad (7.12)$$

где $\Delta \tilde{X}_{\text{зад}} = \tilde{W}_{\Delta \text{зад}} \tilde{X}_{\text{зад}}$; $\Delta \tilde{X}_z = \tilde{W}_{\Delta z} \tilde{Z}$ — изображения ошибок по заданию и возмущениям; $\tilde{W}_{\Delta \text{зад}}$, $\tilde{W}_{\Delta z}$ — их передаточные функции.

Таким образом, из формулы (7.12) видно, что точность автоматических систем зависит не только от свойств самой системы, которые определяются передаточными функциями $\tilde{W}_{\Delta \text{зад}}$ и $\tilde{W}_{\Delta z}$, но и от формы внешних воздействий $x_{\text{зад}}(t)$ и $z(t)$.

В реальных условиях работы системы внешние воздействия могут иметь любую временную зависимость, часто случайного характера, в результате чего сделать аттестацию точности систем по реальным воздействиям практически невозможно. Как же выйти из этого положения? Поступают следующим образом. Оценку точности автоматических систем производят по ее реакции на типовые воздействия и в качестве таковых используют следующие временные функции:

ступенчатую

$$x_{\text{вх}}(t) = x_0, \quad \tilde{X}_{\text{вх}} = \frac{x_0}{p},$$

линейную

$$x_{\text{вх}}(t) = vt, \quad \tilde{X}_{\text{вх}} = \frac{v}{p^2}, \quad (7.13)$$

квадратичную

$$x_{\text{вх}}(t) = \frac{at^2}{2}, \quad \tilde{X}_{\text{вх}} = \frac{a}{p^3}.$$

7.4. Астатизм автоматических систем

Астатизм автоматической системы является важнейшим параметром характеризующим ее точность, при этом астатические свойства определяются значением установившейся ошибки.

Система называется астатической, если при постоянном задающем воздействии $x_{зад}(t) = const$ установившаяся ошибка равна нулю, в противном случае система называется статической.

Рассмотрим причины, вызывающие астатизм, его основные свойства и структурные признаки.

В первую очередь отметим следующие особенности астатизма:

1. Источником астатизма могут быть только интегрирующие звенья, передаточная функция которых содержит в знаменателе оператор «р»

$$W_u \equiv \frac{1}{p}.$$

2. Астатическая реакция системы всегда связана с конкретным воздействием, т.е. система, астатическая по отношению к одному воздействию, может не иметь его по отношению к другим воздействиям;

3. Появление астатической реакции зависит от двух факторов: вида временной зависимости воздействия и точки его приложения в системе.

Последнее, что присутствие в системе интегрирующих звеньев еще не гарантирует ей астатические свойства. Для того чтобы интегрирующее звено стало источником астатизма, оно должно быть «правильно» включено в структуру системы. Но как распознать «правильное» расположение этих звеньев? Ответ на этот вопрос дают структурные признаки астатизма, к рассмотрению которых мы приступаем.

Рассмотрим структурную схему, изображенную на рис. 7.5 а, в которой обозначено: \tilde{X} — задание, \tilde{Z} — возмущение, \tilde{Y} — регулируемая величина; W_1, W_2, W_3 — передаточные функции, не содержащие интегрирующих и дифференцирующих звеньев; α, β, γ — определяют количества интегрирующих звеньев.

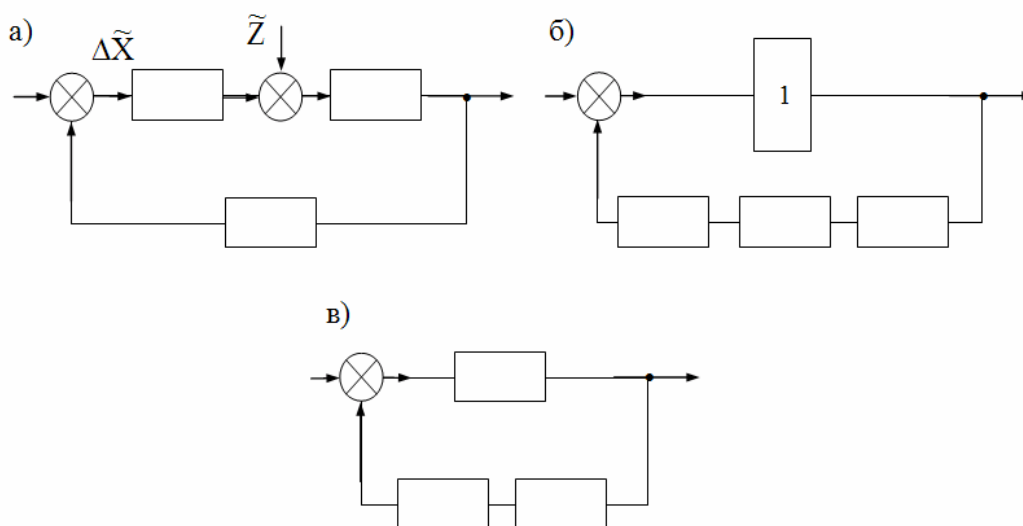


Рис. 7.5.

Астатизм по отношению к заданию. Задание \tilde{X} создает в системе ошибку

$$\Delta\tilde{X} = W_{\Delta X} \cdot \tilde{X}, \quad (7.14)$$

передаточная функция которой, согласно рис. 7.5 б, определяется выражением

$$W_{\Delta x} = \frac{p^v}{p^v + W}. \quad (7.15)$$

Здесь $v = \alpha + \beta + \gamma$ — полное число интегрирующих звеньев в системе; $W = W_1 W_2 W_3$. Тогда по теореме «о предельном переходе» установившаяся ошибка будет равна

$$\Delta x_{уст} = \left[p \cdot \Delta \tilde{X} \right]_{p \rightarrow 0} = \left[p \cdot \frac{p^v}{p^v + W} \tilde{X} \right]_{p \rightarrow 0}. \quad (7.16)$$

Рассмотрим влияние типовых воздействий на астатическую реакцию системы.

1. Задание — *ступенчатая функция*. Ее изображение $\tilde{X} = \frac{x_0}{p}$, и ошибка в этом случае равна

$$\Delta x_{уст} = \left[p \cdot \frac{p^v}{p^v + W} \cdot \frac{x_0}{p} \right]_{p \rightarrow 0}. \quad (7.17)$$

Отсюда следуют следующие свойства:

1) при отсутствии интегрирующих звеньев ($v = 0$) система «статическая», т.к. имеет установившуюся ошибку

$$\Delta x_{уст} = \frac{x_0}{W} > 0.$$

2) при наличии хотя бы одного интегрирующего звена ($v = 1, 2, \dots$) система становится астатической, поскольку

$$\Delta x_{уст} = 0.$$

2. Задание — *линейная функция*. Ее изображение $\tilde{X} = \frac{v}{p^2}$, и

$$\Delta x_{уст} = \left[p \cdot \frac{p^v}{p^v + W} \cdot \frac{v}{p^2} \right]_{p \rightarrow 0}. \quad (7.18)$$

При $v = 0, 1$ получаем $\Delta x_{уст} \Rightarrow \infty$, а при $v = 2, 3, \dots$ $\Delta x_{уст} = 0$. Это означает, что при $v = 0, 1$ реакция системы на задание статическая, а при $v = 2, 3, \dots$ астатическая. Таким образом, при линейном изменении входного сигнала, для полной компенсации ошибки требуется не менее 2-х интегрирующих звеньев.

3. Задание — *квадратичная функция*. Ее изображение $\tilde{X} = \frac{a}{p^3}$, и

$$\Delta x_{уст} = \left[p \cdot \frac{p^v}{p^v + W} \cdot \frac{a}{p^3} \right]_{p \rightarrow 0}. \quad (7.19)$$

Здесь результаты такие: при $v = 0, 1, 2$ — реакция статическая, т.к. $\Delta x_{уст} \Rightarrow \infty$, а при $v = 3, 4, \dots$ — астатическая, т.к. $\Delta x_{уст} = 0$. Это означает, что при квадратичном изменении задания для полной компенсации ошибки требуется не менее 3-х интегрирующих звеньев.

Общим свойством является то, что при всех видах задания астатическая реакция системы зависит только от числа интегрирующих звеньев v , а место их установки в системе не имеет значения. Это следует из того, что во всех формулах ошибки (7.17), (7.18) и (7.19) в числителе присутствует множитель p^v .

Астатизм по отношению к возмущению. Связь между возмущением \tilde{Z} и вызванной им ошибкой $\Delta \tilde{X}_z$ определяется по структурной схеме (рис. 7.5 в)

$$\Delta X_z = W_{\Delta X_z} \cdot \tilde{Z}, \quad (7.20)$$

где

$$W_{\Delta X_z} = \frac{W_2/p^\beta}{1 + \frac{W_1 W_2 W_3}{p^{\alpha+\beta+\gamma}}} = \frac{p^{\alpha+\gamma} W_2}{p^\gamma + W}.$$

Установившаяся ошибка по возмущению определяется по формуле

$$\Delta x_{z,уст} = \left[p \cdot \Delta \tilde{X}_z \right]_{p \rightarrow 0} = \left[p \cdot \frac{p^{\alpha+\gamma} \cdot W_2}{p^\gamma + W} \tilde{Z} \right]_{p \rightarrow 0} \quad (7.21)$$

Проведем аналогичный анализ влияния типовых воздействий на астатизм системы.

1. Возмущение — *ступенчатая функция*. Ошибка равна

$$\Delta x_{z,уст} = \left[p \cdot \frac{p^{\alpha+\gamma}}{p^\gamma + W} \cdot \frac{x_0}{p} \right]_{p \rightarrow 0}. \quad (7.22)$$

При $\alpha + \gamma = 0$ получаем $\Delta x_{z,уст} > 0$, т.е. реакция системы «статическая», а при $\alpha + \gamma > 0$ реакция астатическая — $\Delta x_{z,уст} = 0$.

2. Возмущение — *линейная функция*. Ошибка равна

$$\Delta x_{z,уст} = \left[p \cdot \frac{p^{\alpha+\gamma}}{p^\gamma + W} \cdot \frac{v}{p^2} \right]_{p \rightarrow 0}. \quad (7.23)$$

При $\alpha + \gamma = 0, 1$ реакция статическая — $\Delta x_{z,уст} > 0$, при $\alpha + \gamma > 1$ реакция астатическая — $\Delta x_{z,уст} = 0$.

3. Возмущение — *квадратичная функция*. Ошибка равна

$$\Delta x_{z,уст} = \left[p \cdot \frac{p^{\alpha+\gamma}}{p^\gamma + W} \cdot \frac{a}{p^3} \right]_{p \rightarrow 0}. \quad (7.24)$$

При $\alpha + \gamma = 0, 1, 2$ реакция статическая — $\Delta x_{z,уст} > 0$, при $\alpha + \gamma > 2$ реакция астатическая — $\Delta x_{z,уст} = 0$.

На основе результатов параграфа можно сформулировать следующие определения.

Структурный признак астатизма. Реакция системы на приложенное воздействие будет астатической, если в системе есть интегрирующие звенья, включенные до точки приложения этого воздействия.

Порядок астатизма по отношению к воздействию определяется числом интегрирующих звеньев, включенных до точки приложения этого воздействия.

Это означает, что по отношению к заданию порядок астатизма определяется числом v , т.к. все интегрирующие звенья системы участвуют в его создании, по отношению к возмущению порядок астатизма определяется числом $\alpha + \gamma$, так как в создании астатизма не участвуют интегрирующие звенья, расположенные на прямом пути от точки приложения воздействия до выхода.

Глава 8. ФОРМИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Процесс проектирования автоматической системы можно условно разбить на два этапа.

На первом этапе закладывается функциональная схема системы, выбираются ее элементы, задаются законы регулирования и определяются основные обратные связи. Расчеты системы в статике дают основные параметры рабочих режимов элементов и всей системы в целом, позволяют выбрать параметры настройки.

На втором этапе проводятся исследования динамических характеристик системы и, по необходимости, производится их коррекция. Именно на этом этапе проектирования приходится решать вопрос: правильно ли скомпонована функциональная схема с точки зрения обеспечения требуемых показателей качества переходного процесса и какими методами улучшать эти показатели. Добиваться требуемых параметров качества регулирования можно двумя путями: либо изменять начальную структуру системы, либо вводить в схему специальные *корректирующие элементы*. Так как исходная схема выбирается из условий обеспечения статических режимов и изменения здесь нежелательны, то для улучшения качества системы целесообразнее избрать путь коррекции динамических характеристик.

8.1. Законы регулирования

Предположим, что в системе появилось рассогласование, т.е. действительное значение регулируемой величины стало отличаться от заданного значения. Как должна реагировать система на эту ситуацию? Резко бросить на ликвидацию ошибки все ресурсы или только их часть? Поддерживать реакцию до полного исчезновения ошибки или менять ее во времени? Может быть, форсировать реакцию в первый момент, ослабляя ее далее, как это делают регуляторы «сильного действия», или реагировать с возрастающей интенсивностью средствами интегральных регуляторов? Подобные вопросы решаются с помощью специальных алгоритмов, которые называют *законами регулирования*. Из всего многообразия возможных алгоритмов практикой и теорией отобрано небольшое число наиболее рациональных.

Вернемся к рис. 1.1, где показан принцип организации автоматической системы. Здесь видно, что информация о текущем состоянии объекта регулирования подается на управляющее устройство, которое и вырабатывает управляющее воздействие $u(t)$. Закон формирования $u(t)$ можно представить суммой трех функций

$$u(t) = F_1(\Delta x) + F_2(x_{\text{зад}}) + F_3(z),$$

где F_1, F_2, F_3 — функции соответственно от ошибки Δx , задающего воздействия $x_{\text{зад}}$ и возмущающего воздействия z .

Описание законов регулирования может быть сделано на основе следующей общей линейной формы

$$u(t) = k_1 x + k_2 \int x dt + k_3 \iint x d^2 t + \dots + k_4 x' + k_5 x'' + \dots, \quad (8.1)$$

или в операторной форме

$$\tilde{U} = \left(k_1 + \frac{k_2}{p} + \frac{k_3}{p^2} + \dots + k_4 p + k_5 p^2 + \dots \right) \tilde{X}. \quad (8.2)$$

Здесь x — обозначает сигнал на входе регулятора, а \tilde{X} — его изображение.

Выбором слагаемых формулы (8.1) или (8.2) формируют различные законы регулирования, которые реализуются в регуляторах.

Пропорциональные регуляторы (П-регуляторы). Когда на входе П-регулятора появляется воздействие $x(t)$, на его выходе появляется управляющее воздействие

$$u(t) = k_1 x(t), \quad (8.3)$$

где k_1 — коэффициент передачи регулятора, являющийся его параметром настройки.

Передаточная функция регулятора

$$W = k_1. \quad (8.4)$$

П-регуляторы выполняются на основе безынерционных динамических звеньев и осуществляют мгновенную реакцию, пропорциональную поступающему сигналу (рис. 8.1 а).

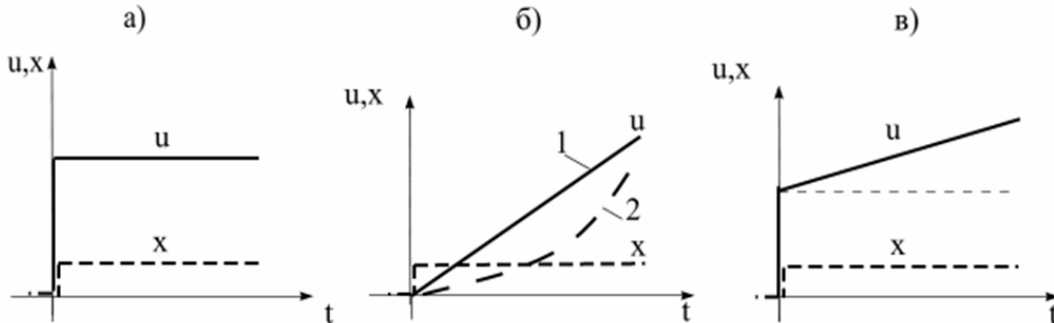


Рис. 8.1. Временные характеристики:

а — П-регулятора; б — И-регулятора; в — ПИ-регулятора

Интегральные регуляторы (И-регуляторы) регуляторы вырабатывают управляющее воздействие, пропорциональное интегралу от входного сигнала

$$u(t) = k_2 \int x(t) dt, \quad (8.5)$$

где k_2 — параметр настройки регулятора. Когда на вход регулятора поступает сигнал «ступенька» $x(t) = x$, сигнал на выходе будет изменяться по закону $u(t) = k_2 x \cdot t$ (рис. 8.1 б). Передаточная функция регулятора

$$W = \frac{k_2}{p}. \quad (8.6)$$

Особенность этого регулятора в том, что в начале процесса регулирования его эффективность низкая, но она растет по мере накопления (интегрирования) ошибки. Такой алгоритм регулятора снижает быстродействие системы, а если регулирование ведется по второму интегралу

$$u(t) = k_2 \iint x dt^2 = k_2 x \int t dt = \frac{k_2 x}{2} t^2,$$

то это снижение становится еще более заметным (кривая 2 на рис. 8.1 б).

Пропорционально-интегральные регуляторы (ПИ-регуляторы или изодромные). При изодромном регулировании вырабатывается регулирующее воздействие, эквивалентное одновременному действию двух регуляторов — пропорционального и интегрального

$$u(t) = k_1 x(t) + k_2 \int x(t) dt, \quad (8.7)$$

где k_1, k_2 — коэффициенты передачи регулятора, являющиеся его параметрами настройки. Передаточная функция регулятора

$$W = k_1 + \frac{k_2}{p}. \quad (8.8)$$

Временная характеристика регулятора (рис. 8.1 в) показывает, что сначала после появления сигнала регулятор работает как П-регулятор, в дальнейшем, по мере накопления сигнала, преобладает действие И-регулятора. Таким образом, изодромное регулирование

сочетает в себе высокую статическую точность интегрального регулирования (астатизм) с большим быстродействием пропорционального регулирования.

Пропорционально-дифференциальные регуляторы (ПД-регуляторы). Выходная величина регулятора одновременно пропорциональна входному сигналу и скорости его изменения, т.е.

$$u(t) = k_1 x(t) + k_4 \frac{dx}{dt}, \quad (8.9)$$

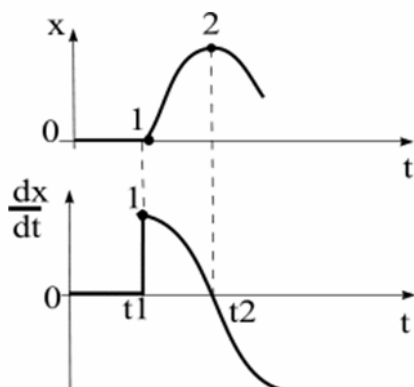
где k_1, k_4 параметры настройки регулятора.

Передаточная функция регулятора

$$W = k_1 + k_4 p. \quad (8.10)$$

Временная характеристика регулятора (рис. 8.3 а) отличается от характеристики П-регулятора резким увеличением выходного сигнала в начальный период регулирования. Затем с течением времени дифференциальная составляющая сигнала исчезает и остается только пропорциональная составляющая. Таким образом, действие предварения можно представить как временное увеличение коэффициента усиления регулятора или *прямое предварение*. Физическое объяснение действия дифференциальной составляющей дают кривые (рис. 8.2).

Прямое предварение используется на инерционных объектах с большой постоянной времени, а на объектах с малой инерционностью применяют регуляторы с *обратным предварением*, действие которого сводится к временному уменьшению коэффициента усиления (на рис. 8.3 а это показано пунктиром).



8.2. Кривые изменения $x(t)$ и $x'(t)$

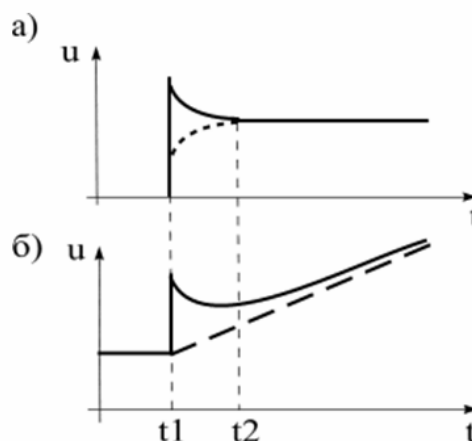


Рис. 8.3. Временные характеристики: а — ПД-регулятора; б — ПИД-регулятора

Изодромные регуляторы с предварением (ПИД-регуляторы). Выходная величина этих регуляторов пропорциональна трем составляющим: входному сигналу, интегралу от этого сигнала и скорости его изменения

$$u(t) = k_1 x(t) + k_2 \int x(t) dt + k_4 x'(t). \quad (8.11)$$

Передаточная функция регулятора

$$W = k_1 + \frac{k_2}{p} + k_4 p. \quad (8.12)$$

Временная характеристика ПИД-регулятора с прямым предварением (рис. 8.3 б) показывает, что на начальном отрезке времени $t_1 \div t_2$ преобладает пропорциональная и дифференцирующая составляющие, а далее пропорциональная и интегрирующая.

8.2. Коррекция характеристик АС

Понятие о коррекции. В автоматических системах, которые состоят только из основных функционально необходимых элементов, обычно не удается получить требуемые показатели качества регулирования. Это объясняется тем, что требования, предъявляемые к характеристикам системы, чаще всего носят противоречивый характер. Например, повышение точности системы в установившемся режиме требует повышать коэффициент усиления системы, но это мероприятие всегда уменьшает запас устойчивости системы и ухудшает переходный процесс. При этом система может стать неустойчивой раньше, чем удастся получить требуемый коэффициент усиления.

Покажем это на примере автоматической системы, у которой передаточная функция в разомкнутом состоянии имеет вид

$$W_p = \frac{k}{p(1+T_1p)(1+T_2p)}. \quad (8.13)$$

Приведенные на рис. 8.4 логарифмические характеристики $L(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ системы показывают, что при коэффициенте усиления $k = K_1$ система имеет достаточный запас устойчивости по амплитуде ΔL_1 и фазе $\Delta\varphi_1$, а следовательно, и хороший переходный процесс. Предположим, что при значении K_1 не обеспечивается заданная точность и для ее повышения требуется увеличить коэффициент усиления до значения $k = K_2$. Как видно из графиков, при этом коэффициенте усиления система стала неустойчивой. Это вызвано следующими физическими причинами.

С увеличением коэффициента усиления увеличивается частота среза системы ω_c и одновременно уменьшается запас устойчивости по фазе $\Delta\varphi$. Причиной является наличие в системе инерционных звеньев, которые вносят запаздывание по фазе. С увеличением частоты запаздывание растет. Отсюда следует, что для сохранения устойчивости системы при увеличении ее коэффициента усиления надо компенсировать запаздывание в полосе частот вблизи частоты среза ω_{c2} .

Это можно сделать коррекцией динамических характеристик системы, например приподнять вверх ФЧХ так, как это показано на рис. 8.4 пунктирной линией. Если это удастся сделать, будет достигнута необходимая точность и система сохранит необходимый запас устойчивости, который определится отрезками ΔL_2 и $\Delta\varphi_2$.

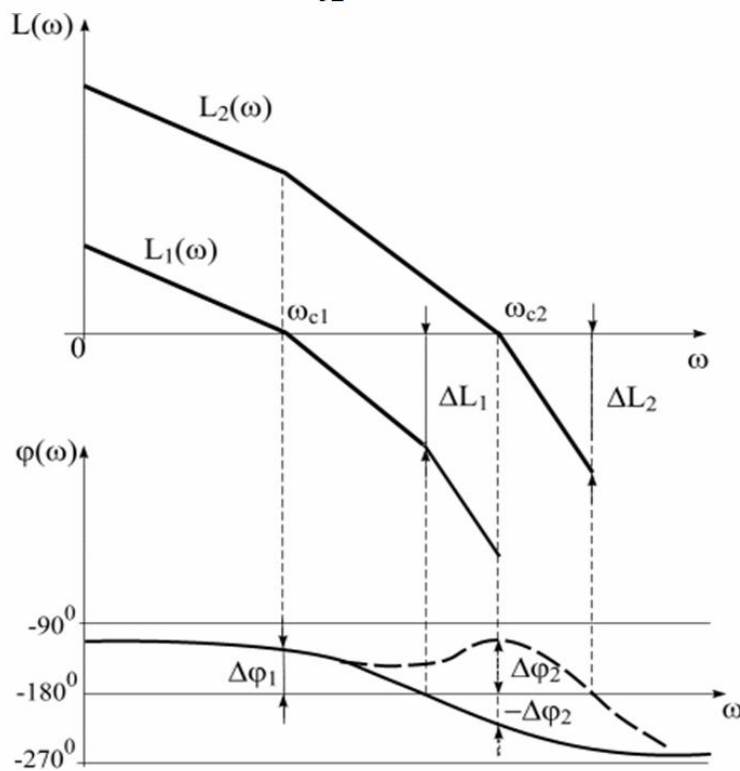


Рис. 8.4. Логарифмические частотные характеристики системы с передаточной функцией по формуле (8.13) при коэффициентах усиления K_1 и K_2 ($K_1 < K_2$).

Средства коррекции динамических характеристик. Коррекция осуществляется с помощью специальных корректирующих устройств, для которых подбирается определенный алгоритм обработки сигнала и схема включения устройства в систему.

Основными алгоритмами корректирующих устройств являются дифференцирующие, интегрирующие и интегро-дифференцирующие. В ряде случаев используются алгоритмы безынерционных и инерционных звеньев. Используются также различные сочетания этих алгоритмов.

Схемы включения корректирующих устройств делятся на последовательные, параллельные и комбинированные.

Последовательные корректирующие устройства обычно включаются после элемента сравнения в цепь основных воздействий и служат для преобразования отклонения (сигнала ошибки). В этом случае корректирующее устройство формирует выходной сигнал, представляющий собой производную или интеграл от входного сигнала по времени. К достоинствам последовательных корректирующих устройств относится простота их исполнения (в виде пассивных R-C контуров), а к недостаткам — высокая чувствительность к помехам, накладываемым на основной сигнал. Введение в цепь основных воздействий последовательных корректирующих устройств в виде пассивных контуров часто сопряжено с ослаблением основного сигнала.

Параллельные корректирующие устройства образуют гибкую обратную связь по отношению к охваченной части структурной схемы. Они в некоторых случаях требуют применения специальных средств для своего осуществления, например тахогенераторов, стабилизирующих трансформаторов и др., и могут выполняться в виде простых однозвенных или многозвенных R-C контуров. К преимуществам параллельных корректирующих устройств относятся большая независимость динамических свойств скорректированной системы от изменения ее параметров, меньшая подверженность влиянию помех и др.

Пример. Корректирующие свойства дифференцирующей цепи. Здесь рассматриваются корректирующие свойства одной из распространенных дифференцирующих схем (рис. 8.5 а). Передаточная функция этой схемы

$$W = \frac{\tilde{U}_{\text{ВЫХ}}}{\tilde{U}_{\text{ВХ}}} = k_d \frac{1 + T_1 p}{1 + T_2 p}, \quad (8.14)$$

где $k_d = R_2 / (R_1 + R_2)$ — коэффициент усиления цепи; $T_1 = R_1 C$ и $T_2 = k_d T_1$ — постоянные времени, характеризующие соответственно опережение и отставание. Поскольку $k_d < 1$, то $T_1 > T_2$.

АФЧХ рассматриваемой схемы является полуокружностью, расположенной в первом квадранте (рис. 8.5 б). ЛАЧХ показана на рис. 8.5 в ломаной $L(\omega)$.

ФЧХ в соответствии с формулой (8.14) определяется выражением

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) - \varphi_2(\omega) = \arctg(\omega T_1) - \arctg(\omega T_2) \quad (8.15)$$

и показана на рис. 8.5 в. Из последнего выражения видно, что числитель передаточной функции обуславливает опережение на угол $\arctg(\omega T_1)$, а знаменатель запаздывание на угол $\arctg(\omega T_2)$.

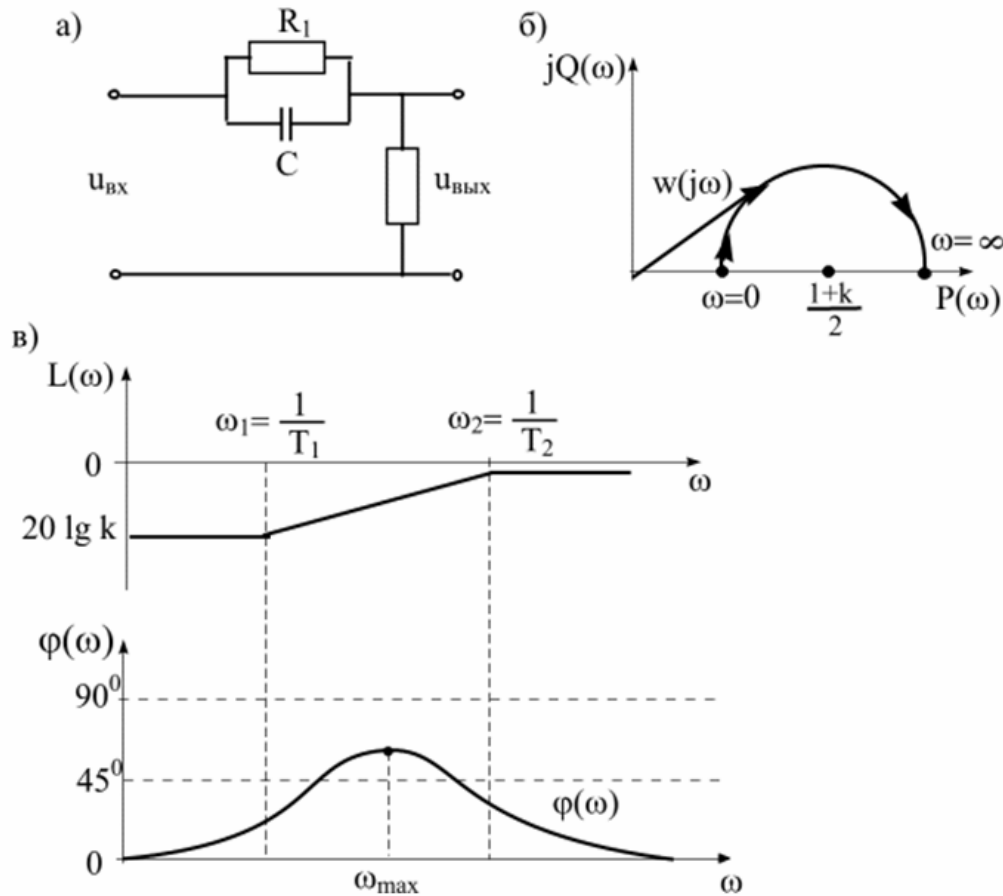


Рис. 8.5. Схема дифференцирующей фазопережающей R-C цепи и ее частотные характеристики

Так как для дифференцирующей схемы всегда $T_1 > T_2$, то она при всех частотах будет создавать опережение. Однако опережение ощутимо только в определенной полосе частот. Существует частота ω_{max} при которой опережение максимально. Значение этой частоты определяется из условия $d\varphi/d\omega = 0$ и равно

$$\omega_{\max} = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}.$$

Угол опережения на этой частоте равен

$$\varphi_{\max}(\omega) = \arctg \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} - \arctg \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \arctg \frac{1}{\sqrt{k}} - \arctg \sqrt{k}.$$

Данная формула показывает, что максимальное опережение не зависит от абсолютных значений T_1 и T_2 , а зависит только от их отношения, или показывает, что получение больших углов опережения связано с уменьшением коэффициента усиления цепи.

Физическая трактовка процессов при введении производной в законе регулирования.

Предположим, что сигнал рассогласования системы $u(t)$ и его производная $u'(t)$ изменяются по кривым (рис. 8.6).

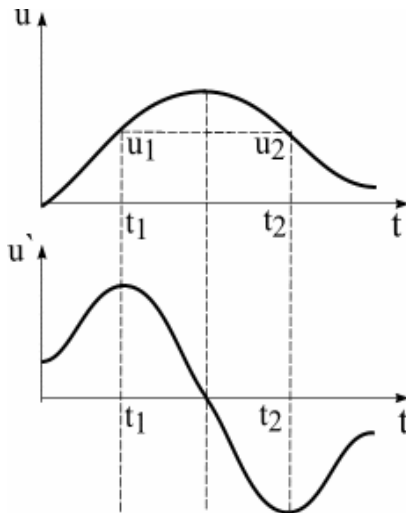


Рис. 8.6

Если система реагирует только на сигнал рассогласования $u(t)$, то при прохождении его через инерционные элементы исполнительный двигатель начнет его обрабатывать не сразу, а через некоторое время. Если же на исполнительный двигатель поступит сигнал, пропорциональный не только сигналу рассогласования, но и его производной, то он начнет обрабатывать ошибку значительно раньше и интенсивнее. Второй существенный фактор в том, что в системе, реагирующей только на сигнал $u(t)$ вращающий момент двигателя одинаков как в момент времени t_1 , когда сигнал растет, так и в момент t_2 , когда он убывает. Между тем желательно иметь другой алгоритм реакции, чтобы в момент t_1 усилие двигателя было бы больше для эффективного гашения ошибки, а в момент t_2 , наоборот, меньшее, чтобы предотвратить перерегулирование. Как следует из рис. 8.6 такой благоприятный алгоритм создается посредством дифференцирования сигнала.

Глава 9. ПРИМЕР РАСЧЕТА АВТОМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ

Расчет системы автоматического регулирования (САР) представляет собой задачу, имеющую, как правило, многозначное решение. Выбор оптимальной конфигурации САР зависит от требований, предъявляемых как к данной системе (быстродействие, точность, малогабаритность и др.), так и к условиям ее эксплуатации. Поэтому невозможно составить универсальный план проектирования и расчета САР, т.к. каждая новая система оригинальна. Здесь представлен лишь общий порядок расчета, предполагая, что читатель, проектируя свою систему, сам будет конкретизировать детали в процессе расчета. Ниже приводится краткая характеристика основных этапов расчета САР.

Задание на расчет. В зависимости от технических условий, предъявляемых к автоматической системе, задания на расчет могут быть довольно разнообразными. Чаще всего в задание вводятся лишь эксплуатационные требования общего характера, такие как мощность, диапазон регулирования параметра (или параметров), точность, максимальные (предельные) значения параметров, эксплуатационные условия (температурный режим, длительность эксплуатации и т.д.). В некоторых случаях выдвигаются дополнительные требования: вес, габариты, род тока, тип двигателя, тип усилителя, требования бесконтактности и др. Иногда проектировщику приходится самому дополнительно задавать некоторые исходные данные, необходимые для расчета.

Выбор исходных данных. К исходным данным расчета обычно относятся: вид возмущающего воздействия (чаще всего это гармоническое или единичное, ступенчатое воздействие); параметры качества регулирования: величина перерегулирования (обычно в пределах 10—40%), время переходного процесса, число колебаний, определяемое числом переходов через положение равновесия (обычно 1—3), запас по модулю и фазе; род тока, величины напряжений, частоты; типы усилителей, двигателей; чувствительность элементов и обратных связей.

Все исходные данные принимаются или на основании опыта проектирования или же на основании каких-либо других инженерных соображений, определяемых условиями эксплуатации, экономики и т.д. В наиболее ответственных случаях может быть предусмотрено несколько вариантов исходных данных, по которым приходится проводить параллельные расчеты.

Разработка функциональной схемы САР. После уточнения исходных данных выбирается принцип управления системой. В современных автоматических системах используется несколько принципов управления: по отклонению; по возмущению; комбинированный; адаптации.

Часто объект управления (ОУ) допускает несколько способов изменения своего режима, т.е. регулирования. В этом случае проектировщику предстоит также выбрать и способ регулирования ОУ.

Например, частота вращения асинхронного двигателя может регулироваться как изменением величины напряжения статора, так и изменением частоты источника питания: каждый из способов регулирования имеет свои достоинства и недостатки. Они должны учитываться при проектировании каждой конкретной системы.

После выбора способа управления системой и ее исполнительного устройства разрабатывают функциональную схему системы, определяют необходимое число главных и местных обратных связей, закладывают законы регулирования переменных величин, выбирают элементы будущей системы. К основным элементам системы обычно относятся: исполнительные механизмы (двигатели, генераторы и т.д.), усилители (электромашинные, магнитные, электронные и др.), чувствительные элементы, преобразовательные элементы (дискриминаторы, выпрямители и т.п.), источники питания. На этом этапе определяются входные и выходные мощности элементов, их марки или типы, согласовываются напряжения,

токи и другие каталожные данные элементов. Формулируются требования по взаимному согласованию входных и выходных воздействий элементов.

Составление математической модели САР. Каждая новая автоматическая система оригинальна, поэтому для ее расчета требуется построить математическую модель. Эта модель является базой не только для расчета системы, но и для анализа и синтеза всех ее характеристик. Математические модели могут составляться отдельно для статического и динамического режимов, хотя универсальной является динамическая модель, из которой достаточно легко получается модель статики.

9.1. Техническое задание

Рассчитать систему автоматического регулирования частоты вращения вала; использовать в качестве объекта управления — двигатель постоянного тока независимого возбуждения (ДПТ). Автоматическая система должна иметь следующие технические характеристики:

- | | |
|---|----------------------|
| 1. Мощность системы на валу | $P_c = 2,5$ кВт. |
| 2. Максимальная скорость вращения | $n_c = 2000$ об/мин. |
| 3. Статизм характеристики системы | $S_{xc} = 0,005$. |
| 4. Напряжение задания максимальной скорости | $U_3 = 15$ В. |
| 5. Момент инерции, приведенный к валу двигателя $J = 10$ Н·м ² . | |

9.2. Компоновка функциональной схемы

Выбор параметров объекта управления. Так как в техническом задании уже определен тип исполнительного двигателя, то остается только выбрать его каталожные данные и согласовать их с техническими данными системы. Выбор двигателя проведем на основе следующих соображений.

Двигатель должен обеспечить скоростные характеристики системы, поэтому его максимальная скорость вращения должна быть не меньше этого параметра системы. Качество динамических характеристик автоматической системы во многом определяется запасом мощности исполнительной машины, поэтому двигатель желательно выбирать с превышением мощности системы. В данном случае выбираем двигатель с номинальной мощностью, превышающей мощность системы не менее чем на 30%. Таким образом, двигатель должен удовлетворять следующим условиям:

$$n_{д.мах} \geq n_c, \quad P_{д.ном} \geq 1,3P_c$$

Исходя из этих условий, намечаем для установки в систему двигатель типа 2ПН160БУХЛ4 со следующими параметрами:

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------|
| 1. Номинальная мощность | $P_{д.н} = 4,0$ кВт |
| 2. Номинальное напряжение | $U_{д.н} = 220$ В. |
| 3. Номинальная скорость вращения | $n_{д.н} = 2500$ об/мин. |
| 4. Коэффициент полезного действия | $\eta = 78,5\%$. |
| 5. Активное сопротивление якоря | $R_a = 0,486$ Ом. |
| 6. Индуктивность якоря | $L_a = 14,7$ мГн. |

Рассчитаем другие параметры двигателя: номинальный ток якоря

$$I_{дн} = \frac{P_{дн}}{\eta U_{дн}} = \frac{4000}{0,785 \cdot 220} = 23,16 \text{ А}; \quad (9.1)$$

номинальная частота вращения

$$\omega_{дн} = \frac{2\pi \cdot n_{дн}}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 2500}{60} = 261,66 \text{ с}^{-1}; \quad (9.2)$$

номинальный момент вращения

$$M_{\text{дн}} = \frac{P_{\text{дн}}}{\omega_{\text{дн}}} = \frac{4000}{261,66} = 15,29 \text{ Нм}; \quad (9.3)$$

электромагнитная постоянная цепи якоря

$$T_a = \frac{L_a}{R_a} = \frac{0.0147}{0.486} = 0.03 \text{ с}; \quad (9.4)$$

механическая постоянная системы, приведенная к валу двигателя

$$T_M = \frac{J}{H} = \frac{0.1}{0.01} = 10 \text{ с}, \quad (9.5)$$

где H — коэффициент пропорциональности по трению (в расчетах системы принято $H = 0,01$ Нмс).

Выбор способа управления двигателем. Способ регулирования частоты вращения двигателя является одним из важнейших факторов, определяющих конфигурацию будущей системы и ее эксплуатационные характеристики.

Все возможные способы регулирования частоты вращения двигателя определяются из его скоростной характеристики

$$\omega = \frac{U - I_a R_a}{k_B I_B}, \quad (9.6)$$

где U — напряжение на якоре двигателя, I_a, I_B — токи якоря и возбуждения,

k_B — коэффициент пропорциональности.

Как известно из теории двигателей постоянного тока, наиболее эффективными способами их регулирования являются якорное регулирование и регулирование током возбуждения.

Якорное регулирование осуществляется изменением напряжения якоря U при постоянном токе возбуждения. Так как увеличение напряжения выше номинального недопустимо, то согласно (9.6) этот способ регулирования обеспечивает регулирование скорости только «вниз». К достоинствам якорного регулирования следует отнести существование благоприятных условий работы коллекторно-щеточного аппарата и высокая надежность работы машины во всем диапазоне скоростей.

Регулирование током возбуждения основано на уменьшении тока возбуждения при постоянном U . Согласно уравнению (9.6), этим обеспечивается регулирование «вверх». Существенным недостатком такого регулирования является ухудшение условий работы коллекторно-щеточного аппарата машины при глубоком регулировании, что связано с возможностью появления кругового огня на коллекторе (это эквивалентно короткому замыканию источника питания).

Исходя из приведенных соображений, выбираем для САР *якорное регулирование* частоты вращения двигателя.

Выбор способа управления системой. Следующим фактором, определяющим общую конфигурацию системы, является выбор способа управления регулируемой величиной (напомним, что в этой системе регулируемой величиной является частота вращения вала $\omega(t)$). Поскольку в ТЗ не оговариваются особые условия по характеру возможных возмущений, то выбираем способ управления «по отклонению». Это универсальный способ, обеспечивающий управление системой при действии на нее любых видов возмущений, как внутренних, так и внешних.

Разработка функциональной схемы САР. Для организации управления «по отклонению» в системе должна быть создана отрицательная обратная связь по регулируемой величине. Для данной системы эта обратная связь является *главной*. Кроме того, при разработке функциональной схемы следует заложить выполнение следующих операций:

- 1) измерение регулируемого параметра;
- 2) сравнение его текущего значения с заданным;
- 3) отработка рассогласования (ошибки регулирования).

Функциональная схема САР, удовлетворяющая всем перечисленным выше условиям, изображена на рисунке 1.

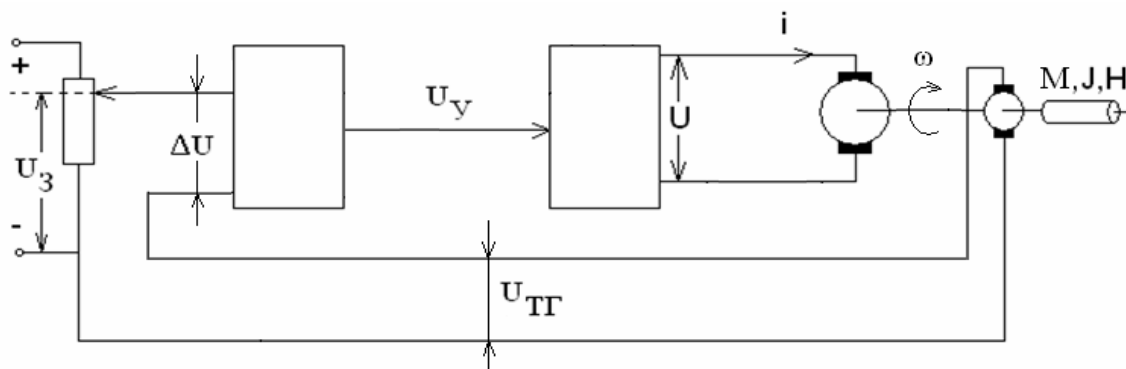


Рис. 9.1. Функциональная схема системы автоматического регулирования частоты вращения вала:

U_3 — напряжение задания; ΔU — напряжение рассогласования; U_y — напряжение управления;
 U, I — напряжение и ток двигателя; $U_{тг}$ — напряжение тахогенератора; H — коэффициент пропорциональности по трению; M — момент сопротивления нагрузки на валу;
 J — момент инерции системы

Регулирование и стабилизация частоты вращения вала в этой схеме осуществляется следующим образом. Задание частоты вращения обеспечивается напряжением задания U_3 . Напряжение с тахогенератора $U_{тг}$, пропорциональное частоте вращения, поступает по цепи главной обратной связи на вход системы и сравнивается с напряжением задания. Рассогласование сигналов $\Delta U = U_3 - U_{тг}$ поступает на вход регулятора скорости, который формирует управляющее напряжение U_y . С помощью этого напряжения, используя преобразователь, формируется напряжение на якоре двигателя, определяющее скорость его вращения.

9.3. Составление математических моделей САР

Общие замечания. Математические модели САР являются алгоритмической основой их проектирования. На их основе производится синтез систем, анализ их характеристик, расчет параметров настроек и т.д.

Процесс составления моделей можно разделить на два этапа: сначала пишут модель каждого элемента системы, затем составляется общая модель системы в соответствии со схемой прохождения в ней сигналов. Существует достаточно много форм записи линейных математических моделей, но наиболее распространенными из них является запись в виде систем уравнений, структурных схем и передаточных функций.

9.3.1. Статическая модель САР.

Статическая модель описывает систему в установившемся режиме и поэтому используется для расчета параметров настройки ее элементов, при которых будут обеспечены заданные в ТЗ параметры статических характеристик системы.

Сначала составим статические модели элементов системы. Как видно из ее функциональной схемы, система состоит из следующих элементов:

- задатчика в виде потенциометра, подключенного к источнику постоянного, стабильного напряжения;
- двигателя постоянного тока независимого возбуждения;

- регулятора скорости;
- регулируемого преобразователя переменного трехфазного напряжения;
- тахогенератора.

Модель двигателя постоянного тока. Статический режим ДПТ описывается следующей системой уравнений:

- 1) уравнение баланса напряжений для обмотки якоря

$$U = E + I \cdot R_a ; \quad (9.7)$$

- 2) уравнение э.д.с. вращения в обмотке якоря

$$E = k_e \cdot \omega ; \quad (9.8)$$

- 3) уравнение электромагнитного момента двигателя

$$M_d = k_m \cdot I ; \quad (9.9)$$

- 4) уравнение баланса моментов на валу

$$M_d = M_{тр} + M ; \quad (9.10)$$

- 5) уравнение момента сил трения в системе (считаем этот момент пропорциональным частоте вращения вала)

$$M_{тр} = H \cdot \omega , \quad (9.11)$$

где H — коэффициент пропорциональности по трению.

Система уравнений (9.7—9.11) является статической моделью двигателя, и на ее основе могут быть получены все его статические характеристики. Для получения какой-либо характеристики в этих уравнениях выбирают зависимую переменную и одну или несколько независимых переменных. Так, например, для механической характеристики двигателя, которая определяется выражением $\omega = f(U, M)$, зависимой переменной является ω , а независимыми переменными U и M .

Решение уравнений можно проводить различными методами, например, путем последовательного исключения лишних переменных, путем представления модели в матричной форме и т.д. Покажем метод решения с помощью структурной схемы и будем пользоваться им в дальнейшем.

Модель, записанную в виде системы уравнений, заменим эквивалентной ей структурной схемой. Для построения этой схемы проведем следующие преобразования исходных уравнений.

Уравнение (9.7) перепишем так

$$I = \frac{U - E}{R_a} = k_a \cdot \Delta U , \quad (9.12)$$

где $k_a = \frac{1}{R_a}$.

Уравнения (9.10—9.11) объединим и запишем в виде:

$$\omega = \frac{M_d - M}{H} = k_{тр} \cdot \Delta M , \quad (9.13)$$

где $k_{тр} = \frac{1}{H}$.

Уравнения (9.8) и (9.9) оставим без изменений.

Теперь каждое уравнение системы можно трактовать как уравнение звена, на входе которого действует независимая переменная, а на выходе — зависимая. Из таких звеньев можно построить структурную схему двигателя. Она представлена на рисунке 2.

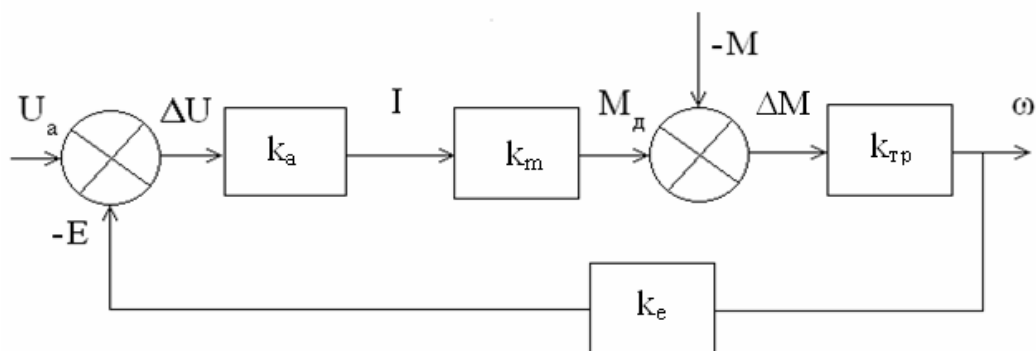


Рис. 9.2. Структурная схема ДПТ независимого возбуждения при якорном регулировании

Последовательность получения статической характеристики с помощью структурной схемы состоит в следующем: на структурной схеме определяют точку действия нужной независимой переменной и считают ее входом, и точку действия нужной зависимой переменной и считают ее выходом. После этого структурную схему преобразуют в эквивалентное звено относительно этих точек. Преобразование схемы можно сделать либо путем последовательных упрощений, либо по правилу Мейсона. В дальнейшем будем пользоваться правилом Мейсона.

В качестве примера определим статическую характеристику двигателя $\omega = f(U, M)$. Так как в характеристике две независимых переменных U и M , то структурную схему преобразуем дважды: относительно точек U , ω и относительно точек M , ω . Преобразование схемы относительно первой пары точек дает передаточную функцию

$$W_{U,\omega} = \frac{k_a k_m k_{тр}}{1 + k_a k_m k_{тр} k_e}. \quad (9.14)$$

Аналогичное преобразование относительно точек M и ω дает передаточную функцию

$$W_{M,\omega} = \frac{k_{тр}}{1 + k_a k_m k_{тр} k_e}. \quad (9.15)$$

Так как модель двигателя линейная, то для записи его характеристики воспользуемся принципом суперпозиции реакций, т.е.

$$\omega = W_{U,\omega} \cdot U - W_{M,\omega} \cdot M. \quad (9.16)$$

В дальнейшем будет использоваться и такая запись этой характеристики

$$\omega = \alpha \cdot U - \beta \cdot M. \quad (9.17)$$

Модель регулятора скорости. В качестве регулятора скорости используем безынерционный усилитель с коэффициентом передачи k_c . Так как этот усилитель передает сигнал без искажения формы, изменяя лишь его масштаб, то математической моделью регулятора будет уравнение

$$U_y = k_c \cdot \Delta U. \quad (9.18)$$

Модель преобразователя напряжения. Для регулирования напряжения на якоре двигателя используем трехфазный полностью управляемый преобразователь с косинусным принципом регулирования фазы. В таком преобразователе имеет место линейная зависимость между его выходным напряжением U и сигналом управления U_y . Поэтому можно записать

$$U = k_{пр} \cdot U_y. \quad (9.19)$$

Модель тахогенератора. Тахогенератор является устройством измерения частоты вращения и изготавливается так, что с высокой точностью его напряжение пропорционально частоте вращения, то есть

$$U_{тр} = k_{тр} \cdot \omega. \quad (9.20)$$

Модель САР. Модель системы составляется на основе ее функциональной схемы (рис. 9.1). Запись уравнений начнем с входа системы, на который поступает сигнал задания U_3 . Этот сигнал поступает на элемент сравнения, на выходе которого вырабатывается сигнал ошибки регулирования $\Delta U = U_3 - U_{тр}$. Это уравнение часто называют также уравнением замыкания системы. Остальные уравнения модели САР читателю уже знакомы — они являются уравнениями элементов. В результате получаем статическую модель проектируемой автоматической системы в следующем виде:

$$\begin{cases} \Delta U = U_3 - U_{тр} \\ U_y = k_c \cdot \Delta U \\ U = k_{пр} \cdot U_y \\ \omega = \alpha \cdot U - \beta \cdot M \\ U_{тр} = k_{тр} \cdot \omega \end{cases} \quad (9.21)$$

По этим уравнениям составляется структурная схема (рис. 9.3).

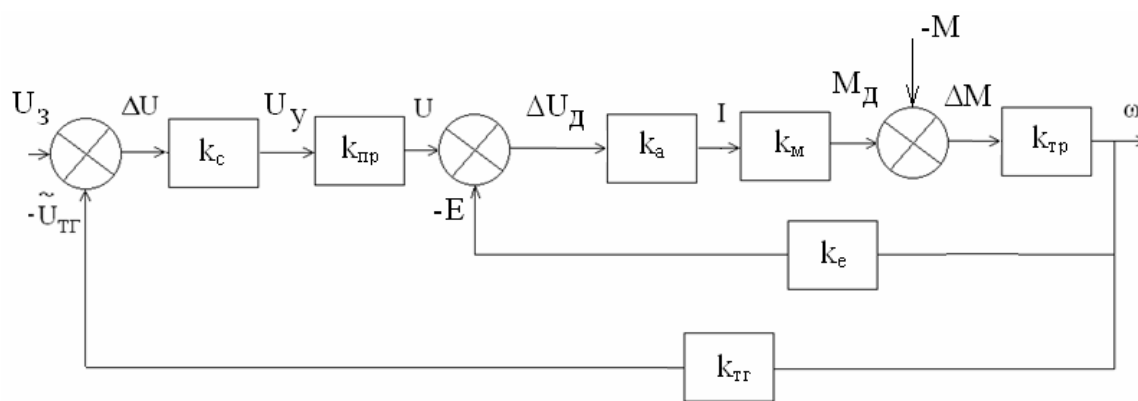


Рис. 9.3. Структурная схема САР (статика)

На основе этой структурной схемы могут быть получены все статические характеристики системы. Так как в расчетах системы используется ее механическая характеристика $\omega = f(U_3, M)$, то на примере этой характеристики покажем принцип построения характеристик САР.

Поскольку в данной характеристике участвуют два внешних воздействия (U_3 и M), то структурную схему (рис. 9.3) преобразуем дважды: относительно точек U_3 , ω и относительно точек M , ω и используем принцип суперпозиции. Это дает выражение характеристики

$$\omega = \frac{k_{п1}}{1 + k_1 + k_2} \cdot U_3 - \frac{k_{п2}}{1 + k_1 + k_2} \cdot M, \quad (9.22)$$

где $k_{п1} = k_c k_{пр} k_a k_m k_{тр}$ — коэффициент передачи прямого пути от U_3 к ω ; $k_{п2} = k_{тр}$ — коэффициент передачи прямого пути от M к ω ; $k_1 = k_a k_m k_{тр} k_e$; $k_2 = k_{п1} k_{тр}$.

Для полного анализа статических свойств автоматической системы читателю следует самостоятельно получить также другие статические характеристики:

- $\Delta U = f(U_3, M)$ — статическая ошибка регулирования;
- $I = f(U_3, M)$ — токовая характеристика системы.

Расчет параметров настройки. Рассчитать параметры настройки — это значит найти такие значения коэффициентов передачи элементов, при которых выполняются условия технического задания. При этом к параметрам настройки могут быть отнесены только те коэффициенты передачи, которые допускают независимое регулирование своей величины. В данной системе такими коэффициентами являются:

k_c — коэффициент передачи регулятора скорости;

$k_{пр}$ — коэффициент передачи преобразователя;

$k_{тг}$ — коэффициент передачи тахогенератора.

Остальные коэффициенты к параметрам настройки отнести нельзя, т.к. их значения определяются либо паспортными данными двигателя, либо параметрами самой системы.

Сначала определим коэффициенты передачи, которые не относятся к группе параметров настройки. Из уравнений модели двигателя и системы получим

$$k_e = \frac{U_{дн} - R_a I_{дн}}{\omega_{дн}} = \frac{220 - 0,486 \cdot 23,16}{261,66} = 0,7977 \text{ В/с}, \quad (9.23)$$

$$k_m = \frac{M_{дн}}{I_{дн}} = \frac{15,29}{23,16} = 0,66 \text{ Нм/А}, \quad (9.24)$$

$$k_a = \frac{1}{R_a} = \frac{1}{0,486} = 2,0576 \text{ Ом}^{-1}, \quad (9.25)$$

$$k_{тг} = \frac{1}{H} = \frac{1}{0,01} = 100 \text{ Нмс}^{-1}. \quad (9.26)$$

Для определения параметров настройки воспользуемся данными технического задания и уравнением механической характеристики системы (9.22).

Так как по техническому заданию система должна обеспечивать при максимальной частоте вращения статизм механической характеристики не хуже S_{xc} во всем диапазоне нагрузок, то, пользуясь определением «статизма характеристики системы», можно записать

$$S_{xc} = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0}, \quad (9.27)$$

где $\omega = \frac{k_{п1}}{1 + k_1 + k_2} \cdot U_3 - \frac{k_{п2}}{1 + k_1 + k_2} \cdot M_{\max}$ — частота вращения системы при максимальном моменте на ее валу;

$\omega_0 = \frac{k_{п1}}{1 + k_1 + k_2} \cdot U_3$ — частота вращения системы в режиме холостого хода.

Совместное решение этих уравнений относительно неизвестных k_c , $k_{пр}$, $k_{тг}$ даст формулы для расчета параметров настройки. Эти формулы предлагаем читателю получить самостоятельно, а здесь приведем значения этих параметров

$$k_c \cdot k_{пр} = 19,65; \quad k_{тг} = 0,0303. \quad (9.28)$$

9.3.2. Динамическая модель САР.

В уравнениях динамической модели присутствует координата времени, и поэтому модель представляет собой систему дифференциально-алгебраических уравнений.

Примечание. Так как решение модели будет проводиться с помощью интегральных преобразований Лапласа, то для сокращения записи уравнений в изображениях функциональные зависимости от переменной "p" будем подчеркивать волнистой линией, например вместо $U(p)$ будем писать \tilde{U} и т.д.

Модель ДПТ. Так как при якорном регулировании двигателя параметры цепи возбуждения остаются постоянными, то динамика процессов двигателя будет определяться следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \tilde{U} = \tilde{E} + R_a \tilde{I}_a + pL_a \tilde{I}_a \\ \tilde{E} = k_e \tilde{\omega} \\ \tilde{M}_d = k_m \tilde{I}_a \\ \tilde{M}_d - \tilde{M} - \tilde{M}_{тр} = pJ\tilde{\omega} \\ \tilde{M}_{тр} = H\tilde{\omega} \end{cases} \quad (9.29)$$

Эта модель линейная, и к ней можно применить преобразование Лапласа. Изображения уравнений при нулевых начальных условиях имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \tilde{U} = \tilde{E} + R_a \tilde{I}_a + pL_a \tilde{I}_a \\ \tilde{E} = k_e \tilde{\omega} \\ \tilde{M}_d = k_m \tilde{I}_a \\ \tilde{M}_d - \tilde{M} - \tilde{M}_{тр} = pJ\tilde{\omega} \\ \tilde{M}_{тр} = H\tilde{\omega} \end{cases} \quad (9.30)$$

Для записи модели в виде структурной схемы сделаем следующие преобразования:

$$\tilde{I}_a = \frac{\tilde{U} - \tilde{E}}{R_a + pL_a} = \frac{k_a}{1 + T_a p} \Delta \tilde{U}_d = W_1 \cdot \Delta \tilde{U}_d, \quad (9.31)$$

где k_a — коэффициент передачи динамического звена; $T_a = L_a / R_a$ — электромагнитная постоянная времени звена; $W_1 = \frac{k_a}{1 + T_a p}$ — передаточная функция звена,

$$\tilde{\omega} = \frac{\tilde{M}_d - \tilde{M}}{H + Jp} = \frac{k_{тр}}{1 + T_m p} \Delta \tilde{M} = W_3 \Delta \tilde{M}, \quad (9.32)$$

где $k_{тр}$ — коэффициент передачи звена; $T_m = J/H$ — механическая постоянная времени звена; $W_3 = \frac{k_{тр}}{1 + T_m p}$ — передаточная функция звена.

Второе и третье уравнения в формуле (9.30) не нуждаются в преобразованиях, т.к. они уже определяют звенья с передаточными функциями

$$W_4 = k_e, \quad W_2 = k_m.$$

Структурная схема двигателя приведена на рис. 9.4.

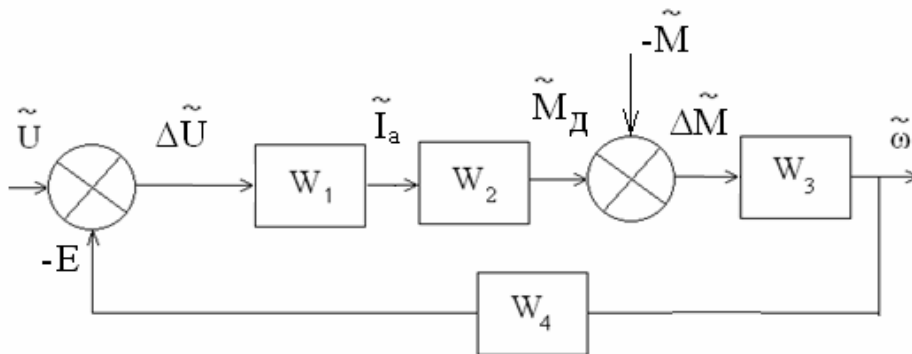


Рис. 9.4. Структурная схема ДПТ (динамика)

Модель П-регулятора скорости. Этот элемент осуществляет формирование закона регулирования скорости и, поскольку по техническому заданию система «статическая», использован пропорциональный регулятор, для которого справедливо

$$u_y(t) = k_c \cdot \Delta u(t), \quad (9.34)$$

$$\tilde{U}_y = W_c \cdot \Delta \tilde{U}, \quad (9.35)$$

где $W_c = k_c$ — передаточная функция регулятора.

Модель преобразователя напряжения. Считаем преобразователь безынерционным усилителем, и тогда можно записать

$$u(t) = k_{пр} \cdot u_y(t), \quad (9.36)$$

$$\tilde{U} = W_{пр} \cdot \tilde{U}_y, \quad (9.37)$$

где $W_{пр} = k_{пр}$ — передаточная функция преобразователя.

Модель тахогенератора. Если пренебречь электромагнитной инерционностью тахогенератора, то можно записать

$$u_{тр}(t) = k_{тр} \cdot \omega(t), \quad (9.38)$$

$$\tilde{U}_{тр} = W_{тр} \cdot \tilde{\omega}. \quad (9.39)$$

где $W_{тр} = k_{тр}$ — передаточная функция тахогенератора.

Модель САР. Модель составляется на основе функциональной схемы (рис. 9.1) и представляет собой следующую систему операторных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \tilde{U} = \tilde{U}_3 - \tilde{U}_{тр} \\ \tilde{U}_y = W_c \Delta \tilde{U} \\ \tilde{U} = W_{пр} \tilde{U}_y \\ \tilde{U} = \tilde{E} + R_a \tilde{I}_a + pL_a \tilde{I}_a \\ \tilde{E} = k_e \tilde{\omega} \\ \tilde{M}_d = k_m \tilde{I}_a \\ \tilde{M}_d - \tilde{M} - \tilde{M}_{тр} = pJ\tilde{\omega} \\ \tilde{M}_{тр} = H\tilde{\omega} \\ \tilde{U}_{тр} = W_{тр} \tilde{\omega} \end{array} \right. \quad (9.40)$$

Структурная схема САР, построенная по этой системе уравнений, представлена на рис. 9.5.

Для упрощения достаточно громоздких преобразований, которые обычно сопровождают расчеты САР, введем для всех передаточных функций новое однотипное обозначение в виде дроби, перенося на числитель и знаменатель индексы передаточной функции, например

$$W_i = \frac{\beta_i}{\alpha_i}.$$

Сведем передаточные функции системы в таблице 9.1.

Таблица 9.1

W_i	W_1	W_2	W_3	W_4	W_c	$W_{пр}$	$W_{тр}$
β_i	k_a	k_a	$k_{тр}$	k_e	k_c	$K_{пр}$	$K_{тр}$
α_i	$1+T_{ap}$	1	$1+T_{mp}$	1	1	1	1

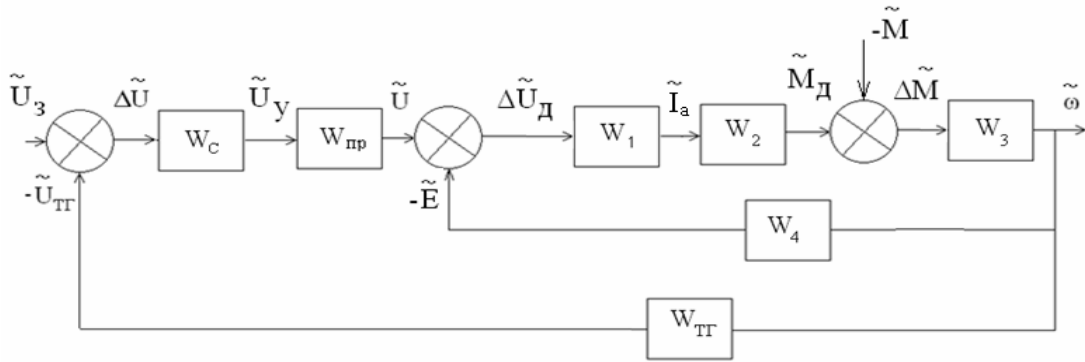


Рис. 9.5. Структурная схема САР (динамика)

9.3.3. Анализ динамики САР.

Динамические характеристики САР. Динамической характеристикой САР является функциональная зависимость между переменными модели. Последовательность получения характеристик на основе структурной схемы показана в параграфе 3.1.1. Здесь следует напомнить читателю, что структурные схемы дают только операторное выражение характеристик, а для получения характеристик в реальных переменных потребуется выполнить обратное преобразование Лапласа.

Динамика частоты вращения вала системы $\tilde{\omega} = f(\tilde{U}_3, \tilde{M})$. В качестве независимых переменных здесь выступают возмущающие воздействия: \tilde{U}_3 — напряжение задания и \tilde{M} — момент нагрузки на валу системы. Линейность модели позволяет получить искомую характеристику как сумму характеристик от отдельных возмущений, т.е.

$$\tilde{\omega} = W_{u3,\omega} \cdot \tilde{U}_3 + W_{M,\omega} \cdot \tilde{M}, \quad (9.41)$$

где $W_{u3,\omega}$ и $W_{M,\omega}$ — передаточные функции системы относительно точек \tilde{U}_3 , $\tilde{\omega}$ и \tilde{M} , $\tilde{\omega}$.

Относительно точек \tilde{U}_3 ; $\tilde{\omega}$, структурная схема имеет один прямой путь $W_c W_{пр} W_1 W_2 W_3$ и два контура с обратными отрицательными связями $W_c W_{пр} W_1 W_2 W_3 W_{ТГ}$ и $W_1 W_2 W_3 W_4$. Это позволяет записать передаточную функцию по правилу Мейсона следующим образом:

$$W_{u3,\omega} = \frac{W_c W_{пр} W_1 W_2 W_3 [(1 + W_1 W_2 W_3 W_4) \cdot (1 + W_c W_{пр} W_1 W_2 W_3 W_{ТГ})]^*}{[(1 + W_1 W_2 W_3 W_4) \cdot (1 + W_c W_{пр} W_1 W_2 W_3 W_{ТГ})]^*}.$$

или после исключений по знаку *

$$W_{u3,\omega} = \frac{W_c W_{пр} W_1 W_2 W_3}{1 + W_1 W_2 W_3 W_4 + W_c W_{пр} W_1 W_2 W_3 W_{ТГ}}.$$

Подставим в последнюю формулу значения передаточных функций по таблице 9.1 и после упрощений получим

$$W_{u3,\omega} = \frac{\beta(c(пр,1,2,3) \cdot \alpha(4, тр))}{\alpha(c(пр,1,2,3,4, тр) + \beta(1,2,3) \cdot \alpha(4, с, пр, тр) + \beta(c(пр,1,2,3, тр) \cdot \alpha(4))}. \quad (9.42)$$

В записи этой формулы принято следующее: произведения одноименных коэффициентов сокращенно записываются так $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 = \alpha(1,2,3)$. После подстановки данных из таблицы 9.1 получим

$$W_{u3,\omega} = \frac{k_{п1}}{(1 + T_a p)(1 + T_m p) + k_1 + k_2}. \quad (9.43)$$

Аналогичные преобразования структурной схемы относительно точек \tilde{M} , $\tilde{\omega}$ дают

$$W_{M,\omega} = \frac{\alpha(3) \cdot \beta(c(пр,1,2,4, тр))}{\alpha(c(пр,1,2,3,4, тр) + \beta(1,2,3) \cdot \alpha(4, с, пр, тр) + \beta(c(пр,1,2,3, тр) \cdot \alpha(4))}. \quad (9.44)$$

или

$$W_{M,\omega} = \frac{k_{n2}}{(1+T_a p)(1+T_m p) + k_1 + k_2}.$$

Здесь принято: $k_{n1} = k_c k_{np} k_a k_m k_{тр}$, $k_{n2} = 1 + T_{тр}$.

Таким образом, операторное выражение механической характеристики системы будет следующим:

$$\tilde{\omega} = \frac{k_{n1}}{(1+T_a p)(1+T_m p) + k_1 + k_2} \tilde{U}_3 - \frac{k_{n2}}{(1+T_a p)(1+T_m p) + k_1 + k_2} \tilde{M}. \quad (9.45)$$

Для анализа динамических свойств системы необходимо получить самостоятельно другие характеристики:

$$\tilde{T} = f(\tilde{U}_3, \tilde{M}); \quad \Delta \tilde{U} = f(\tilde{U}_3, \tilde{M}).$$

Характеристическое уравнение САР. Читатель заметил, что в передаточных функциях $W_{U_3, \omega}$ и $W_{M, \omega}$, которые участвуют в описании механической характеристики системы, одинаковый знаменатель. И это совпадение не случайное — из теории автоматического управления известно, что любая другая передаточная функция системы будет иметь такой же знаменатель. Выражение знаменателя называется характеристическим уравнением системы, и оно описывает свободное движение системы.

Характеристическим уравнением системы является полином второй степени

$$A(p) = a_1 p^2 + a_2 p + a_3, \quad (9.46)$$

где $a_1 = T_a T_m = 0,303$; $a_2 = T_a + T_m = 10,03$; $a_3 = 1 + k_1 + k_2 = 380,06$.

Проверка системы на устойчивость. Характеристическое уравнение системы используется для проверки ее на устойчивость. Но поскольку данная система имеет характеристическое уравнение второго порядка, то, по известным положениям теории устойчивости, для нее необходимым и достаточным условием устойчивости является положительность всех коэффициентов ее характеристического уравнения. По результатам расчета этих коэффициентов делаем вывод, что данная система устойчива.

Построение годографа Михайлова. Годограф Михайлова относится к одному из методов определения устойчивости системы, и его уравнение получается из характеристического уравнения системы заменой оператора "p" на "jω"

$$T_a T_m (j\omega)^2 + (T_a + T_m)j\omega + (1 + k_1 + k_2) = 0 \quad (9.47)$$

или

$$P(\omega) = -T_a T_m \omega^2 + (1 + k_1 + k_2), \quad Q(\omega) = (T_a + T_m)\omega.$$

Годограф строится на комплексной плоскости $P(\omega)$, $jQ(\omega)$ при изменении $0 \leq \omega \leq \infty$. Годограф устойчивой системы должен охватывать начало координат и проходить против часовой стрелки столько квадрантов, каков порядок характеристического уравнения. Годограф системы начинается в первом квадранте и в четвертом уходит в бесконечность.

Построение переходных характеристик САР. Переходная характеристика определяет переходный процесс в автоматической системе, когда на нее действует ступенчатое возмущение. Для построения переходной характеристики надо от ее изображения перейти к оригиналу. Это делается с помощью обратного преобразования Лапласа.

В качестве примера проведем построение переходной характеристики

$\omega(t) = f[U_3(t), M(t)]$, которая определяет динамику изменения частоты вращения вала системы при действии на нее двух возмущений: напряжения задания $U_3(t)$ и момента сопротивления на валу $M(t)$. Изображение этой характеристики дано в уравнении (9.45), но для использования этой формулы требуется задать законы изменения возмущений. Так как по условию построения переходной характеристики эти возмущения должны иметь ступенчатую форму, то запишем

$$\tilde{U}_3 = \frac{U_3}{p}, \quad \tilde{M} = \frac{M}{p}, \quad (9.48)$$

где U_3 и M — значения реальных физических сигналов, действующих в автоматической системе. Тогда окончательный вид изображения характеристики будет таким

$$\tilde{\omega} = \frac{k_{n1}}{(1 + T_a p)(1 + T_m p) + k_1 + k_2} \cdot \frac{U_3}{p} - \frac{k_{n2}}{(1 + T_a p)(1 + T_m p) + k_1 + k_2} \cdot \frac{M}{p} \quad (9.49)$$

Запишем эту формулу следующим образом:

$$\tilde{\omega} = \frac{U_1(p)}{V(p)} \cdot U_3 - \frac{U_2(p)}{V(p)} \cdot M, \quad (9.50)$$

где $V(p) = p \cdot (a_2 p^2 + a_1 p + a_0)$ — полином третьей степени, имеет три корня. Эти корни определяются из уравнения $V(p) = 0$ и имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} p_1 &= 0; \\ p_2 &= -\sigma + j\omega_0; \\ p_3 &= -\sigma - j\omega_0, \end{aligned} \quad (9.51)$$

где $\sigma = 16,59$ и $\omega_0 = 31,34$ — определяют соответственно затухание и частоту свободных колебаний переходного процесса системы.

Так как $V(p) = 0$ не имеет кратных корней, то оригинал для (9.49) определяем по формуле разложения вида

$$f(t) = \sum_{i=1}^3 \frac{U(p_i)}{V'(p_i)} e^{p_i t}, \quad (9.52)$$

где $V'(p) = 3a_2 p^2 + 2a_1 p + a_0$ — производная от $V(p)$.

По формуле разложения получим искомую переходную характеристику, которую запишем в таком виде

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \left[\frac{U_1(0)}{V'(0)} + \frac{U_1(p_2)}{V'(p_2)} e^{p_2 t} + \frac{U_1(p_3)}{V'(p_3)} e^{p_3 t} \right] \cdot U_3 - \\ &- \left[\frac{U_2(0)}{V'(0)} + \frac{U_2(p_2)}{V'(p_2)} e^{p_2 t} + \frac{U_2(p_3)}{V'(p_3)} e^{p_3 t} \right] \cdot M. \end{aligned} \quad (9.53)$$

Но поскольку корни p_2, p_3 комплексные, то и переходная характеристика будет записана в комплексной форме. Преобразование комплексной формы в вещественную покажем на примере первого слагаемого в формуле (9.53), которое имеет вид

$$\frac{U_1(p_2)}{V'(p_2)} e^{p_2 t} + \frac{U_1(p_3)}{V'(p_3)} e^{p_3 t} = (a_1 + jb_1) e^{-\sigma t} e^{j\omega_0 t} + (a_1 - jb_1) e^{-\sigma t} e^{-j\omega_0 t}.$$

Далее запишем $a_1 + jb_1 = A_1 e^{j\alpha_1}$ и $a_1 - jb_1 = A_1 e^{-j\alpha_1}$, где $A_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$,

$\alpha_1 = \arctg \frac{b_1}{a_1}$, по формуле Эйлера найдем

$$e^{j(\omega_0 t + \alpha_1)} + e^{-j(\omega_0 t + \alpha_1)} = 2 \cos(\omega_0 t + \alpha_1).$$

В результате комплексное выражение запишется в вещественной форме

$$\frac{U_1(p_2)}{V'(p_2)} e^{p_2 t} + \frac{U_1(p_3)}{V'(p_3)} e^{p_3 t} = 2A_1 e^{-\sigma t} \cos(\omega_0 t + \alpha_1). \quad (9.54)$$

После проведения указанных преобразований переходная характеристика системы будет описываться следующим уравнением:

$$\omega_c(t) = [B_1 + A_1 e^{-\sigma t} \cos(\omega_0 t + \alpha_1)] \cdot U_3 + [B_2 + A_2 e^{-\sigma t} \cos(\omega_0 t + \alpha_2)] \cdot M. \quad (9.55)$$

Раздел 2

ПРИНЦИПЫ ОРГАНИЗАЦИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ В ЭНЕРГОСИСТЕМАХ

Процесс производства, передачи и потребления электроэнергии столь динамичен и постоянно подвержен случайным возмущениям, что без автоматического управления его функционирование невозможно. Автоматическое управление осуществляется на основе переработки информации о свойствах управляемых энергетических объектов, их состояниях и режимах работы. Информация в виде электрических сигналов поставляется автоматическими информационными устройствами по каналам связи к устройствам анализа и управления.

Технические средства автоматического управления процессами в электроэнергетических системах делятся на автоматику управления нормальными режимами работы и автоматику противоаварийного управления.

Автоматика нормальных режимов обеспечивает:

- автоматический пуск энергообъектов и включение на параллельную работу;
- поддержание на заданном уровне напряжения на шинах источников и в узловых точках системы;
- стабилизацию частоты в системе и автоматическое управление режимами по реактивной мощности;
- оптимальное распределение изменяющейся электрической нагрузки между источниками и крупными подстанциями.

Автоматика аварийных режимов обеспечивает совместное функционирование множества электростанций связанных длинными и сильно нагруженными линиями электропередачи в условиях больших возмущающих воздействий в виде неизбежных коротких замыканий и связанных с ними отключений. Противоаварийная автоматика должна ликвидировать возмущающие воздействие, тем самым предотвратить развитие аварийных процессов в энергосистеме и ускорить восстановление нормальных режимов. Противоаварийная автоматика предотвращает общесистемные аварии с нарушением электроснабжения на длительное время и на значительной территории. Автоматические устройства и системы противоаварийного управления выполняют следующие основные функции:

- регистрацию возмущающих воздействий или опасное изменение режимных параметров;
- оценку степени тяжести возмущающего воздействия и определение необходимого уровня противоаварийных воздействий;
- выработку видов противоаварийных воздействий и определение управляемых электроэнергетических объектов;
- реализация воздействий на управляемых объектах.

Эффективность противоаварийной автоматики главным образом определяется быстродействием и правильной дозировкой управляющих воздействий.

Ниже дается аннотированное описание основных нормальных и противоаварийных алгоритмов управления.

Глава 10. ОБЗОР АЛГОРИТМОВ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ В ЭНЕРГОСИСТЕМАХ

10.1. Синхронизация генераторов

Синхронизацией называется процесс включения синхронного генератора на параллельную работу с другими генераторами или энергосистемой.

При включении генератора на параллельную работу возможны толчки уравнивающего тока и мощности. При неправильном включении синхронизируемого генератора эти толчки могут быть значительными. Наличие уравнивающих токов обуславливает падение напряжения в электрической сети энергосистемы и создает реактивные и активные моменты, воспринимаемые генератором и турбиной. Необходимо всегда стремиться к тому, чтобы уравнивающие токи были, возможно, минимальными.

Перед синхронизацией генератора выполняется ряд операций, которые выполняются или вручную (ручная синхронизация) или специальными автоматическими устройствами (автоматическая синхронизация). Возможен и промежуточный вариант — полуавтоматическая синхронизация: часть операции выполняется вручную, часть — автоматически.

Существуют два способа синхронизации — точная и самосинхронизация. Точной синхронизацией называется процесс, при котором включение может протекать практически при отсутствии токов в цепи статора. Для такого включения обеспечивают точную подгонку частоты, величины и фазы напряжения синхронизируемого генератора. Окончательное втягивание в синхронизм происходит за счет синхронного момента генератора.

При самосинхронизации не производится точная подгонка указанных величин синхронизируемого генератора. Подтягивание к синхронной скорости происходит за счет электрических моментов, возникающих в генераторе, окончательное же втягивание в синхронизм происходит тоже за счет синхронного момента генератора.

10.2. Регулирование частоты

Частота является одним из показателей качества электрической энергии. При изменении частоты у большинства потребителей меняется их производительность. Существенное влияние оказывает отклонение частоты на работу самой энергосистемы. По правилам технической эксплуатации необходимо поддерживать частоту не хуже $50 \pm 0,1$ Гц.

Отклонение частоты является следствием нарушения баланса мощностей турбины и генератора (нагрузки). В установившемся режиме при неизменном открытии регулирующего органа и частоте вращения мощность турбины равняется электромагнитной мощности генератора $P_{\text{турб.уст}} = P_{\text{г.уст}}$. Изменение нагрузки на величину ΔP_H приводит к отклонению частоты вращения агрегата. Переходный процесс описывается уравнением

$$-\Delta P_H = T \frac{d\omega}{dt} + D \Delta \omega \quad (10.1)$$

где: T — постоянная времени; ω — частота вращения; D — коэффициент демпфирования.

В первый момент возмущения $\Delta \omega = 0$, поэтому $\frac{d\omega}{dt} = -\frac{\Delta P_H}{T}$. При увеличении нагрузки появляется отрицательное ускорение, и частота вращения агрегата уменьшается. Если $\Delta P_H < 0$, то $\frac{d\omega}{dt} > 0$, и частота вращения агрегата возрастает. Таким образом, при постоянном открытии регулирующего органа турбины изменение потребления электрической энергии происходит за счет кинетической энергии агрегата.

С течением времени накапливается отклонение частоты вращения, вследствие чего меняются нагрузка потребителей и мощность турбины. Это обстоятельство учитывается

в уравнении (10.1) коэффициентом демпфирования D . В новом установившемся режиме $\left(\frac{d\omega}{dt} = 0\right)$ величина отклонения определяется выражением $\Delta\omega = -\frac{\Delta P_H}{D}$.

Для поддержания частоты вращения на заданном уровне необходимо все время сохранять баланс мощностей турбины и нагрузки. Если нагрузка меняется на $-\Delta P_H$, то и мощность турбины должна измениться на такую же величину $\Delta P_{\text{турб}} = \Delta P_H$.

Мы рассмотрели поведение одного изолированного агрегата, работающего на свою нагрузку. Однако рассуждения остаются справедливыми и для нескольких агрегатов, работающих параллельно на общую нагрузку. Так, для энергосистемы, состоящей из большого числа турбо- и гидрогенераторов, в первый момент изменения нагрузки (при неизменном открытии регулирующих органов) она покрывается за счет кинетической энергии всех вращающихся масс системы. При увеличении нагрузки кинетическая энергия и частота вращения агрегатов понижаются. Снижение нагрузки приводит к увеличению частоты вращения и кинетической энергии вращающихся масс системы.

Так как нагрузка системы все время меняется, то для поддержания постоянства частоты вращения агрегатов системы необходимо менять мощности, развиваемые турбинами так, чтобы все время сохранялся баланс мощностей, вырабатываемой и потребляемой. Такое непрерывное наблюдение за сохранением баланса мощностей в энергосистеме должно выполняться автоматически. Для этой цели все паровые и гидравлические турбины снабжаются специальными регуляторами частоты вращения.

В энергосистеме, помимо сохранения баланса мощностей, существует задача распределения нагрузок между отдельными агрегатами. Решить ее только с помощью регуляторов частоты вращения нельзя. Для этой цели в энергосистемах используют дополнительные регуляторы — регуляторы частоты и мощности.

10.2. Регулирование напряжения и реактивной мощности

Необходимость автоматического регулирования напряжения и реактивной мощности вызвана особенностями процесса производства и транспортировки электроэнергии. В каждом узле энергосистемы напряжение различно как по амплитуде, так и по фазе.

Различие напряжений по амплитуде определяется реактивной мощностью электропередачи. Различие напряжений по фазе необходимо для передачи активной мощности по линии

$$P = \frac{U_L U_C}{X_L} \sin \theta_L.$$

Если напряжение линии U_L по мере возрастания активной мощности P_L уменьшается, что имеет место при неизменном возбуждении генераторов станции, то угол θ_L достигнет предельного значения и при дальнейшем увеличении передаваемой мощности будет нарушена статическая устойчивость электропередачи.

Необходимость регулирования напряжения в энергосистеме определяется также требованием потребителей, поскольку все они рассчитаны на работу при вполне определенном напряжении. Однако из-за падения напряжения в элементах сети поддерживать напряжение во всех точках разветвленной сети при различных режимах работы практически невозможно. С этим приходится считаться и поддерживать напряжение у отдельных потребителей не на строго заданном уровне, а с определенными допустимыми отклонениями. Напряжение — один из показателей качества электроэнергии. Согласно ГОСТ на нормы качества электрической энергии отклонение напряжения у потребителя не должно превышать $\pm 5\%$ номинального, а в послеаварийном режиме допускается понижение напряжения на 10%.

Успешное регулирование напряжения у всех потребителей в необходимых пределах может быть обеспечено только в том случае, если в определенных, узловых точках системы напряжение будет поддерживаться на строго постоянном уровне или меняться по вполне определенному. В первую очередь это относится к сборным шинам электростанций узловых системных подстанций.

Если электрическая станция работает изолированно или объединяется в небольшие по мощности энергосистемы, необходимость регулирования напряжения на станциях практически определяется только требованием потребителей. При этом регулирование может осуществляться с помощью сравнительно простых регуляторов. Для мощных станций и их объединений в крупные энергосистемы к устройствам регулирования напряжения на станциях предъявляются более жесткие требования, выдвигаемые уже самой энергосистемой. Эти системные требования диктуются: устойчивостью параллельной работы; повышением пределов мощности, передаваемой по сильно нагруженным линиям; повышением надежности действия релейной защиты; обеспечением самозапуска двигателей механизмов собственных нужд станций.

При возложении на регуляторы напряжения указанных функций необходимо, чтобы они эффективно работали не только в нормальном, но и в аварийных режимах, длительность которых обычно не превышает нескольких секунд и даже долей секунды. Для выполнения этих требований используются быстродействующих электрические регуляторы непрерывного действия.

Таким образом, основными задачами регулирования напряжения и реактивной мощности являются:

- обеспечение рациональных перетоков реактивной мощности;
- повышение статической устойчивости электропередач в нормальных режимах и динамической устойчивости энергосистемы в аварийных режимах;
- обеспечение норм качества электроэнергии у потребителей.

10.3. Автоматическое включение резервного питания (АВР)

Одним из основных требований потребителей электрической энергии является требование надежности. Подключение потребителей к одному источнику питания через одиночную линию не обеспечивает высокой надежности электроснабжения. В случае выхода из строя генератора или линии электроснабжение прекращается. Такое отключение приводит к нарушению нормального режима потребителей и сопровождается большим материальным ущербом.

В первую очередь надежность электроснабжения повышается за счет повышения надежности элементов схемы электропитания — генераторов, линий передачи, выключателей и т.д. Дальнейшее повышение надежности осуществляется за счет резервирования, сущность которого заключается в том, что при выходе из строя того или иного основного элемента схемы питания в работу вводится резервный элемент.

Эффективность введения резерва тем выше, чем меньше перерыв в питании с момента отключения рабочего элемента до включения резервного. Быстрое же включение резервного элемента возможно только с помощью средств автоматики. Устройства, которые осуществляют такое включение, называются устройствами автоматического включения резерва (АВР). В современных энергосистемах и системах электроснабжения устройства АВР получили широкое распространение. В большинстве случаев устройства АВР действуют успешно, обеспечивая бесперебойное электроснабжение потребителей.

10.4. Автоматическое повторное включение (АПВ)

Опыт эксплуатации электрических сетей показывает, что в большинстве случаев на отключаемых воздушных линиях передачи короткие замыкания самоликвидируются. Это объясняется способностью воздуха восстанавливать свои изоляционные свойства сразу же после ликвидации электрической дуги в месте пробоя. Свойство воздушных линий по самоустранению повреждения используется в целях восстановления нормальной работы сети.

Для этого выполняют следующие операции:

а) поврежденную линию отключают от источника питания и оставляют на некоторое время без напряжения;

б) после ликвидации проходящего короткого замыкания снова (повторно) подают напряжение.

Отключение поврежденной линии осуществляют релейной защитой. Комплекс автоматики, обеспечивающей повторное включение линии, называют устройством автоматического повторного включения (АПВ).

Если после повторного включения линия остается в работе, считается, что цикл АПВ был успешным. Не успешные же циклы АПВ происходят тогда, когда на линии возникает устойчивое короткое замыкание. При снятии напряжения такие короткие замыкания не ликвидируются, и повторное включение линии не приводит к восстановлению нормальной работы.

АПВ может быть успешным не только на воздушных линиях. Оправдано применение АПВ и на кабельных линиях. Дело в том, что отключение может быть вызвано не только коротким замыканием в самой кабеле, но и повреждением у потребителя, коротким замыканием на сборных шинах, входящих в зону релейной защиты кабеля, и др. Такие повреждения могут самоликвидироваться при снятии напряжения, и повторное включение приведет к восстановлению нормальной работы.

Опыт эксплуатации АПВ на линиях показывает, что приблизительно в 65—70% случаев действие АПВ бывает успешным. Это значит, что в большинстве аварийных случаев за счет действия АПВ линии могут быть сохранены в работе.

Устройства АПВ выполняют как однократными так и многократными. При многократном АПВ цикл отключения линии с повторным включением осуществляется несколько раз подряд. Из многократных АПВ обычно используются двукратные и трехкратные циклы АПВ.

Эффективность последующих циклов АПВ ниже, чем эффективность первого цикла (однократного АПВ). Так, статистические данные показывают, что успешность восстановления линии в работе за счет второго цикла составляет около 15%, а третьего — всего лишь 1,5—3,0%. Хотя за счет многократного действия успешность АПВ повышается, следует иметь в виду, что осуществление многократного АПВ усложняет схему автоматики и утяжеляет режим работы выключателей. Даже при однократном цикле АПВ выключатель работает в более тяжелых условиях, чем в режиме обычного отключения.

В цикле АПВ какое-то время напряжение на линии отсутствует. Для устойчивости параллельной работы отдельных частей энергосистемы и для потребителей желательно, чтобы время отключенного состояния линии было наименьшим. Для этого повторное включение должно осуществляться как можно быстрее. В то же время длительность отключенного состояния линии должна быть достаточной для деионизации среды в месте повреждения. Опытным путем установлено, что минимальное время деионизации электрической дуги при снятом напряжении с линии составляет для ЛЭП напряжением 110 кВ 0,15—0,20 с, для ЛЭП напряжением 500 кВ 0,35—0,40 с. Поэтому повторное включение линии под напряжение должно производиться не ранее указанного времени.

Обычно подачу импульса на включение выключателя при однократном АПВ осуществляют с задержкой в 0,3—2,0 с. Отсчет времени задержки начинается с момента отключения

выключателя. Время задержки при двукратном АПВ составляет 10—15 с, в течение этой паузы линия находится без напряжения. В случае трехкратного АПВ время третьей паузы доводят до 60—120 с.

Учитывая высокую эффективность автоматического повторного включения, правилами устройств электроустановок предписывается обязательная установка АПВ на линиях всех напряжений.

10.5. Аварийная частотная разгрузка (АЧР)

Установившийся режим энергосистемы характеризуется балансом мощностей: суммарная мощность генерации равна нагрузке энергосистемы, включая потери в сети $P_G = P_H$. В нормальном режиме этот баланс сохраняется при номинальной частоте 50 Гц. При нарушении баланса мощностей происходит изменение частоты системы. Если $P_G < P_H$ частота уменьшается, при $P_G > P_H$ частота увеличивается.

Нарушение баланса мощностей может происходить как за счет изменения нагрузки системы, так и за счет изменения генерируемой мощности. Величина нагрузки системы все время меняется. Это происходит как из-за изменения мощности отдельных потребителей, так и при их подключении или отключении. Мощность отдельных потребителей невелика в сравнении с мощностью современных крупных энергосистем. Поэтому изменение мощности отдельных потребителей и даже их полное отключение или включение, как правило, не приводит к заметному нарушению баланса мощностей в энергосистеме.

При небольшом рассогласовании мощностей отклонение частоты энергосистемы получается незначительным, и с этим справляются регулирующие станции системы (например, ведущая станция).

Нарушение баланса мощностей за счет изменения генерируемой мощности может быть более значительным. При аварийном отключении одного генератора, и тем более целой станции, дефицит мощности может быть очень большим, а следовательно, и снижение частоты более значительным. В этом случае регулирующая станция также придет в действие и будет стремиться поддержать частоту системы. Однако дефицит мощности может быть больше вращающегося резерва, и частота будет продолжать снижаться.

По мере объединения энергетических систем их суммарная мощность становится настолько значительной, что даже отключение крупного генератора не приводит к резкому дефициту мощности и глубокому снижению частоты всего объединения. В объединенных энергосистемах вероятность общего, охватывающего все объединение, глубокого снижения частоты уменьшается. В то же время с увеличением числа узлов и районов, получающих значительную часть энергии по линиям связи из энергообъединения, повышается вероятность возникновения больших местных дефицитов мощности при аварийном отделении этих узлов и районов.

Таким образом, как в изолированно работающих энергосистемах, так и в отделившихся районах крупного энергообъединения возможны значительные дефициты мощности. Поскольку при аварийном отключении выделившийся район можно рассматривать как отдельную энергосистему, то в дальнейшем изложении рассмотрим аварийное снижение частоты в изолированно работающей энергосистеме.

Снижение частоты происходит не беспредельно. С уменьшением частоты потребление уменьшается, так что при некотором значении частоты баланс мощностей снова восстановится. Отклонение частоты зависит в первую очередь от величины рассогласования баланса мощностей и наличия вращающегося резерва. При неблагоприятных обстоятельствах отклонение частоты может быть большим и недопустимым как с точки зрения потребителей, так и самой энергосистемы. Продолжительная работа энергосистемы со значительным понижением частоты не допускается по следующим причинам.

Нарушается нормальная работа потребителей, так как их производительность зависит от частоты.

При работе с частотой ниже 49,5 Гц у некоторых типов паровых турбин наступает вибрация лопаточного аппарата, обусловленная явлением резонанса.

Понижение частоты приводит к уменьшению производительности механизмов собственных нужд станций. При снижении частоты до 47 Гц и ниже уменьшение производительности получается настолько ощутимым, что сказывается на режиме работы всей станции в целом. Особенно это заметно на станциях высокого давления. Поэтому вместо мобилизации имеющегося резерва станция может снизить свою мощность, что приведет к дальнейшему снижению частоты системы, и авария получит свое дальнейшее развитие. Происходит явление, которое получило название «лавина частоты».

Понижение частоты сопровождается перераспределением потоков активной мощности по ЛЭП. В ряде случаев это может привести к перегрузкам ЛЭП и нарушению устойчивости параллельной работы.

Снижение частоты приводит к нарушению режима системы и по напряжению. Это объясняется, с одной стороны, тем, что при $f < f_{\text{ном}}$ увеличивается потребление реактивной мощности и, как следствие, уменьшается напряжение на приемных концах ЛЭП» а с другой стороны, за счет уменьшения скорости возбудителей возбуждение генераторов может оказаться недостаточным для компенсации увеличенного потребления реактивной мощности. Возникнет дефицит реактивной мощности, который может привести к дальнейшему понижению напряжения и нарушению устойчивости параллельной работы.

Поскольку длительная работа с пониженной частотой недопустима и восстановление частоты не может быть получено за счет нормальных средств регулирования частоты, то в этом случае приходится прибегать к аварийным мероприятиям — автоматическому вводу резервных агрегатов на ГЭС и автоматической аварийной разгрузке по частоте АЧР.

Под автоматическим вводом понимается быстрое включение резервных агрегатов ГЭС, готовых к пуску. Применение метода самосинхронизации обеспечивает включение резервных агрегатов на ГЭС с последующим набором полной нагрузки в течение 1—2 мин, что является эффективным средством поддержания частоты в аварийных условиях.

Автоматическая частотная разгрузка является вынужденным мероприятием по отключению ряда потребителей с целью поддержания частоты энергосистемы, близкой к номинальной.

Следует указать на определенную очередность выполнения указанных мероприятий. В первую очередь выполняется автоматический ввод резервных агрегатов на ГЭС. Если этого окажется недостаточно и частота системы продолжает снижаться, то прибегают к крайней мере — разгрузке энергосистемы.

Поскольку АЧР является автоматикой релейного принципа, то возможно лишь дискретное отключение мощности. Поэтому она реализуется автоматами трех категорий АЧР I, АЧР II, АЧР III.

Наиболее эффективна АЧР I, состоящая из 10—20 мгновенно действующих автоматов установленных на подстанциях с малым откликом частот срабатывания ($\Delta f=0,1—0,2$ Гц).

Если через 5с частота не восстанавливается, то приходят в действие автоматы (4—5 штук) АЧР II, имеющие одну частоту срабатывания $f_{yII}=49,2$ Гц, но различающиеся по выдержке времени с интервалом $\Delta t=5$ с.

Автоматы АЧР III устанавливаются на подстанциях сильно дефицитных частей энергосистемы, где возможно быстрое снижение частоты до предельно опасного уровня 45 Гц. Эта категория АЧР функционирует по скорости изменения частоты, которая является признаком глубины снижения частоты.

Глава 11. ПРИМЕР СИНТЕЗА СИСТЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ

11.1. Функциональная и структурная схемы

Для изменения напряжения на выводах синхронного генератора воздействуют на его возбуждение: при увеличении возбуждения напряжение повышается, при уменьшении — снижается. На рис. 11.1 показана функциональная и структурная схема автоматического регулирования напряжения генератора. В состав схемы входит объект регулирования — генератор с системой возбуждения и регулятор напряжения. Регулятор состоит из элементов сравнения (Изм), усилительного (У) и исполнительного (Исп). Регулятор и объект регулирования в комплексе составляют систему автоматического регулирования (САР). На вход элемента сравнения подаются два сигнала, это напряжение задания U_3 , которым задается напряжение генератора, и фактическое напряжение генератора U . При отклонении фактического напряжения генератора от заданного регулятор подает управляющее воздействие на систему возбуждения. Происходит корректировка возбуждения, и напряжение генератора восстанавливается до заданного значения.

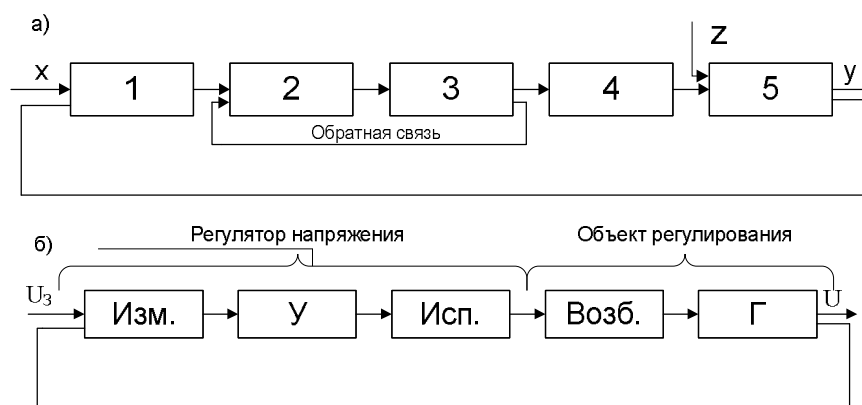


Рис. 11.1. Функциональная (а) и структурная (б) схемы регулирования напряжения

11.2. Выбор характеристики регулирования

Система автоматического регулирования может иметь либо статическую (зависимую от нагрузки) либо астатическую (независимую) характеристику регулирования.

Статическая характеристика регулирования напряжения записывается в виде

$$U = U_3 - sI_p, \quad (11.1)$$

где U_3 — напряжение задания, то есть напряжение поддерживаемое генератором при холостом ходе (уставка регулятора); s — статизм регулирования; I_p — реактивный ток генератора.

Примечание: Хотя нагрузкой генератора является полный ток, однако размагничивается или намагничивается генератор только реактивным током. Поэтому в дальнейшем будет учитываться только реактивная составляющая тока. Формулу (11.1) можно записать так $U_0 - U - sI_p = 0$ или так

$$\Delta U - s\Delta I_p = 0. \quad (11.2)$$

Статизм характеристики равен

$$s = \operatorname{tg} \alpha = \Delta U / \Delta I_p \quad (11.3)$$

или в относительных единицах

$$s_* = \frac{\Delta U}{U_{\text{ном}}} / \frac{\Delta I_p}{I_{p.\text{ном}}} = \Delta U_* / \Delta I_* . \quad (11.4)$$

При $\Delta I_{p*} = 1$ получим $s_* = \Delta U_*$, то есть статизм равен относительному изменению напряжения генератора при изменении нагрузки от нуля до номинальной.

Обычно регуляторы напряжения генераторов, работающих на сборные шины, настраивают на статическую характеристику со статизмом 3—5%. Это значит, что при изменении реактивной нагрузки генератора от нуля до номинальной напряжение будет изменяться на 3—5%.

Астатическую характеристику можно рассматривать как частный случай (11.2) при $s = 0$ и уравнение этой характеристики $\Delta U = 0$. Однако астатическая характеристика здесь не используется из-за резкого снижения быстродействия САР.

Воспользуемся рядом положений теории автоматического регулирования изложенных в разделе — 1, чтобы разобраться в дальнейших построениях системы регулирования напряжения.

Передаточная функция элемента, охваченного обратной связью (рис. 2.5)

$$W = \frac{W_1}{1 - W_1 W_{\text{OC}}} . \quad (11.5)$$

Различают жесткую и гибкую обратные связи. При жесткой обратной связи $W_{\text{OC}} = k_{\text{OC}}$, то есть сигнал по каналу обратной связи не зависит от времени. Для гибкой обратной связи $W_{\text{OC}} = k_{\text{OC}} T_p$, то есть по каналу гибкой обратной связи подается воздействие, пропорциональное скорости изменения выходной величины элемента.

Коэффициент k_{OC} определяет долю сигнала поступающего в канал обратной связи и лежит в пределах от 0 до 1. При этом обратная связь может быть положительной $k_{\text{OC}} > 0$, или отрицательной $k_{\text{OC}} < 0$.

Передаточная функция замкнутой САР (см. § 2.3). Входной сигнал x это заданное значение регулируемого параметра, например напряжения. Выходной сигнал y фактическое значение регулируемого параметра, которое поддерживается системой регулирования. Возмущение z может быть приложено к любому узлу САР.

Обсудим действие возмущения на регулируемый параметр, для чего найдем передаточную функцию от точки приложения возмущения до выхода (рис. 2.8 б)

$$W'_{zy} = \frac{W_{zy}}{1 - W_1 W_2 W_{\text{OC}}} = \frac{W_{zy}}{1 - W_p} , \quad (11.6)$$

где W_{zy} — передаточная функция от места приложения возмущения z до точки y , $W_p = W_1 W_2 W_{\text{OC}}$ — передаточная функция разомкнутой системы. Так как в замкнутых системах стабилизации главная обратная связь всегда отрицательная ($W_{\text{OC}} < 0$), то

$$W'_{zy} = \frac{W_{zy}}{1 + W_p} .$$

а выходной сигнал y зависит от возмущения z следующим образом:

$$y = W'_{zy} z \quad (11.7)$$

Если возмущение приложено на входе регулятора, что соответствует изменению уставки регулятора, то передаточная функция для возмущения на входе будет иметь вид

$$W'_{xy} = \frac{W_{xy}}{1 + W_p} ,$$

а выходной сигнал y определится через x следующим образом:

$$y = W'_{xy} x . \quad (11.8)$$

Погрешность выполнения задания $\varepsilon = x - x_{oc}$ определяется по структурной схеме (рис. 11.1 б). Любое возмущение в САР вызывает погрешность в ее работе. Ниже в качестве примера определим погрешность выполнения задания вызванной изменением задания. Согласно § 2.3 передаточная функция по погрешности равна

$$W_{x,\Delta x} = \frac{1}{1 + W_p}, \quad (11.9)$$

а ошибка регулирования $\Delta x = W_{x,\Delta x} \cdot x$.

11.3. Статика регулирования

Структурная схема регулирования напряжения показана на рис. 11.4. Входной величиной является отклонение напряжения от установившегося значения. Основным возмущающим фактором является нагрузка реактивным током. Это эквивалентно изменению напряжения возбудителя, на который подает свое воздействие система автоматического регулирования напряжения (АРН).

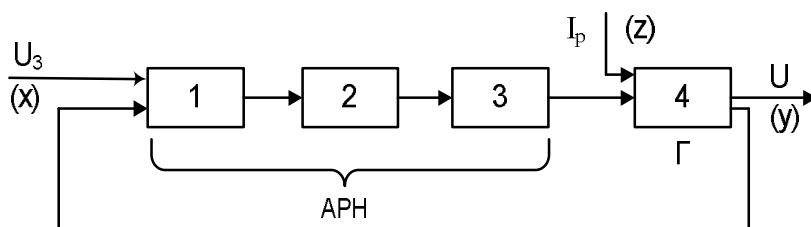


Рис. 11.4. Структурная схема регулирования напряжения

На основе формул предыдущего параграфа можно разобраться в характеристиках системы регулирования напряжения в статических режимах. Формула (11.7) устанавливает зависимость регулируемого параметра y (или U) от возмущения z (или I_p), а так как в установившемся режиме производные равны нулю, то подставляя $p=0$, получим

$$y = z \frac{W_{zy}(0)}{1 + W_p(0)}. \quad (11.10)$$

Современные быстродействующие регуляторы не содержат интегрирующие элементы с передаточной функцией $W = k/p$, так как они существенно замедляют процессы регулирования.

Рассмотрим регулятор со звеньями инерционного типа первого порядка с передаточной функцией типа $W = k / (Tp+1)$. Для таких звеньев $W(0) = k$ и формулу (11.10) можем записать так

$$y = z \frac{k_{zy}}{1 + k}, \quad (11.11)$$

где k_{zy} — коэффициент передачи сигнала от места приложения возмущения до выходного сигнала; k — коэффициент передачи разомкнутой САР.

Принимая во внимание, что для генератора выходным сигналом является ΔU_* , а возмущением ΔI_{*p} , получим $\Delta U_* / \Delta I_* = k_{zy} / (1 + k)$.

Отношение $\Delta U_* / \Delta I_{*p}$ есть не что иное, как статизм регулирования s , поэтому

$$s = k_{zy} / (1 + k). \quad (11.12)$$

Так как в реальной САР $k \gg 1$, то фактически статизм обратно пропорционален коэффициенту передачи разомкнутой системы.

Возьмем, например, $k_{zy} = 0,2$. Это означает, что без регулятора при изменении реактивной нагрузки генератора от нуля до номинальной ($I_p=1$) напряжение генератора уменьшается на 20%. По условиям эксплуатации это недопустимо. Установив на генераторе АРН с коэффициентом передачи $k = 100$ получим статизм почти в 100 раз меньше $s \cong k_{zy} / k = 0,2/100 = 0,002$. Это означает, что при изменении нагрузки от нуля до номинальной напряжение генератора уменьшится всего лишь на 0,2%.

Отсюда следует, что точность поддержания регулируемой величины в установившемся режиме существенно зависит от коэффициента передачи системы k . Такой же результат следует из формулы для погрешности (11.9), при $p=0$ получим

$$\varepsilon_* = W_{z,y} = \frac{1}{1 + W(p)} \Big|_{p=0} = \frac{1}{1 + k}. \quad (11.13)$$

Для повышения точности регулирования выгодно увеличивать коэффициент передачи, но с другой стороны увеличение k ухудшает устойчивость САР, и с этим приходится считаться.

11.4. Способы изменения статизма САР

Современные регуляторы напряжения имеют высокий коэффициент усиления, при этом статизм получается в пределах 0,5—1,0%. Но, например, для процедуры распределения реактивной нагрузки между генераторами, работающими на сборные шины, статизм должен быть порядка 3—5%. Поэтому возникает необходимость оперативно регулировать статизм САР.

Формула (11.12) показывает два способа изменения статизма — изменением коэффициентов k или s . Регулирование изменением k практически не используется, так как от этого коэффициента сильно зависят все другие характеристики регулирования. Коэффициент усиления обычно выбирают по другим критериям — это получение требуемой точности регулирования и устойчивости САР.

Поэтому рассмотрим способ изменения статизма за счет изменения k_{zy} . Этот коэффициент также не может быть изменен, поскольку задан для объекта регулирования, поэтому для изменения числителя в (11.12) произведем добавление нового члена

$$s_* = \frac{k_{zy} + k_{zny}}{(1 + k)}. \quad (11.14)$$

Введение дополнительного коэффициента передачи k_{zny} означает, что сигнал возмущения, помимо основного канала параллельно проходит через другие элементы САР (рис. 11.5). Индекс «n» у коэффициента k_{zny} показывает, что сигнал возмущения проходит от точки z до выхода через n элементов. Коэффициент k_{zny} может быть как положительным так и отрицательным. При отрицательном знаке статизм уменьшается, при положительном увеличивается. При $k_{zy} = -k_{zny}$ статизм отсутствует. Последнее означает, что возмущение не оказывает влияния на выходной сигнал. В теории автоматического регулирования это называют компенсацией возмущения.

Компенсационный сигнал по возмущению можно подавать через один или несколько элементов АРН. Если скоро речь идет о корректировке характеристик САР в установившемся режиме, на который не оказывает влияние запаздывание в элементах регулятора, то выгоднее сигнал возмущения подавать на вход регулятора. На рис. 11.5 этот путь выделен сплошной линией. Фактически это означает, что на вход регулятора, помимо главной ОС, сигнала по напряжению, должен быть подан сигнал местной ОС, по току.

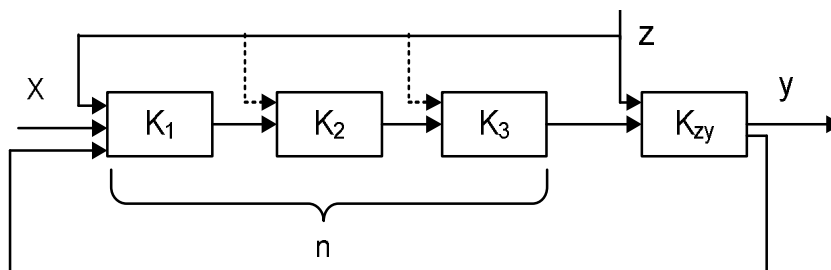


Рис. 11.5. Схема компенсации возмущения

Схемы подключения регулятора с целью изменения статизма регулирования показаны на рис. 11.6. Различие в схемах заключается лишь в знаке сигнала по току. В схеме (рис. 11.6 а) $U_{\text{пер}} = U_r + I_{\text{пр}}$. Для схемы (рис. 11.6 б) $U_{\text{пер}} = U_r - I_{\text{пр}}$. При включении регулятора по рис. 11.6 а статизм увеличивается. Это делается на генераторах, работающих параллельно на сборные шины. Увеличение статизма способствует однозначности распределения реактивной нагрузки. Поэтому эту схему называют схемой токовой стабилизации.

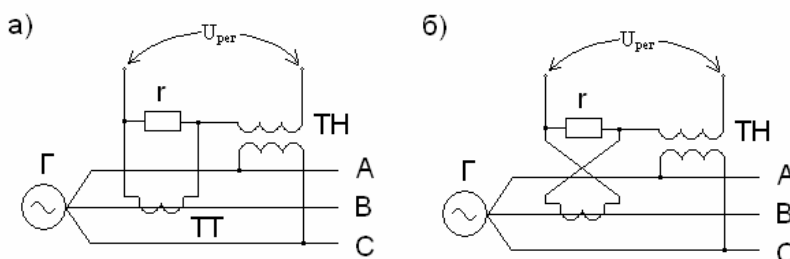


Рис. 11.6. Схемы подключения регуляторов

По схеме (рис. 11.6 б) статизм уменьшается. Схему используют на блоках генератор — трансформатор с целью компенсации падения напряжения в трансформаторе. Схема получила название схемы токовой компенсации.

Чтобы напряжение на выводах генератора зависело только от реактивной нагрузки, сочетание подводимых к регулятору фаз напряжения и тока выбирают соответствующим образом. Так, в схемах рис. 11.6 напряжение берется с фаз А—С, ток — с фазы В.

11.5. Динамика регулирования

К системе автоматического регулирования обязательно предъявляются ряд требований в отношении ее динамических характеристик.

Первое — это требование к устойчивости САР. Под устойчивостью понимают способность системы возвращаться в исходный установившийся режим после всякого выхода из него в результате какого-либо воздействия. На рис. 11.7 показаны возможные кривые переходного процесса в устойчивой и неустойчивой системах. К устойчивой системе (кривые 1 и 2) после возмущения, приведшего к отклонению регулируемой величины, последняя возвращается к своему установившемуся режиму. Переходный процесс может быть апериодическим или колебательным, однако главным является факт возвращения системы к установившемуся режиму.

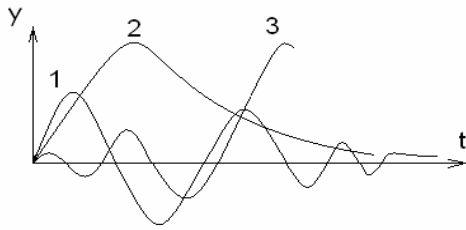


Рис. 11.7. Графики переходного процесса

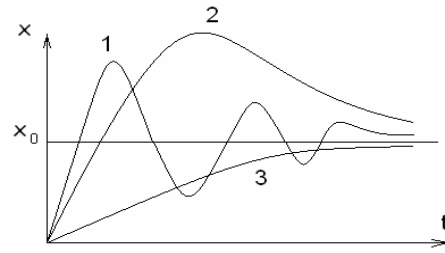


Рис. 11.8. Переходный процесс при изменении уставки регулятора

В неустойчивой системе любое, даже незначительное, возмущение выводит систему из равновесия, и с течением времени регулируемая величина не возвращается к установившемуся режиму (рис. 11.7, кривая 3).

Вторым в отношении к динамике САР является требование к качеству переходного процесса (см § 7.1). На рис. 11.8 показаны характеристики переходного процесса устойчивой системы автоматического регулирования при изменении уставки регулятора, т.е. при таком воздействии, когда регулируемая величина должна прийти к своему новому заданному значению. Кривая 1 иллюстрирует колебательный переходный процесс. Если по техническим условиям такой процесс недопустим, то систему настраивают на апериодический переходный процесс (кривые 2 и 3). В то же время, несмотря на колебательность переходного процесса, быстродействие такой системы может быть выше, чем у апериодически настроенной САР.

В значительной степени устойчивость и качество переходного процесса зависят от коэффициента усиления САР. Для иллюстрации этого положения обратимся к частотным характеристикам системы регулирования.

Пусть разомкнутая САР состоит из регулятора и объект регулирования и имеет передаточную функцию $W_p(p) = W_1(p) \dots W_i(p) \dots W_n(p)$, где n — число звеньев САР. По передаточной функции системы, можно построить ее амплитудно-фазовую характеристику (АФХ) заменой p на $j\omega$ и произвести построение годографа при изменении частоты от 0 до ∞ . АФХ позволяет оценивать динамические свойства системы регулирования. Как уже отмечалось, схемы современных регуляторов напряжения не содержат интегрирующих элементов, и поэтому при наличии только инерционных элементов АФХ системы будет иметь вид, показанный на рис. 11.9.

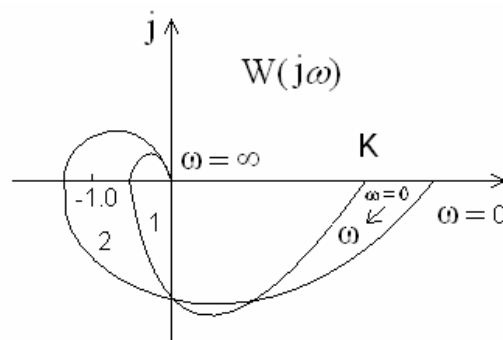


Рис. 11.9. Амплитудно-фазовые характеристики САР

Как известно по критерию устойчивости Найквиста: замкнутая система будет устойчивой в том случае если в разомкнутом состоянии система устойчива и ее АФХ не охватывает точку $(-1, 0; j_0)$. На рис. 11.9 кривая 1 соответствует устойчивой САР, кривая 2 не устойчивой САР.

В общем виде АФХ можно записать

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}, \quad (11.15)$$

где $A(\omega)$ — модуль; (φ) — аргумент. При нулевой частоте $A(0) = k$. С увеличением коэффициента передачи k вероятность охвата амплитудно-фазовой характеристикой точки $(-1, 0; j_0)$ увеличивается. При критическом коэффициенте $k = k_{\text{крит}}$, характеристика проходит через точку $(-1, 0; j_0)$ система находится на грани устойчивости. При $k > k_{\text{крит}}$, система неустойчива.

Напомним зависимость статических показателей САР от коэффициента усиления: чем больше k , тем выше точность системы регулирования. Поэтому, с одной стороны, для улучшения показателей установившегося режима следует увеличивать коэффициента усиления САР, а с другой стороны это ухудшает устойчивость системы. Обычно компромисс лежит в пределах $k = (0,5 \dots 0,6)k_{\text{крит}}$. Это обеспечивает как достаточный запас по устойчивости так и удовлетворительное качество переходного процесса.

11.6. Коррекция динамических свойств САР

Если САР вынуждена иметь высокий коэффициент усиления, что ухудшает ее динамику, то ее динамические свойства улучшаются несколькими путями: введением местных обратных связей вокруг элементов САР, воздействия по производным регулируемого параметра, коррекцией по возмущающему воздействию и т.д.

Введение обратных связей. Пусть группа элементов САР с результирующей передаточной функцией W охватывается обратной связью с передаточной функцией W_{OC} . С учетом действия обратной связи передаточная функция W изменится так

$$W' = \frac{W}{1 - W \cdot W_{\text{OC}}}. \quad (11.16)$$

Отсюда видно, что обратная связь изменяет передаточную функцию элемента или участка, который она охватывает, что используется для коррекции динамики.

Применение жесткой обратной связи $W_{\text{OC}} = k_{\text{OC}}$ для коррекции динамических характеристик нецелесообразно, так как она действует не только в переходном, но и в установившемся режиме изменяя статику системы.

Поэтому для корректировки динамических свойств САР применяют гибкую обратную связь. Проиллюстрируем действие гибкой ОС с передаточной функцией $W_{\text{OC}} = k_{\text{OC}}T_{\text{OC}}p$ на примере инерционного звена с передаточной функцией $W = k / (Tp + 1)$. Гибкая ОС преобразует инерционное звено следующим образом

$$W' = \frac{W}{1 - W(\pm W_{\text{OC}})} = \frac{k}{1 + p(T \pm k_{\text{OC}}kT_{\text{OC}})}. \quad (11.17)$$

Отсюда видно, что гибкая ОС изменила только постоянную времени инерционного звена, оставив неизменным коэффициент передачи. То есть, гибкая ОС скорректировала только инерционные свойства звена.

Предлагаем читателю самостоятельно провести подобные эксперименты над другими типовыми звеньями с жесткой и гибкой ОС и сделать анализ их влияния на характеристики звеньев.

Введение воздействия по производной. Рассмотрим такой пример. Исходная система состоит из двух последовательно соединенных звеньев: измерительного ($W_{\text{И}} = k_{\text{И}}$) и объекта управления в виде инерционного звена $W_{\text{OY}} = k_{\text{OY}} / Tp + 1$. Передаточная функция исходной системы равна

$$W = k_{\text{И}} \frac{k_{\text{OY}}}{Tp + 1}.$$

Теперь параллельно измерительному звену, выявляющему отклонение регулируемого параметра, включим дифференцирующее звено $W_{д.} = k_{д.}p$, реагирующее на скорость изменения регулируемой величины (рис. 11.10).

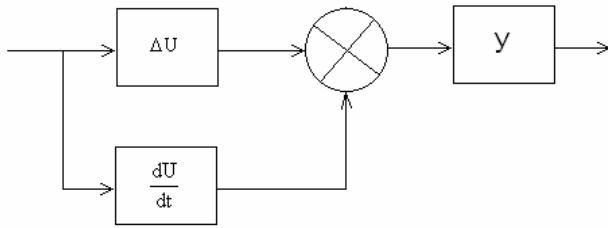


Рис. 11.10. Схема введения воздействия по производной

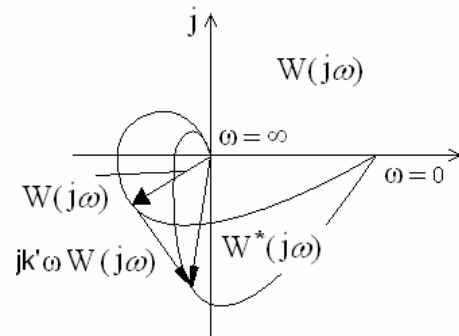


Рис. 11.11. Корректировка САР по производной

Передаточная функция двух параллельно включенных элементов равна сумме передаточных функций этих элементов передаточная функция системы примет вид

$$W_* = \frac{(k_{и} + k_{д}p)k_{оу}}{Tp + 1}.$$

Это выражение можно представить так:

$$W_* = \frac{k_{и}k_{оу}}{T_i p + 1} (1 + k_{д}/k_{и} p) = W(1 + k' p),$$

что позволяет записать АФХ скорректированной системы

$$W_*(j\omega) = W(j\omega)(1 + jk'\omega) = W(j\omega) + jk'\omega W(j\omega). \quad (11.18)$$

На рис. 11.11 представлены амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой САР и характеристика этой же системы с дополнительным воздействием по производной. Построение произведено для одного значения частоты ω . Как видно из (11.18) к АФХ исходной системы $W(j\omega)$ добавляется вектор $jk'\omega W(j\omega)$, из-за чего результирующий вектор $W_*(j\omega)$ оказывается повернутым на некоторый угол против часовой стрелки. Введение воздействия по производной позволяет деформировать АФХ так, что она может не охватывать точку $(-1, 0; j_0)$. Если без дополнительного воздействия по производной система уже была устойчивой, то введение сигнала по производной еще больше повысит устойчивость и сделает систему менее колебательной.

Коррекция по возмущению. Рассмотрим систему из трех звеньев, к которой приложено возмущение z (рис. 11.12).

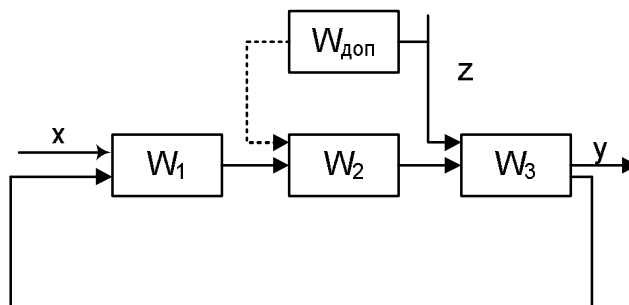


Рис. 11.12. Коррекция САР по возмущению

В общем случае возмущающее воздействие может быть приложено к любому звену САР, в результате чего появится отклонение регулируемой величины. Наибольший интерес представляет зависимость y от полезной нагрузки, которую можно рассматривать как возмущение, прикладываемое к объекту регулирования.

Итак, пусть возмущение z приложено к третьему звену. При разомкнутой системе возмущение z проходит на выход y через звено W_3 , то есть $y = W_3 z$. Для замкнутой системы передаточная функция по возмущению будет другой

$$W_{zy} = \frac{W_3}{1 + W}, \quad (11.19)$$

где $W = W_1 \cdot W_2 \cdot W_3$, и зависимость выходного сигнала от возмущения изменится

$$y = W_{zy} z. \quad (11.20)$$

Смысл коррекции САР по возмущению заключается в создании дополнительного пути для прохождения сигнала возмущения с таким расчетом, чтобы результирующее влияние возмущения на выходную величину было равно нулю. Дополнительный путь коррекции показан на рис. 11.12 пунктиром. С учетом этого пути зависимость выходного сигнала от возмущения будет такой

$$y_{кор} = \frac{W_3 + W_{доп} W_2 W_3}{1 + W} z, \quad (11.21)$$

То есть выходная величина не будет зависеть от возмущения если

$$W_3 + W_{доп} W_2 W_3 = 0 \quad (11.22)$$

откуда

$$W_{доп} = -\frac{W_3}{W_2 W_3} \quad (11.23)$$

Пусть, например, $W_2 = k_2 / T_2 p + 1$, тогда

$$W_{доп} = -\frac{T_2 p + 1}{k_2} = -(k_{II} + k_{Д} p), \quad (11.24)$$

т.е. элемент дополнительного канала должен формировать воздействие по возмущению и его первой производной.

Практически трудно создать такой дополнительный путь для прохождения сигнала по нагрузке, чтобы регулируемая величина полностью не зависела от нее. Однако значительное улучшение динамических свойств получается, если условие (11.22) соблюдается не абсолютно точно.

Если коррекцию по возмущению вводить на выход первого элемента, то при $W_1 = k_1 / T_1 p + 1$ и $W_2 = k_2 / T_2 p + 1$ для передаточной функции канала коррекции $W_{доп}$ получим

$$W_{доп} = -\frac{W_3}{W_1 W_2 W_3} = -(k_{II} + k_{Д1} p + k_{Д2} p^2),$$

то есть дополнительный элемент должен формировать воздействие не только по возмущению, но и по двум его производным.

Получение производных, особенно второго, третьего и больших порядков представляет значительные технические трудности, поэтому коррекцию по возмущению стремятся сделать через минимальное число звеньев. Но с другой стороны коррекция через малое число звеньев, то есть как можно ближе к самому объекту регулирования, требует значительной мощности от дополнительного звена.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М., 1975.
2. Теория автоматического управления / Под ред. Ю.М.Соломенцева. М., 1999.
3. Воропай Н.И. Теория автоматического управления. Новосибирск, 2000.
4. Гуревич Ю.Е., Либова Л.Е., Окин А.А. Расчеты устойчивости и противоаварийной автоматики в энергосистемах. М., 1990.
5. Макаров И.М. Линейные автоматические системы. М., 1982.
6. Павлов Г.М. Автоматизация энергетических систем. Л., 1976.
7. Овчаренко Н.И. Автоматика электрических станций и электроэнергетических систем. М., 2000.
8. Воронов А.А. Основы теории автоматического регулирования и управления. М., 1977.
9. Сен П. Тиристорные электроприводы постоянного тока. М., 1985.
10. Плетнев Г.П. Автоматизированное управление объектами тепловых электростанций. М., 1981.
11. Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. М., 1985.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
---------------	---

Раздел 1

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Глава 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ.....	5
1.1. Начальные сведения о системах автоматического регулирования.....	5
1.2. Понятие о линейных, нелинейных и линеаризованных моделях	6
1.3. Принципы автоматического управления.....	8
1.4. Интегральные преобразования Лапласа	9
Глава 2. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ И ИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ.....	13
2.1. Понятие о структурной схеме.....	13
2.2. Правила преобразования структурных схем	14
2.3. Передаточные функции структурной схемы.....	17
Глава 3. СТАТИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ.....	19
3.1. Понятие о статических характеристиках.....	19
3.2. Понятие о статическом и астатическом регулировании	19
3.3. Примеры статических и астатических систем.....	20
3.3.1. Автоматические системы стабилизации напряжения	20
3.3.2. Автоматические системы стабилизации частоты вращения вала.....	23
Глава 4. ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ.....	25
4.1. Понятие динамического звена	25
4.2. Динамические характеристики звена	25
4.3. Типовые динамические звенья	29
4.3.1. Безынерционное звено.....	29
4.3.2. Инерционное (апериодическое) звено первого порядка	30
4.3.3. Инерционное звено второго порядка.....	30
4.3.4. Интегрирующие звенья.....	32
4.3.5. Дифференцирующие звенья.....	34
4.3.6. Запаздывающее звено.....	35
4.4. Частотные характеристики типовых звеньев	36
4.5. Логарифмические частотные характеристики звеньев (ЛЧХ).....	39
Глава 5. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ.....	40
5.1. Общие замечания	40
5.2. Определение начальных условий	40
5.3. Способы записи математических моделей.....	41
5.4. Примеры математических моделей элементов	42
5.5. Пример построения математической модели автоматической системы	47
5.6. Методы построения переходных процессов	49
Глава 6. УСТОЙЧИВОСТЬ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ.....	52
6.1. Понятие устойчивости	52
6.2. Устойчивость линейных систем	52
6.3. Методы определения устойчивости	53
6.4. Критерии устойчивости	54
6.5. Определение областей устойчивости. D-разбиение.....	56

6.6. Структурная устойчивость автоматических систем	58
6.7. Запас устойчивости	59
6.8. Об устойчивости нелинейных систем	60
Глава 7. КАЧЕСТВО ПРОЦЕССОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ	61
7.1. Показатели качества регулирования	61
7.2. Косвенные методы оценки качества регулирования	62
7.3. Точность автоматических систем	65
7.4. Астатизм автоматических систем	66
Глава 8. ФОРМИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК	69
8.1. Законы регулирования	69
8.2. Коррекция характеристик АС	72
Глава 9. ПРИМЕР РАСЧЕТА АВТОМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ	76
9.1. Техническое задание	77
9.2. Компоновка функциональной схемы	77
9.3. Составление математических моделей САР	79
9.3.1. Статическая модель САР	79
9.3.2. Динамическая модель САР	83
9.3.3. Анализ динамики САР	86

Раздел 2

ПРИНЦИПЫ ОРГАНИЗАЦИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ В ЭНЕРГОСИСТЕМАХ

Глава 10. ОБЗОР АЛГОРИТМОВ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ В ЭНЕРГОСИСТЕМАХ	90
10.1. Синхронизация генераторов	90
10.2. Регулирование частоты	90
10.2. Регулирование напряжения и реактивной мощности	91
10.3. Автоматическое включение резервного питания (АВР)	92
10.4. Автоматическое повторное включение (АПВ)	93
10.5. Аварийная частотная разгрузка (АЧР)	94
Глава 11. ПРИМЕР СИНТЕЗА СИСТЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ	96
11.1. Функциональная и структурная схемы	96
11.2. Выбор характеристики регулирования	96
11.3. Статика регулирования	98
11.4. Способы изменения статизма САР	99
11.5. Динамика регулирования	100
11.6. Коррекция динамических свойств САР	102
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	105

Изд. лиц. ЛР № 020742. Подписано в печать 28.12.2012
Формат 60×84/8. Бумага для множительных аппаратов
Гарнитура Times. Усл. печ. листов 13,5
Тираж 300 экз. Заказ 1382

*Отпечатано в Издательстве
Нижневартовского государственного гуманитарного университета
628615, Тюменская область, г.Нижневартовск, ул.Держинского, 11
Тел./факс: (3466) 43-75-73, E-mail: izdatelstvo@nggu.ru*